H

17

ARITMETICA PRATTICA

COMPOSTA DAL MOLTO Reueren. Padre Christoforo Clauio Bambergense nella Compagnia di GIESV.

Et tradotta da Latino in Italiano dal S. Lorenzo Castellano Patritio Romano.

Reuista dal medesimo Padre Clauio con alcune aggiunte.

Onuphrius Ciminus

IN ROMA,

Per Guglielmo Facciotti. M. DC. XIII.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.

Imprimatur. Si videbitur Reuerendiss. P. M. Sacri Palatij Apostolici.

Cæsar Fidelis Vicesgerens.

Imprimatur. Fr. Thomas Pallauicinus Bononiensis Magister, & Socius Reuerendissimi P. Fr. Ludouici Ystella Sacri Palatij Apostolici Magistri, Ordinis Prædicatorum.

K

AL MOLTO REVERENDO PADRE CHRISTOFORO CLAVIO. DELLA COMPAGNIA DI GIESV.

POI che volendo la P. V. lodare, & celebrare l'Aritmetica con l'autorità di Platone, viene à confirmare quel che dice nell'Epinomide, & più ampiamente nel settimo della sua Republica, che leuandosi questa mirabil dottrina dal mondo, si leuarebbe insieme, & la prudenza humana, & il vincolo istesso del commertio, &

conuerſatione de gl'huomini ; hò penſato per la regola de i contrarij, che ſi come ſarebbe di grãdiſsimo danno il tor via queſta ſcienza, così deui eſſere di grandiſsimo giouamento il facilitare il modo, & la via d'acquiſtarla , & di poterſene ſeruire; & come la P.V. con hauer ridotto à certi capi, & à regole più facili i ſui precetti , hà voluto con queſto libro della Prattica Aritmetica far vtile al mondo, dando animo à chi ſi diletta di queſto ſtudio di ſeguitare più ſicuramente con la guida ſua , & col lume de' ſuoi documenti il camino, & impreſa delle coſe matematiche ; così io non potendo con altro moſtrare il medeſimo deſiderio di giouare, mi ſono sforzato di farlo con la tradutione di queſta ſua non meno vtile, che vaga , & dilettevole operetta :

accio-

accioche ancor quelli che non poſſeggono la linga latina , poſſano in queſta noſtra volgare , godere il frutto delle fatiche di V. P. & non reſtare defraudati della buona intentione, c'hà di giouare à ciaſcuno. Il che hò fatto anco tanto più volontieri, quanto che con queſta mia nuoua eſſercitatione , parmi hauer fermato non sò come , & ſolidato nella memoria tutto quell'acquiſto, che mi trouo hauer fatto nell'hauer ſentito le medeſime coſe dalla viua voce di V.P. & inſieme vengo anco à moſtrarmi grato (finche con ſegni più efficaci poſſa farli conoſcere il buon animo mio) delle fatiche amoreuoli fatte per me, & di continoui fauori, c'hò riceuuto da lei, con aiutare (quanto per me ſi può) la buona mente ſua, & l'ardentiſſimo deſiderio che tiene di compartire à

✠ 3 gl'al-gl'altri le ſue virtù, & d'eſſercitare à beneſitio publico il talento, che Dio gl'hà dato. Da queſto dunque mi ſono moſſo à tradurre detta ſua operetta nella mia lingua natìa, nõ ſenza ſperanza (piacendo à Dio) di far anco il ſimile nell'altre di più fatica, & più ſtudio, come dire del ſuo Euclide, & della ſua Sfera, ſe tanto varrãno le forze mie, & ſe da queſto debol principio conoſcerò, che le ſia grato queſto proponimento, onde poſſa pigliar animo à tentar coſe maggiori. Per queſta medeſima cauſa parimente de gl'oblighi, che le tengo, hò voluto anco dedicarla alla P.V. parendomi honeſto, ch'eſſendo tutto ſuo quel poco dell'acquiſto, ch'hò fatto nella profeſſione di queſte coſe matematiche; ſia ancora ſuo il frutto, & tutto quello, che da me poſſa mai na-

ſcere

ſcere con l'aiuto di queſto ſtudio. Non hò voluto ponto obligarmi alla politezza della lingua, ne alla ſcelta delle parole Toſcane, non ſolo per non eſſer di mia profeſſione, (giudicando hauer fatto aſſai ogni volta ch'io ſia inteſo da chi ben intende la lingua commune Italiana) ma ancora per che mal ſi può nel trattar delle ſcienze, & di queſta particolarmente, doue ſono termini proprij (che nõ ſi poſſono laſciare, nè eſprimer altrimenti, che con le medeſime voci de gl'Autori) attendere molto alla vaghezza del dire, & all'elettione delle parole, eſſendo più toſto neceſſario oſſeruar la proprietà, che la bellezza della locutione. Hò ben preſo ſicurtà in alcuni luoghi d'ampliare, & dichiarare più largamente il cõcetto ſuo, ſenza punto diſcoſtarmi (ch'io cre-

✠ 4 da)

da) dal vero ſenſo, recordandomi d'hauer molte volte ſentito dire alla P.V. che non era in tutto contenta d'hauer così ſeccamente paſſate molte coſe, che pareua à lei ricercaſſeno più ampia dichiaratione. Accettila dunque per ſegno della mia gratitudine, & della deuotione che tengo à lei, & alla ſua nobiliſſima, & ſanta Religione, dalla quale riconoſco, ſe alcuna virtù è in me, che mi faccia degno dell'affettione, & amor particolare ch'ella mi porta. Et con queſto fine le bacio le mani. Di Roma il primo di Marzo. M. D. LXXXVI.

Di V.P. molto Reuerenda

Seruidore

Lorenzo Caſtellano.

AL

AL LETTORE SALVTE.

ANCORCHE la cognitione di tutte le coſe Matematiche mi diletti sommamente, nondimeno prendo guſto particolare, & piacere incredibile dell'Aritmetica: & ciò auuiene non ſolo per vna certa ſua eccellenza, & dignità, ma ancora, perche ſenza l'Aritmetica, come io mi perſuado, niſſuna ſcienza, come ardiſce di dir Platone, ne la ſteſſa compagnia, & adunanza de gl'huomini ſi può conſeruare:

uare:

uare: imperoche occorre ogni giorno nelle facende, & ne' traffichi, con i quali quasi si mantiene l'amicitia, & congiuntione de gl'huomini, che bisogna dare, & domandar conto del riceuuto, & dello speso, far bilanci, diuidere vn numero vgualmente, ò disugualmente in più parti, seruando però vna certa proportione, far diuerse ragioni, nelle quali cose non è manco dannoso, che vituperoso, l'ingannare altri, che restar ingannato, onde benche troppo audacemente, fu però ben detto da Platone, che chi leuasse dal mondo l'Aritmetica, leuarebbe insieme ancora, & ogni prudenza, & ogni humanità, non si potendo conuersare senza quella ne le cose publiche, ne le priuate; anzi tutte l'altre scienze sono talmente fondate nell'Aritmetica, che non par che questa possa cadere, senza che quelle dalla sua rouina non restino grauemente dannificate, & guaste. Perche ne l'Astro-

logo,

logo, ne il Geometra farà al mondo probabili le sue speculationi, che habbino non solo la verità, ma ancora il diletto congiunto con l'vtile, se non hauerà bene impressa nell'animo la natura di tutti i numeri: Imperoche per ogni picciolo errore, che faccia nel computare, vedrà grandissima rouina dell'altre cose. Et per questo il Prencipe de gl'ingegni Platone voleua, che questa fusse, come prima porta di tutte l'altre dottrine, non solo perche quelle senza i numeri sono niente, ma ancora perche nel trattar de i numeri s'abbellisce l'animo, & si prepara à riceuere i semi di tutte l'altre scienze. Inuaghitomi dunque della bellezza di questa scienza, già tutto mi diedi ad inuestigare la natura di tutti i numeri per potere, come l'hauesse bene intesa, & capita coll'intelletto, illustrarla poi con le lettere, & ridurre li precetti dell'Aritmetica, & le regole dell'Algebra, (cosa

non

non da tutti ben intesa) de quali à pena trouerai cosa più bella ò più nobile al mondo, à certi capi, & più facili demostrationi, à fin che ogn'uno l'intendesse, & se gli facesse familiari. Cosa veramente bella, ma di molta fatica, & di molto tempo. Hora mentre vò riuedendo, & cerco di limare, & ripolire quest'opera, cominciai à mettere insieme per mio uso in un libretto separatamente tutte quelle cose, che in varij libri haueuo trouate sparse per hauerle alla mano, & per dichiararle a miei Auditori. Perche gl'Autori che fin quì hanno trattato dell'Aritmetica, ò con la moltitudine de' precetti hanno messo ogni cosa in confusione, ò con la breuità l'hãno di sorte fatta oscura, (in che non intendo però di far pregiuditio ad alcuno) che in questa scienza i principianti à pena trouano chi poter seguire per lor maestro, ò lor guida. Di questo libretto, essendo non sò co-

me

me uscito delle mie, & venuto in mani d'altri, fui pregato strettamente da persone d'autorità di far parte a molti, mostrandomi, che sarebbe utile assai, & caro a tutti li studenti, & particolarmente a quelli che frequentano le nostre Scole; all'utilità de' quali il non voler prouedere, non è cosa da huomo, che habbia dedicato se stesso, & ciò che hà, alla gloria di Dio, & al benefitio, & commodo del prossimo. Onde persuaso, & mosso dalle preghiere, & dall'autorità di questi, hò deliberato mandar fuora il presente libretto, qual desidero (lettore) che ti piaccia riceuere con quell'animo, col quale io lo dò, & che d'esso ti serui, fin che venga in luce quell'altra maggior opera, che piacendo à Dio spero sia per esser in breue. Stà sano.

TAVO-

TAVOLA

DE I CAPI DI QVESTA ARITMETICA.

Cap. I.

DEL modo di numerare li numeri intieri. à carte 1

Cap. II.

Del ſommare li numeri intieri. 5

Cap. III.

Del modo di ſottrarre vn numero intiero d'vn'altro intiero. 17

Cap. IV.

Del moltiplicare de i numeri intieri. 25

Cap. V.

Del partire de i numeri intieri. 37

Cap. VI.

Del modo di numerare i numeri rotti. 67

Cap. VII.

La ſtima,ò valore de i numeri rotti. 69

Cap. VIII.

Delli rotti di rotti. 74

Cap. IX.

Del modo di ridurre i numeri rotti à minimi numeri, ouero termini. 75

Cap. X.

Del modo di ridurre i numeri rotti ad vna medeſima Denominatione,& ad intieri, & gl'intieri à qual ſi voglia rotto, e finalmente i rotti di rotti à rotti ſemplici. 80

Cap. XI.

Del modo di raccorre i numeri rotti. 88

Cap. XII.

Del modo di ſottrarre li numeri rotti. 90

Cap. XIII.

Del modo di moltiplicare i numeri roti. 93

Cap. XIV.

Del modo di diuidere i numeri rotti. 96

Cap. XV.

Del modo di ineſtare i numeri rotti. 100

Cap. XVI.

Alcune queſtioncelle delli numeri intieri, & rotti. 110

Cap. XVII.

Regola del tre, che con altro nome ſuol eſſere chiamata, regola Aurea, ouero rego-

regola delle proportioni. 117
Cap. XVIII.
Regola del tre, che chiamano Euersa, ouero voltata all'indietro. 129
Cap. XIX.
Regola del tre composta. 133
Cap. XX.
Regola delle compagnie. 146
Cap. XXI.
Regola di Alligatione, ouero di ligamento. 173
Cap. XXII.
Regola del falso di semplice positione. 187
Cap. XXIII.
Regola del falso di doppia positione. 195
Cap. XXIV.
Delle progressioni Aritmetiche. 228
Cap. XXV.
Delle progressioni Geometriche. 240
Cap. XXVI.
Del modo di cauare la radice quadrata. 264
Cap. XXVII.
Del modo di approssimarsi più al vero nelle radici de i numeri non quadrati. 273

DEL

DEL MODO DI NVMERARE LI NVMERI INTIERI.

CAPITOLO PRIMO.

IL numerare è vn disporre, & ordinare qualunque numero proposto co i proprij caratteri, & figure: Et anco è vn' esprimere la valuta di qual si voglia numero co i proprij caratteri disposto, & ordinato.

Che cosa sia numerare.

Et per rappresentare tutti i numeri, vsano gli Aritmetici dieci caratteri, ò vero figure, cioè:

Dieci figure di numeri.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Delle quali figure le prime noue si domandano significatiue, perche ognuna di loro significa tante vnità, quante contiene il luogo, che ella nel proposto ordine tiene. Come per essempio, questa figura 6. significa sei vnità, perche è posta nel sesto luogo, & così di tutte l'altre. Ma la decima, & vltima, per se stessa niente significa, & si domanda cifra, ò zero: accresce però il significato, & il valore dell'altre figure, come da quel che seguirà, sarà manifesto.

In qual si voglia numero, che si scriue con più figure, tanti sono li luoghi, quante sono le figure, ò significatiue, ò nò: & il primo luogo, ò vero figura è quella, ch'è l'vltima verso la parte destra, & il secondo luogo, ò vero seconda figura è quella, che gl'è più vicina seguendo verso la banda sinistra: talche quel luogo, ò vero figura si dirà esser l'vltima, che sarà prima nella banda sinistra. Come quì 4352. la prima figura è 2. & l'vltima è 4. Ma se ciascuna di queste figure separatamente rappresentarà vn numero, in questo modo. 4. 3. 5. 2. la prima figura sarà 4. & l'vl-

Quãti luoghi si ãno in qual si voglia numero.

Prima, & vlt figura in qual si voglia numero qual le sia.

L'ordine de' luoghi in qualsiuoglia nu. p che si comin ci dalla bā da destra caminando verso la sinistra.

& l'vltima 2. La causa perche l'ordine de i luoghi, & delle figure in qual si voglia numero si cominci dalla banda destra, caminando verso la sinistra, è perche dicono l'Aritmetica essere stata ritrouata da' Fenici, quali vsano di scriuere dalla banda destra verso la sinistra, secondo il costume de gli Hebrei, Arabi, & Caldei.

Che significhi ciascuna figura in vn dato numero.

Ciascuna figura posta nel primo luogo rappresenta semplicemente se stessa: nel secondo luogo significa se stessa dieci volte: nel terzo cento volte: nel quarto mille volte: nel quinto diecimila volte: nel sesto cētomila volte, & cosi seguendo in infinito: Di maniera che i luoghi nell'ordine loro si superano l'vn l'altro in proportione decupla, cioè il primo è superato dal secondo dieci volte, & cosi il secondo dal terzo, il terzo dal quarto, &c. Come qui 34567 la prima figura cioè 7. significa solamente sette vnità: la seconda che è 6. sessanta vnità, cioè dieci volte sei: la terza che è 5. cinquecento vnità, cioè cento volte cinque; la quarta che è 4. quattromila vnità, cioè mille volte quattro; la quinta che è 3. trentamila vnità, cioè diecimila volte tre. Si che tutto quel numero s'haurà da proferire in questo modo; trentaquattromila, cinquecento, sessanta, sette. Nel medesimo modo si potrà proferire qual si voglia altro numero, se diligentemente si considerarà, quante volte ciascuna figura posta in diuersi luoghi significhi se stessa.

Le figure in qualsiuoglia num. nell'ordine loro si superano in p portion decupla.

Che s'habbi da osseruar per facilitare la numeratione.

Ma per facilitare la numeratione, sarà bene diuidere il numero in membri, in questo modo. Pongasi vn ponto sopra la prima figura da man destra, & doppo andando verso la sinistra, e lasciate due figure, pongasi vn'altro ponto sopra la figura che segue, posta nel quarto luogo. E cosi per ordine lasciando sempre due figure senza ponti, scriuasi vn ponto sopra quella che segue, come qui sotto vedrai.

. . . . .
42329089562800

Perche ciascuna figura sotto qual si voglia ponto con

con le due altre innanzi à lei verso la parte sinistra, constituisce vn membro; Talche ogni membro sia di tre figure, eccetto l'vltimo membro verso la parte sinistra, che alcuna volta può hauere vna figura sola, cioè posta sotto'l ponto: come auuerrebbe nel proposto essempio in cinque membri compartito, se si togliesse via l'vltima figura, che è 4. Et alcuna volta il medesimo membro ne può hauer due sole figure, come nel proposto essempio. Questi ponti si potranno anco porre di sotto'l numero, & haueranno il medesimo effetto.

Fatto questo, per esprimere ciaschedun numero, basta esprimere separatamente ogni membro da per se, del quale la prima figura significa vnità, la seconda decine d'vnità; & la terza centinaia: Ma dopò la pronontiatione di qualsiuoglia membro si debbe aggionger questa voce [Mille] tante volte, quanti membri seguitano quello che si pronuntia. Di modo però che la prima volta si dica migliaio, ò migliaia, & dipoi sempre si dica di migliaia, come hor hora sentirai.

Quel membro, che è l'vltimo verso la parte sinistra, è il primo ad esser proferito; & quello che è primo dalla parte destra, è l'vltimo: Cosi adunque si ha da proferire il numero poco fa proposto. Il primo membro che è quarantadue, si pronuntiarà cosi; quarantadue migliaia di migliaia di migliaia di migliaia; tal che questa voce [migliaia] si senta quattro volte per amor delli quattro membri, che seguono quel che è proferito.

Il secondo membro, cioè 329. cosi, trecento vintinoue migliaia di migliaia di migliaia.

Il terzo membro, che è o 8 9. cosi; ottantanoue migliaia di migliaia.

Il quarto membro, che è 562. cosi; cinquecento sessantadue migliaia.

Il quinto membro finalmente, cioè, 800. cosi; ottocento.

Ci si renderà ancora più facile la numeratione, se in luoin luogo del ponto si porrà o. & 1. in luogo del secondo, & 2. in luogo del terzo, & 3. in luogo del quarto, & così in infinito: si come si vede nell'istesso essempio qui sotto.

```
   4    3    2    1    0
  4 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 8 0 0
```

Imperò che in questa maniera facilmente s'intende, quante volte la voce [Mille] s'habbia à porre nel proferire di ciascun membro: Douendosi porre tante volte, quante vnità si contengono nella figura posta sopra il membro, che si deue proferire.

Hora se secondo il costume d'Italia vorremo vn migliaio de migliaia chiamare millione, con manco parole, & forse più significantemente, esprimeremo qual si voglia numero proposto, diuidendolo in maggiori membri, in questo modo. Sopra la prima figura da man destra si ponga o. & dipoi, lasciate cinque figure di mezzo, sopra la seguente figura, che tiene il settimo luogo, si ponga 1. & dopò questa, lasciate di nuouo cinque figure, si pōga 2. sopra la figura che occupa il terzodecimo luogo, & così successiuamente lasciate sempre cinque figure, si ponga 3. 4. 5. &c. Si come qui nell'essempio medesimo si vede fatto.

```
   2          1          0
  4 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 8 0 0
          .           .
```

Ciaschedun membro contiene sei figure, (eccetto l'vltimo che ne può hauer vna, due, tre, quattro, ò cinque solamente) le quali tutte insieme si hanno da proferire, & dopò la prolatione di qual si voglia membro, si deue aggionger tante volte la voce millione, quante sono l'vnità che si contengono nella figura posta sopra il membro. La prima volta però si dica millione, ò millioni, & dipoi sempre si dica di millio-

millioni: Et acciò ciascun membro più facilmente si proferisca, mettasi vn ponto sotto la quarta figura di quello, il quale significarà in quel luogo esser le migliaia.

Adunque l'essempio proposto di sopra in questo modo s'hauerà da proferire; Quarantadue millioni di millioni, trecento vintinoue migliaia di millioni, ottantanoue millioni, cinquecento sessantadue miglia, ottocento.

DEL MODO DI AGGIONGERE ò sommare li numeri intieri insieme. Cap. II.

L'aggiongere ò sommare, che cosa sia.

L'Aggiongere, ò sommare è raccorre due, ouero più numeri in vna somma.

Li numeri che si sommano, in che modo si hanno da collocare.

Li numeri che s'hanno da sommare insieme, si hanno da porre di tal maniera, che l'vno posto sotto l'altro, le prime figure rispondino trà di loro, & così le seconde, le terze, le quarte, &c. di modo che il mancamento d'esse, se pur vi sarà in qualche numero, si veda dalla banda sinistra, come dire, questi numeri da sommarsi, s'hanno da porre, come qui apparisce.

```
 710654
   8907
  56789
    880
 ------
 777230        8 X 8
```

In che modo si faccia la somma.

Et tirata dipoi vna linea sotto li numeri, che si deuono sommare, si raccorranno prima tutte le prime figure trà di loro, & il numero prodotto, se si potrà scriuere con vna sola figura, si porrà di sotto della linea, e sotto le prime figure; mà se si dourà scriuere il prodotto con due figure, si porrà la prima di quelle, & l'altra si serbarà per aggiongerla alle seconde figu re, re, che ſi doueranno ſommare trà loro. Doppo queſto nel medeſimo modo ſi raccolgono le ſeconde figure, aggiontoui prima quella, che era riſeruata, (ſe però alcuna è riſeruata,) & coſi delle terze, quarte, & l'altre. Ma ſe dalla raccolta dell'vltime figure ſi comporrà vn numero, che s'habbia da ſcriuere con due figure, ſi doueranno all'hora mettere tutte due ſotto la linea, ſenza riſeruatione alcuna, per eſſer finita tutta la raccolta da farſi. Come per eſſempio. Nelle prime figure delli propoſti numeri o. & 9. fanno noue, aggiongo 7. e fo 16 aggiongo quattro, e fo vinti. Pongo dunque ſotto le prime figure il o. & riſerbo 2. Da poi nelle ſeconde figure del 2. che hauemo ſerbato, & 8. ſi fanno 10. aggiongo 8. & ſi fanno 18. aggiongo o. & pur ſi fanno 18. aggiongo 5. & ſi fanno 23. Pongo dunque 3. ſotto le ſeconde figure, e riſerbo 2. Doppo queſto vò alle terze figure, doue del due che m'era riſerbato, & 8 fo 10. aggiongo 7. & fo 17. aggiongo noue & fo 26. aggiongo 6. e fo 32 Pongo dunque 2. ſotto le terze figure, & riſerbo 3. Di nuouo nelle quarte figure, del 3. che io haueuo riſerbato, & 6. ſi fa 9. aggiongo 8 & ſi fa 17. aggiongo o. & ſi fa pur 17. Pongo dunque 7. ſotto le quarte figure, & riſerbo 1. che aggiongo alle quinte figure, & fo 7. & pongo 7. ſotto le quinte figure, & non riſerbo niente. Vltimamente, perche nell'vltimo luogo ſi ritroua ſola queſta figura 7. la pongo ſotto la linea, & viene ad eſſer finita la ſomma. Et ſi come noi hauiamo raccolto le figure de i numeri, che s'hanno a ſommare inſieme, da giù in sù aſcendendo; coſi ancora ſi potranno raccorre in vna ſomma cominciando dalla parte ſuperiore deſcendendo à baſſo.

Che coſa ſi habbi à fare quando dalle figure d'vn luogo ſi raccoglie vn numero da

Et quando perauentura dalla raccolta delle figure d'vn luogo creſceſſe vn numero, che ſi douerà ſcriuere con tre figure, la prima figura ſi metterà ſotto quel luogo, & l'altre due ſi doueranno aggiongere alle due figure de' ſeguenti luoghi, cioè la prima di quelle alle figure del più propinquo luogo, & la ſeconda alle figure dell'altro luogo: ò vero ſi deue

douerſi ſcriuere con tre figure.

aggiongere alle figure del ſeguente luogo il numero eſpreſſo da quelle due figure riſerbate, come in queſto eſſempio ſi vedrà. Doue, perche dalle prime figure ſi fà queſto numero 102. ſi ſcriuerà la prima figura 2. ſotto il primo luogo, & la ſeconda o. s'aggiongerà alle figure del ſecondo luogo, & la figura terza 1. alle figure del terzo luogo; ouero tutto il numero riſerbato 10. ſi aggiungerà alle figure del ſecondo luogo acciò ſi poſſa raccorre il numero 15. del quale la figura 5 ſi porrà ſotto il ſecondo luogo, & la figura 1. s'aggiungerà alle figure del terzo luogo. Imperoche nell'vno & altro modo, ſempre ſi raccorrà il medeſimo numero. Queſto eſſempio tu vedi eſſer prouato per la proua del 9. della quale hor hora parlaremo.

6008
5009
4009
308
239
108
108
309
4128
3009
209
308
23752

1 X 1

Che ſi deue fare quando molti numeri ſono da raccorſi.

Ma farai molto bene, ſe quando ſaranno molti numeri da raccorre, gli diſtribuirai in più ordini, e raccorrai la sõma di ciaſcun ordine da per ſe. Perche ſe finalmente raccorrai inſieme tutte queſte ſomme, harai la ſomma raccolta da tutti li numeri dati, & fuggirai la moleſtia, che occorre neceſſariamente in tante figure da raccorre in vna ſomma.

6008	308	108	3009
5009	239	309	209
4009	108	4128	308
15026	655	4545	3526

Come ſe diuiderai il proſſimo eſſempio in quattro ordini, & le ſomme di ciaſcuno 15026. 655.

4545. 3526. ridurrai in vna,farai la ſomma 23752.la medeſima che prima haueui raccolta; come qui vedi. Et è chiaro non poterſi in queſto ſecondo modo coſi facilmente,errare come nel primo, perche in queſto non ſi raccolgano tante figure inſieme, quante in quello.

15026
655
4545
3526
23752

Prima proua del raccorre per la regola del 9. Sogliono gli Aritmetici, dopò che hanno finito di fare la raccolta delle figure, farne la proua,ſi come fanno anco di tutte le altre operationi, per conoſcer ſe è fatta bene, ò nò. Il che in quattro modi ſi può fare nella operatione del ſommare. Prima col gettar via tutti li 9. in queſto modo. Si leuino via li 9 di tutti li numeri, che ſi ſono ſommati inſieme, quante volte ſi può, & quel che reſta, ſi ponga à parte: Dipoi dalla ſomma raccolta ſi leui via anco il noue, quante volte ſi può, & quel che reſta ſi noti. Perche ſe queſto auanzo è vguale all'altro auanzo, che prima era reſtato, beniſſimo ſarà fatta la ſomma:ma eſſendo diſuguale, non ſarà ben fatta; onde biſognerà rifarla di nuouo, acciò l'error ſi corregga. Coſi tu vedi nel l'eſſempio primo di ſopra eſſere auanzato il numero 8.dopò di hauer leuati tutti li 9. tanto di tutti li numeri,che s'hanno ſommati inſieme,quanto dalla ſomma raccolta; il qual numero 8. è collocato in vna certa Croce fatta à queſto effetto.

In che modo da qual ſi voglia numero ſi leuano facilmente li 9. quante volte ſi può. Ma accioche facilmente ſi leuino via li 9. baſta che le figure de i numeri, come ſe tutte occupaſſero il primo luogo, ſi raccolghino trà loro,& ſubito che la ſomma arriua al 9 ò che paſſa il 9. di maniera che ſi ſcriua con due figure,ſi leuino 9. Il che faciliſſimamente ſi farà, ſe quelle due figure ſi raccolghino inſieme. Imperoche la ſomma ſarà quello che auanza, doppo d'hauere buttato via il 9. Dipoi queſto auanzo, o ſomma delle due figure, ſi raccolga con la ſeguente figura nel medeſimo modo,&c. Perche il numero 9.ha queſta mirabile proprietà,che ſe ſi raccolghino le figure di qual ſi voglia numero inſieme, & dalla

Mirabile proprietà del 9.

dalla ſomma ſi caui il 9. ouero quando queſta ſomma ſi ſcriue con due figure, quelle due figure ſi raccolghino in vna ſomma,tanto reſti,ouero ſi componga, quanto reſtaria, ſe ſi gittaſſe via il 9. di tutto il numero tante volte,quante ſi può. Come dire,ſe da queſto numero 38. ſi leuarà 9. quante volte ſi potrà, che ſarà quattro volte reſterà 2. eſſendo che quattro volte 9.faccino 36.& ſi dirai 3. & 8. (pigliando le figure ſeparatamente del medeſimo numero 38) fanno 11.& ne leui noue,ouero dirai,vno & vno,fanno due (pigliando ancora ſeparatamente le figure di queſto numero vndici poco fa compoſto)hauerai il medeſimo numero due che prima rimaſe. Coſi ancora ſe da queſto numero 41. ſi leuaranno li noue quante volte ſi potrà,che ſarà quattro volte, reſtarà 5. & ſe dirai, di 4. & vno (pigliando ſeparatamente le figure del numero quarant'vno,) ſi fa anco 5. Finalmente ſe dal numero 78. leuarai noue quante volte ſi potrà, cioè otto volte,reſtarà 6.& ſe dirai 7. & 8. fanno 15. & ne leui 9.dal 15.ouero dirai 1. & 5. fanno 6 hauerai tanto,quanto prima rimaſe.Et la medeſima ragione vale in tutti gli altri numeri.

Dunque accioche tu veda, come ſi deue fare la proua del ſommare, ne faremo eſperienza nel primo eſſempio in queſto modo.

710654			
8907	8	X	8
56789			
880			
777230			

7.& 1. fanno otto,aggiongendo 6.ſi fanno quattordici,cioè(leuato il 9.)5.perche 1.& 4. fanno 5.che reſtarebbono ſe di 14.ſi cauaſſe il 9.come s'è detto. Aggiongendo 5.a quel 5.ſi fanno 10.cioè 1.aggiongo 4. & fo 5.aggiongo 8. & fo 13. cioè 4. aggiongo 7. (laſciando il noue,il quale ſempre ſi laſcia, & non s'aggiongionge, (douendosi tornare dipoi à leuare) & fo 11. cioè 2. Aggiongo 5.& fo 7. Aggiongo 6.& fo 13, cioè 4. Aggiongo 7.& fo 11. cioè 2 Aggiongo 8.& fo 10. cioè 1. Aggiongo 8. (lasciando il 9. di mezzo, come s'è detto) & fo 9. cioè 0. perche li 9. s'hanno da buttar via. Et restano 8. li quali pongo in vna parte della Croce. Similmente nella somma prodotta di 7.& 7. si fà 14. cioè 5 Aggiongo 7. & fo 12. cioè 3. Aggiongo 2 & fo 5. Et vltimamente aggiongo 3.& fò 8. come prima, che pongo nell'opposta parte della Croce: acciò apparisca l'vgualità de i numeri, che sono restati, dopò hauer leuato via li 9.

La proua del 9. è fallace, e perche è fallaco.

Ma perche con questa regola non si leuano li 9. quante volte realmente si può, ma solamente per la detta proprietà del numero noue si troua il numero, che restaria, se tutti li 9 si leuassero via: Di qui è, che questa proua del noue è fallace, come apparisce nell'essempio qui posto, perche la somma raccolta è falsa, & niétedimeno la proua fatta per il 9. mostra che è ben fatta, conciosia, che nell'vna, & nell'altra parte auanzi l'vnità.

25	7
30	3
641	

1 X 1

Che se si leuaranno li 9. quante volte si potrà, subbito apparirà la falsità della detta somma; perche più volte si leua il noue dalla somma, che dalli numeri sommati. Però che in questa somma, che 64. ci si contiente il 9. sette volte, & ne auanza 1. imperoche 7. volte 9. fa 63. Ma nel numero 25. si contiene il 6. tre volte, & auanza 7. che pongo dalla parte destra; & nel 30. ci si contiene il noue tre volte, & auanzano 3. che pur noto dalla parte destra; talche dalli numeri sommati si caua il 9. cinque volte & auanzano 7 e 3. nelle quali figure ci si contiene il noue ancora vna volta, & auanza 1. Talche veramente dalli numeri aggionti si sarà leuato solamente sei volte il 9. & dalla somma raccolta sette volte. Onde non è marauiglia, che la somma sia falsa, ancor che

sempre

sempre vi sia auanzata l'vnità. Ma la somma vera sarebbe 55. nella quale si contiene il 9. sei volte, & auanza 1. si come nelli numeri sommati.

Nel medesimo modo, s'alcuno doppo la somma giustamente raccolta trasponesse alcune figure ouero interponesse alle figure della somma, ouero delli numeri sommati insieme, questa figura 9. ouero 0. quante volte vorrà, ouero queste due 7. 2. ouero 6. 3. ouero 4. 5. ouero 8. 1. sempre la proua mostrarebbe la somma esser ben fatta, il che pur non è vero. Perche da poi che questa operatione del sommare sarà fatta bene con la sua proua, & alcuno per malitia permutasse la somma così 1565. restarebbe ancora la proua nella sua forza, & nientedimeno la somma nõ sarebbe vera.

1425
230
1655

8 X 8

Il medesimo sarebbe, s'alcuno mutasse l'ordine delle figure ne i numeri che si sommano insieme, ouero interponesse questa figura 9. ouero 0. come qui apparisce.

14925
2309
10655

8 X 8

Perche s'vsi dall'Aritmetici la proua del 9. essendo che sia fallace.

Essendo vero questo, domanderà meritamente alcuno, perche adunque gli Aritmetici vsano questa proua del 9.? Alquale si risponde, che se bene per inganno, & malitia questa proua riesce falsa, si come chiaramente si vede ne gli essempij di sopra: nientedimeno non senza ragione gli sauij Aritmetici la vsano: perche niuno (che non voglia errare à posta) commetterà tal errore, che questa proua habbia luogo, ma solamente errarà dal giusto d'vna ò di due vnità. Di sorte che all'hora facilmente questa proua mostrerà esserui errore, & per questo douersi correggere la operatione del sommare. Perche chi sarà così pazzo, che raccolga quella vltima somma dalli due primi numeri? Finalmente se artificiosamente non s'acconciano li numeri in modo, che

buttati

buttati via li 9. sempre resti il medesimo, difficilmente ò molto di rado auuerrà, che questa proua riesca bene, eccetto quando non s'hauerà fatto errore nel raccorre de i numeri.

Secōda proua del raccorre per la regola del 7.

In vn'altro modo si fa la proua col gettar via li 7. in questa maniera. Si leuino li 7. da tutti li numeri, che si sono aggionti insieme, quante volte si può, & quel che auanza, si ponga da parte in vna banda della croce; Di poi dalla somma raccolta ancora si leuino li 7. quante volte si può, & quel che auanza, si ponga nell'altra parte della croce. Perche se questo auanzo sarà eguale à quell'altro primo, la raccolta delli numeri sarà fatta bene, ma se sarà ineguale, non bene. Mà li 7. si deuono leuare da ogn'vno delli numeri, che si sommano insieme, separatamente, & li residui si deuono porre dalla parte destra di quelli, & da detti residui in vna somma raccolti si deue ancora leuare li 7. & quest'vltimo auanzo si deue porre in vna parte delle croce.

In che modo si habbino da leuare via li 7 da qual si voglia numero.

Mà non si hanno da leuar li 7 nel medemo modo, che hauiamo detto del 9. non hauendo questo numero 7. la proprietà, che ha il 9. ma si deuono pigliare le due prime figure dalla parte sinistra, come se la prima d'esse significasse decine, & l'altra vnità, pur che la prima sia minore del 7. (perche se fosse 7. ò maggior di 7 bisognarebbe leuar il 7. di quella sola) & da quel numero che significaranno dette due figure, si hà da leuar il 7. quante volte si può, & pigliare l'auanzo per le decine, & à quello aggiongere la figura seguente per vnità, & da questo numero espresso dal detto auanzo, & dalla figura seguente di nuouo si deue cauar il 7. quante volte si può, & così di mano in mano. Come per essempio, dal numero 2379. così si cauaranno li 7. Dal 23. se si leuarà tre volte il 7. restarà 2. & se dal 27. (perche la figura 2. auanzata, & la figura 7. che segue, constituiscono questo numero 27.) si leuarà tre volte il 7. restarà 6. & finalmente se da 69. (ch'è il numero che si constituisce dalla figura 6. auanzata, & dalla figura 9. che

che segue) si leuarà il 7. quante volte si può, cioè noue volte, restarà 6, che ancor restarebbe, se si fossero leuati tutti li 7. dal dato numero. Nel medesimo modo da questo numero 783 così si leuaranno li 7. se dal 8. (perche il 7 si lascia, com'è stato detto, & dal 8. si leua il 7.) si caua 7 resta 1. Di nuouo se dal 13. si caua 7. resta 6. & così di tutti gl'altri.

710654	0
8907	3
56789	5
880	5
777230	

6 X 6

Di modo che faremo la proua dell'essempio posto di sopra in questa maniera.

Lasciata la figura 7. se dal 10. si leuano li 7. resta 3. & se dal 36. si leuano li 7. resta 1. & leuati li 7. dal 15. resta 1. & finalmente leuati li 7. dal 14. rimane 0. laqual figura pongo dalla parte destra del primo numero, tirata prima vna linea, che distingua li numeri che si sono sommati insieme, dalle figure che si deuono porre dalla parte loro destra. Di poi nel secondo numero leuato il 7. dal 8. resta 1. & leuati li 7. dal 19. riman 5. & leuati li 7. dal 50. resta 1. & vltimamente leuati li 7. dal 17. rimane 3. che pongo dalla parte destra. Di nuouo nel terzo numero leuati li 7. dal 56. rimane 0. Doppo lasciata la figura 7. & leuato il 7. dal 8. rimane 1. Et finalmente leuati li 7. dal 19. rimane 5. che scriuo dalla banda destra. Et finalmente nel quarto numero, leuato li 7. dal 8. rimane 1. & leuati li 7. dal 18. rimane 4, & leuati li 7. dal 40. rimane 5. che pongo dalla parte destra. Et perche 5. 5. 3. & 0. fanno 13. dal qual numero se si leuarà il 7. rimane 6. pongo 6. in vna parte della croce. Ma da questi auanzi più facilmente si leuarà il 7. se dirà 5. & 5. fanno 10. leuato

uato 7. remane tre, aggiongo 3. fa 6. come di sopra è stato detto nella proua del leuare il 9 Finalmente nella somma, lasciati da parte li 7. 7. 7. se dal 23. si leuarà il 7. quante volte si può, rimane 2. & se del 20. si leuaranno li 7. rimane 6. che pongo nell'altra parte della croce.

La proua del 7 è fal lace. ma nõ tanto quan to quella del 9. & perche.

Ma si come la proua per il 9. è fallace, come si è detto, cosi anco questa per il sette si troua vitiosa, perche non consideriamo, se tante volte habbiamo leuato il sette dalli numeri sommati, quante volte dalla somma raccolta; ma solamente, se si troua il medesimo auanzo nell'vna, & l'altra parte. Nondimeno nõ senza ragione da gli Aritmetici vien vsata questa proua, come l'altra del 9. per la causa già detta. Perche se alcuno non traspone li numeri per malitia, à pena si trouarà, ò rade volte il medesimo residuo nell'vna, & l'altra parte, se la raccolta non sarà ben fatta. Et molto più di rado auuerrà questo nella proua del sette, che in quella del noue; perche non cosi semplicemente, & alla grossa si leuano via li sette, come si fa de noue; ma si vsa non so che artificio di più. Talche non tanto facilmente può alcuno ingannare vn'altro, ò d'esser ingannato.

203	0
134	1
344	

1 X 1

In questo essempio qui posto la somma nõ stà bene, & pur la proua per il sette mostra che sia ben fatta.

Certezza che l'operatione sia bẽ fatta, sarà se tutte due proue per 9 & per 7. riescono.

Essendo tutte due queste proue, che si fanno per il noue, & per il sette fallaci, se vuoi esser certo, & sicuro di non hauer fallato nel sommare, fa tutte due proue. Perche gran caso sarebbe, che essendo la somma falsa, tutte due proue riuscissero, come l'esperienza ti mostrerà. Et questo voglio, che s'intenda ancora nelle operationi seguenti, cioè nel sotrarre, moltiplicare, & partire.

Questa tauola qui posta insegna, da quali numeri

li sette leuati lascino nulla, ouero o. accioche si renda più facile la proua per il sette à coloro che ne i numeri sono poco essercitati. L'vso della quale è questo. Se'l numero scritto con due figure, dal quale si deue cauare il sette si troua in questa tauola, niente restarà, dopò leuati li sette, si come li zeri, che sono all'incontro de i numeri di questa tauola, dimostrano; ma se non si troua il numero posto in questa tauola, s'hauerà da pigliar il numero minore à quello più vicino. Peroche la differenza tra questo & quello proposto restarà, doppo che saranno leuati li sette. Come se il numero proposto sara 69. si douera pigliare il numero 63. nella tauola, che differisce da 69. in 6. vnità. Leuati adunque li 7. da 69 rimane sei. Cosi ancora se'l proposto numero sarà 37. si pigliarà nella tauola il numero 35. il quale è superato dal 37. in due vnità. Leuati dunque li 7. dal 37. rimane 2. & cosi di tutti l'altri.

7	0
14	0
21	0
28	0
35	0
42	0
49	0
56	0
63	0

Terza proua de... corre per la regola del raccorre.

Terzo sogliono gl'Aritmetici far la proua della somma fatta cosi. Se la raccolta fatta de i numeri è stata cominciata dalle figure da basso, seguitando verso le superiori, essi la rifanno cominciando à contrario da quelle di sopra all'ingiù, & cosi all'incontro. Et se nel secondo modo si troua esser raccolta la medesima somma, che nel primo, non è dubbio che la somma sta ben fatta: perche pare che sia quasi incredibile, che se nel primo modo fosse fatto qualche errore, il medesimo riuscisse anco nell'altro, essendo state raccolte in vn'altra maniera le figure de i numeri in quest'vltimo modo, che nel primo. Percioche se forse hauerò errato nell'aggiongere queste figure 5. 2. 9. dicendo 5. & 2. fanno 7. aggiongendoui 9. fanno 16. non cosi facilmente cascarò nel medesimo errore à raccorli al contrario, dicendo 9. & 2. fanno 11. aggiongo 5. & fo 16. perche viene in qualche modo à variarsi l'operatione.

Si può queſta proua, che ſi fà ſommando li numeri in altro modo, ancora fare così. Diuidinſi li numeri che s'hanno da raccorre, in due o più ordini, & le ſomme di ciaſcheduno ſi raccolghino inſieme. Perche ſe da queſta ſomma farai vna ſomma, è neceſſario che queſta ſomma ſia eguale alla ſomma prima raccolta, ſe non s'è fatto errore. Come ſe il primo eſſempio ſi partirà in queſti due ordini, & le ſomme raccolte da quelli ſi ridurranno in vna ſomma,

710654	56789
8907	880
719561	57669

719561
57669
———
777230

come qui è ſtato fatto, s'hauerà la medeſima ſomma, che prima.

Quarto & vltimo, ſi ſuole far la proua della ſomma raccolta per la ſottrattione in queſto modo. Quando due numeri ſono raccolti, ſottraggaſi qual voi d'eſſi dalla ſomma raccolta: ilche come ſi faccia, inſegnaremo nel ſeguente capitolo. Perche ſe'l numero che reſterà di queſta ſottrattione, ſarà eguale all'altro numero ſommato, ſarà ſegno che non s'è errato nella raccolta. Peroche ſe 12. & 20. fanno 32. è neceſſario, che leuato 12. dal 32. reſti 20. ouero leuato 20. dal 32. reſti 12. Mà quando più numeri ſono aggionti, ſottraggaſi vno di quelli dalla ſomma, & tutti gli altri ſi raccolghino in vna ſomma: percioche ſe queſta ſomma ſarà eguale à quel l'auanzo, la ſomma ſarà fatta bene; ouero ſottratto il primo numero ſommato dalla ſomma, ſi ſottragga dal reſto il ſecondo, & da queſto auanzo il terzo, & così di mano in mano, eccetto l'vltimo: peroche, ſe l'vltimo reſiduo ſarà eguale all'vltimo de i numeri ſommati, non è dubbio, che la raccolta è ben

Quarta proua del raccorre per la regola del ſottrarre.

fatta: Et queſta proua è certiſſima, ſe bene è vn poco più lunga dell'altre.

DEL MODO DI SOTTRARRE *vn numero intiero d'vn'altro intiero.* *Cap. III.*

IL ſottrare vn numero d'vn'altro, è tor via d'vn numero maggiore vn'altro numero minore, ouero d'vno vguale, vn'altro vguale.

Il ſottrare che coſa ſia.

Et facilmente, qual de due numeri ſia maggiore, conoſcerai dalle lor vltime figure. Però che quel che
ha l'vltima figura maggiore, ſarà numero
maggiore Come di qſti due numeri, quel 3001234
di ſopra è maggior di quel da baſſo, per- 2986789
che l'vltima figura 3. del ſuperiore è mag-
giore, che l'vltima figura 2. dell'inferiore. Ma ſe l'vl
tima figura de due numeri ſaranno vguali, quello ſa
rà maggiore, del quale la penultima figura ſarà mag-
giore; & ſe ancora le penultime figure ſaranno vgua
li, quel numero ſarà maggiore, nel quale prima ſi ri-
trouerà vna figura maggiore. Come in queſti eſſem-
pij, nelli quali ſempre il nu- 445078 700001000
mero ſuperiore è maggiore 444896 700000999
dell'inferiore.

Il numero che s'ha da ſottrarre, ſi deue collocare talmente ſotto quello, dal quale ſi deue fare la ſottrattione, che la prima figura riſponda alla prima, & la ſeconda alla ſeconda, & la terza alla terza, &c. Di maniera tale che'l mancamento delle figure nel numero, che ſi ſottrae, ſe pure vi ſarà, appariſca nella parte ſiniſtra. Come ſe'l numero 40236. s'haurà da ſottrarre dal numero 3271589. ſi douerà porre in queſto modo.

Il numero che s'ha da ſottrar re in che modo s'ha da colloca re.

3271589
40236
———
3231353

B Tirata

La ſottrattione in che modo ſi faccia.

Tirata di poi vna linea ſotto quelli due numeri, ſi ſottrarranno tutte le figure dell'inferiore numero da tutte le figure del ſuperiore numero, cominciando però dalle prime figure; & quel che auanza, ſi porrà ſotto la linea ſecondo quell'ordine, che è ſtata fatta la ſottrattione. Et ſe nel numero ſuperiore alcune figure non haueranno figure correſpondenti nel numero inferiore, talmente che da quelle niente ſi poſſi ſottrarre; quelle ſi doueranno riporre ſotto la linea. Come per eſſempio, ſe dal 9. ſi ſottrae il 6. reſta 3. che ſcriuo ſotto la linea, & ſottratto il 3. dal 8. riman 5. & leuato 2. da 5. riman 3. & ſottratto o. da 1. riman 1. & vltimamente ſottratto 4. da 7. riman 3. Et perche dalle figure 2. & 3. niente ſi leua, ſi doueranno quelle riporre col medeſimo ordine ſotto la linea.

Che coſa ſia da farſi quando la figura inferiore è maggiore, che la ſuperiore.

Ma quando alcuna figura del numero inferiore ſarà maggiore di quella del ſuperiore riſpondente, in modo tale, che la ſottrattione da quella non ſi poſſa fare, ſi deue oſſeruare queſta regola. Pigliſi in preſto vn'vnità dalla proſſima figura ſuperiore verſo la ſiniſtra, che ſignificarà dieci riſpetto di quella figura, dalla quale non ſi può far la ſottrattione: di poi à queſta vnità ſi aggionga la figura, dalla quale ſi doueua fare la ſottrattione, & ſi farà vn numero che ſi ſcriuerà con due figure, dal quale ſi ſottrarrà quella figura del numero inferiore; ma all'hora quella figura, dalla quale è ſtata pigliata in preſto l'vnità, valerà vna vnità manco, che prima. Et ſe quella figura ſuperiore ſarà o. pigliaremo in preſto l'vnita da quella figura verſo la parte ſiniſtra più proſſima al o. che ſignificarà 100. vnità, riſpetto di quella figura, dalla quale non ſi poteua far la ſottrattione, & all'hora in luogo della figura o. s'hauerà da porre con la mente la figura 9. & quella figura, dalla quale è ſtata pigliata in preſto l'vnità, valerà vna vnità mãco, che prima. Così ancora ſe più o. precederanno quella figura, dalla quale douiamo pigliar in preſto l'vnità s'haueranno tutti quei o, da imaginarſi come 9. & quella

quella figura che hauerà dato in preſto l'vnità, d'vna vnità minore. Il che tutto ſarà chiaro in queſto eſſempio.

4500026304827
3929034567892
570991736935

Primamente leuato ouer ſottratto il 2. dal 7. rimane 5. Dopò perche il 9 non ſi può ſottrarre dal 2. pigliaremo in preſto vna vnità dal 8. & così ſottratto 9 dal 12. (il qual numero ſi fa dall' 1. che hauiamo pigliato in preſto, & dal 2.) riman 3. Di nuouo, perche l'8. dal 7. (eſſendo che la figura ſuperiore 8. per hauer dato in preſto vn'vnità, non vale ſe non 7) non ſi può cauare, pigliaremo in preſto vn'vnità dal 4. & così cauato 8. da 17 riman 9 Dipoi perche ſette dal tre, (conciosia che la figura 4. per l'vnità, che ha impreſtata, vale ſolamente 3.) non ſi può cauare, pigliaremo in preſto vn'vnità dal 3 dopò il o. ma perche queſt'vnità vale 100 riſpetto della figura 3 dalla quale non ſi può fare la ſottrattione, & noi hauemo biſogno ſolamente di 10. è neceſſario che ſe dal cento pigliaremo in preſto 10. rimanga 90. Di qui naſce che la figura tre, vaglia ſolamente due, & ſopra il o. biſogna imaginarſi la figura noue, che ſignifica nouanta, riſpetto della figura, dalla quale non ſi poteua far la ſottrattione: talche leuato ſette da 13. riman ſei, & cauato ſei dal noue (hauendo noi detto, che ſopra il o. ci ſi doueua imaginare 9. con la mente) riman 3. Et perche 5. da due non ſi può cauare, (perche la figura 3. vale ſolamente 2. come hauiamo detto) pigliaremo vn'vnità in preſto dal 6. & ſottrarremo il 5. dal 12. & rimarrà 7. Poi ſottratto il 4. dal 5. (perche la figura 6 val 5. per l'vnità, ch'ha impreſtata) riman 1. Et perche il 3. di nuouo non ſi può leuare dal 2, pigliaremo vn'vnita in preſto dal 5. ma conciosia che queſta vnita riſpetto della figu- ra ra 2. dalla quale non si poteua fare la sottrattione, vale 10000. & noi solo hauemo bisogno di 10. è necessario che se dal 10000. pigliaremo in presto 10. restino 9990. & di quì è che si fa che la figura 5. vaglia solamente 4. & sopra ognuno delli zeri, ci douiamo imaginare che sia vna figura di 9. in questo modo 999. Perche queste 999. significano 9990. rispetto della figura 2. dalla quale la sottratione non si poteua fare. Talche leuato 3. da 12. riman 9. & sottratta la figura 0. dal 9. (la qual figura dicemmo douersi imaginare esser posta sopra il 0.) riman 9. & sottratto 9. da 9 (la quale figura 9. ancora ci l'hauemo imaginata sopra il 0.) riman 0. Cosi sottratto 2. da 9. (perche sopra'l 0. di nuouo ci douemo imaginare esser posta la figura 9.) riman 7. Ma perche il 9. non si può sottrarre dal 4. (perche la figura 5, vale 4. per l'vnita imprestata) pigliaremo in presto vn'vnità dal 4. & sottrarremo il 9 da 14 & rimane 5. Finalmente sottratto 3. da 3. (perche la figura 4. per l'vnità imprestata vale solamente 3.) riman 0. la quale figura 0. perche è l'vltima in questo essempio, & niente perciò significa, si deue lasciar da parte, senza scriuerla altrimente.

Più facil regola di sottrarre, quando la figura inferiore è maggiore della superiore.

Questa regola ch'habbiamo detto, è vsata da molti Aritmetici, ma noi molto più facilmente così l'insegnaremo. Quando la figura inferiore è maggior della superiore, piglisi la differenza che è trà essa, & il 10. & à questa differenza s'aggionga la figura superiore, dalla quale la sottrattione non si può fare, & tutta la somma si scriua sotto la linea, perche questa somma auanzarebbe, se quella figura maggiore si leuasse dal numero composto dal 10. & da quella figura superiore, dalla quale non si può fare la sottrattione, non altrimente, che se fusse pigliata l'vnità in presto: essendo che quella figura maggiore si sottragga prima dal 10 per hauere la differenza tra'l 10. & quella figura maggiore, di poi à questo auanzo, ò differenza s'aggionga la figura superiore. Doppo questo acciò non siamo sforzati di leuare cō

l'ima-

l'imaginatione l'vnità della figura superiore, dalla quale è stata virtualmente l'vnità pigliata in presto aggiongeremo alla figura inferiore, che prossimamente verso la parte sinistra segue, vna vnità, & questa somma dalla figura superiore (senza leuar prima da essa alcuna vnità) sottrarremo. Perche sempre sarà la medesima differenza trà la figura inferiore, & superiore, ò che dalla superiore si leui l'vnità, & alla inferiore niente s'aggionga, ò che dalla superiore niente si leui, & all'inferiore s'aggionga l'vnità. Come in queste due figure 7. & 4. se dal 7. si leua l'vnità, sarà 2. la differenza trà il resto 6. & 4. & se dal 7. niente si leua, ma al 4. s'aggionga l'vnità, la medesima differenza 2. sarà tra'l 7. & 5. Et in questo modo ogni volta, che si farà mentione della differenza tra'l 10. & la figura inferiore, la quale dal numero superiore nō può esser sottratta, si hauerà d'aggionger l'vnità alla figura prossima del numero inferiore verso la parte sinistra. Ma questo si farà più chiaro nel medesimo essempio, che qui repetito habbiamo.

$$
\begin{array}{r}
4500026304827 \\
3929034567892 \\
\hline
570991736935
\end{array}
$$

Primamente, sottratto 2. da 7. riman 5. Ma perche'l 9. non si può sottrarre dal 2. sottrarremo 9. dal 10. & à quella vnità che resta (che è la differenza trà 10. & 9.) aggiongeremo 2. & haueremo 3. per l'auanzo, che si scriuerà sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 8. che segue, aggiongeremo vn' vnità per amor di quella differenza tra 10. e 9. & faremo 9. il qual 9. perche di nuouo non si può sottrarre dal 8. sottrarremo 9. da 10. & all'vnità che resta (che similmente è la differenza trà 10. & 9.) aggiongeremo 8. & haueremo 9. che porremo sotto la linea.

 Il che

Il che fatto, ſubito alla ſeguente figura 7. aggiongeremo 1. per cauſa di quella differenza, che è trà 10 & 9. & faremo 8. Il quale perche dal 4. non ſi può ſottrarre, ſottrarremo 8. da 10. & à quel che auanza, che è 2. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 8.) aggiongeremo 4. & haueremo 6. che ſi porrà ſotto la linea. Dipoi ſubito alla figura inferiore 6. aggiongeremo 1. per cagion di quella differenza, che è tra il 10. & 8. faremo 7. Il quale perche non ſi può ſottrarre dal 0. lo ſottrarremo dal 10. & al reſto 3. (cioè alla differenza trà 10. & 7.) aggiongo 0. & fo pur 3 che metto ſotto la linea. Di nuouo alla figura inferiore 5. aggiongo 1. (per amor di quella differenza, che è trà 10. & 7.) & fo 6 il quale perche non ſi può ſottrarre dal 3. lo ſottraggo dal 10. & al reſto, che è 4 (cioè alla differenza, che è tra il 10. & 6.) aggiongo 3. & fo 7. che ſcriuo ſotto la linea. Fatto queſto, ſubito alla figura inferiore 4 aggiongo 1. (per cauſa della detta differenza, che è trà il 10. & 6.) & fo 5. il quale ſottratto dal 6 riman 1 Et perchè in queſta vltima ſottrattione non è ſtata fatta mentione della differenza tra il 10. & 5. Conciosia che il 5. s'è potuto ſottrarre dal 6 non aggiongo altrimente 1. alla figura inferiore 3. ma perche non ſi può ſottrarre 3. dal 2. ſottraggo dal 10 & al reſto che è 7.

4500026304827
3929034567892
———————
570991736935

ouero alla differenza trà 10. & 3. aggiongo 2. & fo 9. che s'ha da porre ſotto la linea Doppo queſto ſubito alla figura inferiore 0. aggiongo 1. (per amor della defferenza detta trà il 10. & 3) & fo 1. Et perche 1. non ſi può ſottrarre dal 0. leuo 1. da 10 & al reſto che è 9. (cioè alla differenza trà il 10 & 1) aggiongo 0. & fo pur 9. che pongo ſotto la linea. Di poi ſubbito aggiongo di nuouo 1. alla figura noue inferiore

inferiore (per cagion di quella differenza, ch'è tra'l 10. & 1.) & fo 10. il quale perche non ſi può ſottrare dal 0. lo cauo dal 10. & al reſto che è 0. (ouero alla differenza, che è tra 10. & 10) aggiongo 0. & ne fo pur 0. che è il reſto da porſi ſotto la linea. Di nuouo ſubito alla figura inferiore 2. aggiongo 1. (per conto di detta differenza trà 10. & 10.) & fo 3 il quale, perche non ſi può ſottrare dal 0 lo ſottrago dal 10. & al reſto, che è 7. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 3.) aggiongo 0. & fo 7. che pongo ſotto la linea. Inoltre di ciò ſubito aggiongo 1 alla figura 9. inferiore (per conto della differenza tra 10. & 3) & fo 10. il quale perche dal 5. non ſi può ſottrare, lo cauo dal 10. & al reſto 0. (cioe alla differenza tra 10. & 10) aggiongo 5. & fo pur 5. che reſta per ſcriuerlo ſotto la linea. Finalmente ſubito alla figura 3. inferiore aggiongo 1. (per amor di quella differenza tra 10. & 10.) & fo 4. il quale cauato da 4. riman 0. la qual figura 0 perche è ſuperflua nel principio del numero dalla parte ſiniſtra, laſciamo; conciosia che mettendocela à nulla ſeruirebbe,

per 7.	*Altro eſempio.*	per 9.
5 X 5	4000134 | 67823 | 0 ——— 3932311 | 5	3 X 3

In queſto eſempio perche leuate tutte le figure inferiori dalle ſuperiori riſpondenti, s'haueria d'aggiongere l'vnità alla figura ſeguente inferiore, la quale non v'è, riporremo l'vnità con l'imaginatione nel ſeguente luogo, la quale perche non ſi può ſottrarre dal 0. la ſottraremo dal 10. & reſterà 9 che ſcriueremo ſotto la linea: & di nuouo con la mente ſi deue mettere 1. nel ſeguente luogo, & dal 4. cauarlo, per hauer l'auanzo 3, da porre ſotto la linea.

Ma se vn numero da piu numeri, ouero piu numeri da piu numeri, ò da vn numero s'hauera da sottrarre, auanti che si faccia la sottrattione, s'hanno prima da raccorre insieme in vna somma quelli piu numeri, dalli qualli s'hauerà da fare la sottrattione, & ancora quelli numeri, li quali si deuono sottrarre.

Prima proua del sottrarre per la regola del 9.

La proua della sottrattione è di quattro sorti: la prima si fa con leuar il 9. Peroche se dal superior numero, dal quale è stata fatta la sottrattione; si leuarà il 9. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto; che si doueua fare nel sommare de i numeri, & quel che auãza collocaremo in vna parte della croce, è necessario, se non s'è fallato nella sottrattione, che resti il medesimo numero, se si butterà via il 9. quante volte si può dal numero sottratto & insieme da quel che è restato. Cosi tu vedi nel sopradetto prossimo essempio da man destra il residuo sempre esser 3. ò che tu leui il 9. quante volte si può dal numero 4000134 dal qual'è stata fatta la sottrattione, ò che lo leui dalli numeri 67823. 3932311. insieme, de' quali quello è stato sottratto, e questo auanzato della sottrattione.

Seconda proua della sottrattione per la regola del 7.

La seconda proua si fa col gittar via il 7. Perche se dal numero, dal quale è stata fatta la sottrattione; si leuarà 7. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto nel sommare de i numeri, che si doueua buttar via il 7. & quel, che auanza, si porrà in vna parte della croce, è necessario, se la sottrattione sarà fatta bene, che auanzi il medesimo numero, se si buttarà via il 7. quante volte si può, dal numero sottratto, ponendo il resto dalla banda destra di quello, & dal numero che auanza della sottrattione, ponendo ancora il resto dalla parte destra di quello, & finalmente questi due resti posti dalla parte destra si raccorranno insieme in vna somma, & da quella somma si leuarà il 7. quante volte si può, se si potrà cauare. Cosi nel medesimo essempio di sopra, leuato il 7. quante volte si può; dal numero 4000134. rimane 5. & leuati ancora li 7. dal 67823. riman

riman o. & leuati li 7. dal 3932311. riman 5. il che aggionto al o. farà ancor 5. si come si vede nella croce posta dalla parte sinistra del detto essempio.

Ma l'vna & l'altra di queste proue è fallace, s'alcuno per inganno ò malitia trasporrà li numeri, ouero rimetterà altri numeri, si come habbiamo detto nel sommare de' numeri.

Terza proua della sottrattione per la regola del raccorre.

La terza proua si fà per il sommare. Perche se tu aggiongi al numero sottratto il numero che auanza, di necessità si vien'à rifare il numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, come in questo essempio vedi.

Il numero, dal quale si fà la sottrattione.	60123
Il numero sottratto.	45678
Il numero che auanza.	14445
La somma raccolta dal numero sottratto, & dall'auanzato.	60123

Quarta proua della sottrattione per la sottrattione.

La quarta proua si fà per la sottrattione. Imperoche fatta la sottrattione, se tu leuarai dal medesimo numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, l'auanzo, necessariamente restarà il numero sottratto. Come nel prossimo essempio, se il numero 14445. che auanzò, cauarai dal numero 60123. l'auanzo sarà il numero sottratto 45678. come qui si vede manifestamente.

$$\begin{array}{r} 60123 \\ 14445 \\ \hline 45678 \end{array}$$

Queste due vltime proue sono certissime, & non possono fallare mai, nè ammettere fallacia, ò fraude alcuna.

DEL MOLTIPLICARE DE i numeri intieri. Cap. IV.

MOltiplicare vn numero per vn'altro, è vn'ammassare & pigliare l'vno di quelli tante volte quante vnità l'altro contiene. Come il moltiplicare 6. per

6.per 5.ouero 5.per 6. è vno ammaſſare ò ammontonare inſieme il 6. cinque volte, ouero il 5.ſei volte; che nell' vno & nell'altro modo troueremo ſempre 30. nel detto ammaſſamento; Et queſto ſi chiama moltipiicare. Tal che il numero prodotto dalla moltiplicatione d'vn numero in vn'altro, conterrà tante volte qualunque de'numeri moltiplicati, quante volte l'altro contiene l'vnità. Come nel detto eſſempio è manifeſto. Onde è, che la moltiplicatione ſi può anco deſcriuere così. La moltiplinatione d'vn numero per vn'altro, è vn ritrouamento d'vn numero il quale tante volte l'vno d'eſſi contenga, quante volte l'altro contiene l'vnità.

Accioche ogni moltiplicatione ſi faccia più ſpeditamente è neceſſario ſapere, qual numero ſi produca dalla moltiplicatione di qual ſi voglia figura numerale in qual ſi voglia altra figura; come dal 7 nel 8.ouero dal 8. nel 7. Coſi ancora dal 7. nel 9. ò dal 9. nel 7. &c. Perche ſe ſaprai ben far queſto non ſentirai alcuna fatica ouero difficultà nella moltiplicatione. Il che s'impara tuttauia più col continuo eſſercitio, che con alcuna regola. Trà tanto però grandemente ti ſeruirà la ſeguente tauola, che ſuol eſſer chiamata Pitagorica, forſe per queſta cauſa, perche Pitagora ne foſſe inuentore, ouero perche habbia in eſſa marauiglioſamente eſſercitato li ſuoi ſcolari.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	18	21	24	27	30
4	8	12	6	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

La

Il modo di fabricare questa tauola di Pitagora.

La compoſitione di queſta tauola è faciliſſima,
perche la prima linea cominciando dall' vnità, & ſe-
guitando per la continua aggiontione dell'vnità ſe
ne và fino al 9. Come dire, Dal 1. & 1. ſi fa 2.dal 2.
& 1. ſi fa 3.dal 3 & 1.ſi fa 4.&c. La ſeconda linea co-
mincia dal 2. & ſeguita per la continua aggiontione
del 2. Come dire, Dal 2. & 2.ſi fa 4. dal 4. & 2. ſi fa
6.dal 6 & 2.ſi fa 8 &c. & coſi anco la terza linea pi-
glia il ſuo principio dal 3. & per la continua aggion-
tione del 3. procede, & coſi tutte l'altre linee ſono
compoſte nel medeſimo modo: perche ciaſcuna ca-
mina per il continuo accreſcimento di quel nume-
ro, dal quale comincia.

L'vſo della tauola Pitagorica

L'vſo di queſta tauola in quanto à quello, ch'ap-
partiene alla moltiplicatione, (ancorche habbia in-
finiti altri vſi) è queſto. Propoſte due figure da mol-
tiplicarſi trà di loro, ſe l'vna ſe ne pigliarà nella ſu-
periore linea, & l'altra nel lato ſiniſtro, & in quella
linea ſi caminerà all'ingiù, & in queſto lato verſo
la man deſtra, trouerasſi nel commun cócorſo d'eſſe
figure il numero prodotto dalla moltiplicatione di
eſſe. Coſi vedi dalla moltiplicatione del 7 in 8.o. del
8.in 7.eſſere prodotto 56. Et dal 8.in 8. eſſer prodot-
to 64 & coſi de gli altri.

Regola di moltiplicare vna figura in vn'altra.

Ma ſe queſta ſorte di tauola non ſarà coſi alle
mani, ſi potrà vſare queſta regola. Scriuaſi vna figu
ra ſotto l'altra, & la diſtanza, ouero differenza del
l'vna & l'altra dal 10 ſi ponga dalla banda deſtra.
Dipoi queſte diſtanze ſi moltiplichino trà di loro.
Peroche il numero prodotto, ſe ſi ſcriue con vna fi-
gura, darà la prima figura della ſomma, che s'ha da
produrre dalla moltiplicatione delle figure; ma ſe ſi
ſcriue con due figure, ſi douerà ſerbare la figura del-
le dicine, & por la prima per la prima figura della
ſomma che s'ha da produrre. La ſeconda figura di
queſta medeſima ſomma s'hauerà, ſe ſi caua la diſtan-
za di qualſiuoglia delle due figure dall'altra figura,
& à quello che auanza, ſi aggiunga la figura delle
dicine riſerbata, ſe alcuna ve ne ſia riſerbata. Ouero

ſe le

se le figure proposte s'aggiongeranno tra di loro aggiongendo prima la figura delle dicine riserbata,(se vi sarà) la prima figura di questa somma , buttando via la seconda figura delle dicine,come superflua,ci darà la secōda figura della somma, che s'ha da produrre. Con gl'essempij la cosa si chiarirà meglio.

9.	1.	8.	2.	7.	3.
8.	2.	8.	2.	6.	4.
7	2	6	4	4	2

Nel primo essempio le figure,che s'hanno da moltiplicare,sono 9. & 8. & le distanze loro dal 10.sono 1.& 2,le quali tra loro moltiplicate,(la qual moltiplicatione sarà facilissima , conciosia che le distanze dal 10.siano minori delle figure,che s'hanno da moltiplicare. Percioche di queste si deue intendere la presente regola)dicendo vna volta 2.ouer due volte 1. fa 2.la qual figura scriuo sotto le distanze per la prima figura della somma,che s'ha da produrre; Poi leuata la distanza 2. dal 9. ouero la distanza 1. dal 8. riman 7.la quale figura scriuo sotto le figure per la secōda figura della somma,che s'ha da produrre. La qual seconda figura ci sarà ancora data dalla prima figura della somma delle figure 9. & 8.ch'è 17.buttata via la secōda figura 1.come al tutto inutile à questo negotio.Tal che la moltiplicatione di queste figure 9.& 8.sarà 72.

Nel secondo essempio le figure proposte sono 8. & 8.le distanze di quelle dal 10. sono 2.& 2.Queste se trà di loro saranno moltiplicate, dicendo 2 via 2. haueremo 4. per la prima figura della somma , che s'ha da produrre,Poi leuata la distanza,qual voi,dal 8.riman 6.per la seconda figura. La quale ci sarà ancor data dalla figura prima della somma di 8. & 8. ch'è 16.lasciata la seconda figura 1.come superflua. Adunque le figure 8.& 8.moltiplicate trà di loro saranno 64.

Final.

Finalmente le figure date nel terzo essempio sono 7. & 6 le distanze delle quali dal 10. sono 3.& 4. Queste trà di loro moltiplicate , dicendo 3. via 4.ouero 4. via 3.fanno 12.Adūque la prima figura della somma, che s'ha da produrre, sarà 2. & la figura seconda 1.del prodotto 12.si deue serbare: Dipoi leuata la distanza 4.dal 7.ouero la distanza 3.dal 6.riman 3.che se l'aggiongeremo la figura 1. riserbata , faremo 4. per la seconda figura della somma, che s'ha da produrre.la quale ancora ci sarà data dalla prima figura della somma di 7.& 6.aggiontaui prima l'vnità riserbata,che è 14. lasciata in tutto la seconda figura 1. Si produrrà adunque 42. dalla moltiplicatione del 7.per 6.ouero del 6.per 7. La medesima ragione, & regola è in tutte l'altre figure,pur che la somma delle due figure proposte sia maggiore che 10. altrimente le distanze di quelle dal 10 sarebbono maggiori d'esse figure , & per ciò più facilmente si moltiplicarebbono le figure,che le distanze. Ma meglio farai,se con l'vso, & essercitio impararai à mente questa sorte di moltiplicatione di figure trà di loro , che voler andare ogni volta ricorrere alla tauola Pitagorica , ò à questa regola.

In che modo s'hanno da porre li numeri che si deuono moltiplicare.

Hora proposti due numeri da douersi moltiplicare trà di loro , s'hauerà da scriuere il minore sotto il maggiore, in modo però tale,che la prima figura risponda alla prima,& la seconda alla seconda , &c. si come habbiamo detto nel raccorre , & sottrarre de' numeri . La qual cosa non è però necessaria al tutto, potendosi ancora scriuere il maggiore sotto il minore , pur che si serui l'ordine detto delle figure . Come douendosi moltiplicare il numero 4300678. per il numero 600394. si doueranno collocare detti numeri in vno di questi due modi , benche il primo sia più in vso .

4300678	ouero	900394
600394		4300678

Ma

Ma insegniamo prima, in qual modo vn numero si moltiplichi per vna sola figura, perche cosi più facilmente s'intenderà, in che modo vn numero per vn altro numero si deui moltiplicare.

In che modo vn numero si moltiplichi p vna figura.

Quando dunque alcun numero hauerà da esser moltiplicato per vna figura sola, si suole sempre questa figura moltiplicante scriuere sotto la prima figura del numero che si moltiplica. Per essempio, se s'hauerà à moltiplicare il numero 600394. per 8. cosi starà l'essempio. Et la moltiplicatione si farà, se la figura 8. si moltiplicarà per tutte le figure del numero 600394. cominciando dalla parte destra, & venendo verso la sinistra, & scriuendo ogni numero prodotto sotto la linea, la quale se tirerà sotto li numeri, che si moltiplicano in tal modo però, che s'alcun numero prodotto si scriuerà con due figure, la prima di quelle si ponga, & la seconda si serbi per aggiongierla al seguente numero prodotto: cioè in questo modo.

600394.
8.
——
4803152.

5
4 X 8
5

Prima moltiplico 8. per 4. dicendo 8. via 4. ouero 8. volte 4. fa 32. pongo 2 sotto il 4. & riserbo 3. dipoi dico 8 via 9. fa 72 & aggionto il 3. serbato, fa 75. pongo 5. sotto il 9 & serbo 7. Dipoi 8. via 3. fa 24 aggionto 7. ch'era riserbato, fa 31. pongo 1. sotto 3. & serbo 3. Dopo 8. via o. fà o. & aggionto il 3. riserbato, fa 3. qual pongo sotto il o. & niente riserbo. Di nouo dico 8. via o. fa o al quale, perche niente m'auanzò, niente si deue aggiongere, pongo dunque o. sotto o. & niente mi riserbo. Vltimamente 8 via 6. fa 48 al quale, perche niente m'auanzò, niente aggiongo, pongo dunque tutto questo numero sotto la linea, perche la moltiplicatione è finita, poi che non vi resta altra figura da esser moltiplicata per

per 8. Talche se moltiplicaremo tutto il numero 600398. per 8 ne faremo questo numero 4803152. & in questo modo moltiplicarai ogni numero per qual si voglia figura.

In che modo si moltiplicarà vn numero p vn' altro numero scritto con più figure.

Ma se si hauerà da moltiplicare vn numero per vn'altro numero, tirisi sotto essi disposti, & ordinati, come hauiamo detto, vna linea retta. Dipoi ciascuna figura del numero inferiore si moltiplichi per tutte le figure del numero superiore, come poco fà, hauiamo insegnato, osseruando solamente questo con diligenza, che il numero prodotto da qualunque figura del numero inferiore moltiplicata per la prima figura del numero superiore, sia posto sotto quella figura del numero inferiore, per la quale il numero superiore si moltiplica, & gl'altri numeri prodotti dalla moltiplicatione della medesima figura del numero inferiore per l'altre figure del numero superiore si mettano di man in mano secondo il suo ordine, verso la parte sinistra.

Così tu vedi esser stato fatto in questo essempio, nel quale quattro ordini di numeri sono stati constituiti dalli numeri prodotti.

per 9. | per 7.

4
1 X 4
4

4300678
600394
——————
17202712
38706102
12902034
25804068
——————
2582101267132

2
4 X 4
2

Percioche tutto il numero prodotto dalla moltiplicatione del 4. in tutte le figure del numero superiore, ha la prima sua figura sotto 4. Cosi ancora il numero prodotto dalla moltiplicatione del 9. in tutte le figure del numero superiore, ha la prima sua figura

figura ſotto 9 Per la medeſima ragione la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 3. in tutte le figure del numero ſuperiore, e poſto ſotto 3. Vltimamente la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 6. in tutte le figure del numero ſuperiore, è poſto ſotto il 6. & tutte l'altre figure procedano con il ſuo ordine verſo la parte ſiniſtra.

Et perche la figura o. coſi moltiplicando, come ancora moltiplicata, ſempre produce o. perciò habbiamo nel numero inferiore laſciati li due zeri, ſenza moltiplicarle nel numero ſuperiore, perche ſempre hauerebbono produtto o. Il medeſimo ſi farà ogni volta che nel numero inferiore ſaranno alcuni zeri; perche quelli ſempre laſciaremo, & andaremo à pigliare la proſſima figura ſeguente ſignificatiua. Ma non però ſono da laſciare li zeri del numero ſuperiore, ſe vi ſaranno; perche ſe bene moltiplicate per le figure ſignificatiue del numero inferiore producano o. nondimeno auuiene ſpeſſo, che à quel o. produtto s'habbia d'aggionger qualche coſa, cioè quello, che nella precedente moltiplicatione ſarà ſtato riſerbato, & quello ſi deue riporre ſotto la linea, in luogo del numero prodotto. Anzi ancorche non ſia riſerbato niente, ſi dourà porre nondimeno la figura o. ſotto la linea, in luogo del numero prodotto. Le quali coſe tutte nelli eſſempij ſuperiori ſonò ſtate oſſeruate. Perche nel primo, quando hauiamo moltiplicato 8. per o, producemmo o. Ma perche nella precedente moltiplicatione era ſtato riſerbato 3. habbiamo poſto 3. in luogo del o. prodotto. Di poi quando moltiplicammo di nuouo 8. per o. producemmo ancora o. Et perche niente era ſtato riſerbato, ponemmo o. in luogo del prodotto. Et il medeſimo è ſtato fatto nell' altro eſſempio.

Doppo queſto di ſotto à tutti li numeri prodotti ſi tiri vn'altra linea, per metter ſotto di quella tutta la ſomma raccolta di tutti quei numeri prodotti

dotti. La qual ſomma ſi deue raccorre, ſecondo che s'è detto nel cap. del modo di ſommare i numeri: pur che la prima figura di qualſiuoglia numero prodotto s'intenda tenere, & occupare quel luogo, che occupa la figura del primo prodotto, ſotto la quale ella è poſta, cioè, che la figura 2 la quale è la prima del ſecondo numero prodotto nel proſſimo eſſempio s'intenda eſſer poſta ſotto il ſecondo luogo del primo numero prodotto, & la figura 4. ch'è la prima nel terze numero prodotto, s'intenda eſſer poſta ſotto il terzo luogo del primo numero prodotto. Vltimamente la figura 8. quale è la prima ancora nel quarto numero prodotto, s'intenda occupare, & eſſer poſta nel ſeſto luogo ſotto il primo numero prodotto. Imperoche tu vedi in detti luoghi tutte queſte figure eſſer poſte. Ma acciò la coſa ſi faccia chiara con l'eſſempio, la ſomma ſi raccorrà in queſto modo. Nelli numeri prodotti ſolamente la figura 2. occupa il primo luogo, quella ſola dunque ſi porrà ſotto la linea. Di poi nel ſecondo luogo vi è 1. & 2. che fanno 3. da porſi nel ſecondo luogo. Dipoi nel terzo luogo vi è 7. & 4. che fanno 11. s'hauerà dunque da porre 1. ſotto la linea nel terzo luogo, & ſerbare 1. per aggiongerlo alle figure del quarto luogo, &c. Di queſta maniera la sõma raccolta ſarà 2582101267132. & queſto numero ſi produce dalla moltiplicatione del 4300678. nel 600394.

Ma acciò tu veda, il medeſimo numero produrſi ancora, ſe il maggior numero foſſe meſſo ſotto il minore, habbiamo poſto queſt'altro ſeguente eſſempio, nel quale li medeſimi duoi numeri 4300678. & 600394. ſi moltiplicano trà di loro: ma il maggiore è poſto ſotto il minore, & ſi ſono fatti cinque ordini di numeri prodotti, quante à ponto ſono le figure ſignificatiue nel numero inferiore: & niente dimeno il medeſimo numero, che prima, s'è prodotto.

per 9. per 7.

	4		600394		2		
4	X	1	43006 8	4	X	4	
	4		4803152		2		
			4202758				
			3602364				
			1801182				
			2401576				
			2582101267132				

Questo modo di moltiplicare, che fin quì habbiamo esposto, è il piu vsato appresso tutti; ma pur altri modi di moltiplicare, & non men belli, mostraremo nella nostra Aritmetica maggiore.

Prima proua della moltiplicatione per la regola del 9.

La proua della moltiplicatione è di tre sorti. La prima si fà per il leuare del 9. in questo modo. Prima si buttino via li 9. dal numero moltiplicato, quante volte si può, si come hauiamo detto nel cap. del sommare, & quel che auanza, si ponga nella parte sinistra della Croce. Doppo leuati via li 9. nel medesimo modo, dal numero moltiplicante, pongasi quel, che auanza, nella parte destra della croce. Terzo moltiplicando questi duoi residui tra di loro, leuansi dal prodotto li 9. & quel, che auanza, si ponga nella parte di sopra della croce. Vltimamente poi leuinsi ancora dalla somma di tutti li numeri prodotti li 9. & quel che auanza si scriua nella parte inferiore. Perche è necessario, non essendosi fallato nella moltiplicatione, che questo vltimo residuo sia vguale à quello, che è posto nella parte superiore della croce. Li essempij sono posti nelle moltiplicationi di sopra. Perche nel primo essempio, leuati li 9. dal 600394. il resto è 4. & il resto di 8. è 8. perche da 8. non si può leuare 9. Moltiplicati dunque questi residui 4. & 8. tra di loro fanno 32. dal qual

qual numero se leuarai li 9. restarà 5. Ancora il medesimo restarà, se si leuaranno li 9. dal prodotto 4803152. Nel secondo essempio il resto del primo numero è 1. & del secondo è 4. moltiplicati dunque questi residui 1. & 4. tra di loro faranno 4. che si porrà nella parte di sopra della croce, perche il 9. non si può leuare da 4. & così leuati li 9. dalla somma rimane ancora 4.

Seconda proua della moltiplicatione per la regola del 7.

L'altra proua si fa co'l leuare li 7. cioè, se nel modo, che habbiamo detto nel cap. del sommare, si buttino via li 7. dalli numeri medesimi, dalli quali nella proua passata hauemo detto, che si douessero leuare li 9. L'essempio tu l'hai nelle precedenti due vltime moltiplicationi. Ma queste due proue sono anco qui fallaci per le ragioni dette di sopra. Onde per essere piu certo, non hauere fatto errore, potrai fare tutte due proue, come nel capit. del sommare detto habbiamo.

Terza proua della moltiplicatione per la regola del partire

La terza proua è certissima, & si fa per la diuisione, perche se tutta la somma prodotta si diuiderà per vno de duoi numeri moltiplicati, necessariamente riuscirà l'altro numero nel numero, che dalla diuisione si produce. Et questa diuisione sarà facilissima, essendo che non sarà bisogno cercare le figure che s'hanno da porre nel numero, che si produce dalla diuisione, conciosia che tutte quelle per ordine si contengono nell'altro numero moltiplicato. Mà questa proua meglio s'intenderà, quando sarà dichiarato, come si faccia la Diuisione.

Altri doi essempij con la proua del 9.

4068		0		3069		0	
23				45			
12204	0	X	5	15345	0	X	0
8136				12276			
93564		0		138105		0	

Nel primo essempio di questi due il primo residuo, che auanza, è o. Onde benche il secondo auanzo sia 5. nientedimeno la moltiplicatione delli auanzi fa o. Ma nel secondo essempio l'vno & l'altro auanzo de i numeri moltiplicati è o. Onde la moltiplicatione di quelli sarà ancora o. & così nell'vno come nell'altro essempio il resto del uumero prodotto necessariamente sarà ancora o.

Facilità del moltiplicare qñ i numeri nel principio hanno delli zeri.

Se per auuentura l'vno, & l'altro numero da moltiplicarsi, ouero vno d'essi, hauerà nel principio alcuni zeri, la moltiplicatione sarà molto facile. Perche lasciati tutti quei zeri, si douerà moltiplicare il resto de i numeri trà di loro, & al numero prodotto aggiongere, verso la mã destra, per ordine tutti quelli zeri lasciati. Come dire, se si douerà moltiplicare 3406. per 4000. Lasciati li zeri 000. si moltiplicarà il dato numero per 4. & al fine del numero prodotto 13624. si metteranno li medesimi zeri lasciati, in questo modo 13624000. Così ancora se si doueranno moltiplicare 3040000. per 203000. Lasciati li 7. zeri, li quali sono posti dalla parte destra d'essi numeri, si moltiplicaranno i numeri 304. 203. che restano trà di loro, & al numero prodotto 61712. s'aggiongeranno al fine quei 7. zeri lasciati, in questo modo 617120000000.

Di qui è, che hauendosi da moltiplicare qualche numero per 10. ò per 100. ò per 1000. &c. si douerà sempre aggiongere à quel numero nella parte destra tanti zeri, quanti sono contenuti nel numero, che moltiplica, senza alcuna altre moltiplicatione. Perche leuati via li zeri, rimane solamente l'vnità, la quale moltiplicando il numero dato produce sempre il medesimo numero. Come 5067. moltiplicato per 10. fa 50670. & moltiplicato per 100000. fa 506700000. Così ancora 3000. moltiplicato per 100. fa 300000. &c.

DEL PARTIRE DE I NVMERI intieri. Cap. V.

Che cosa sia partire

IL diuidere ò partire, è vn distribuire ò segare qual si voglia numero proposto in più parti vguali denominate d'vn'altra numero dato. Come dire; partire il numero 36. per 9. è distribuirlo in 9 parti vguali denominate da 9. cioè in 9 parti noue; ciascuna delle quali contiene quattro vnità. Di maniera che il 4. sia il numero da q̃sta diuisione prodotto, il quale si suole chiamare Quotiente, perche mostra, quãte volte il numero 9. il quale si chiama Diuidente ouero partitore, si contiene nel numero 36. che s'ha da partire; poiche mostra esser contenuto quattro volte, cioè tãte volte, quante vnità sono contenute nel numero Quotiente, ch'è 4. Donde nasce, che il Partire, ò diuidere si può ancora descriuere così. Il partire, ò diuidere nõ è altro, che trouare vn numero, che contenga tante vnità, quante volte il numero, che si partisce, cõtiene il partitore; si come nel proposto essempio è manifesto.

Quotiente, che cosa sia

In che modo nella diuisione inumeri s'hãno da porre,

Nella Diuisione si scriue il partitore sotto il numero, che s'ha da partire, non già mettẽdo la prima figura sotto la prima, la secõda sotto la secõda, &c. si come nel sommare, sottrare, & moltiplicare è stato fatto, ma con ordine contrario. Perche qui s'ha da porre l'vltima figura del partitore sotto l'vltima figura del numero, che si diuide, & la penultima sotto la penultima, &c. Come se si ha da partire il numero 7806. per 47. s'haueràno da collocare li numeri nel modo, che qui vedi nel ꝓposto essẽpio.

7809
47

Ma se l'vltima figura del partitore sarà maggiore dell'vltima figura del numero, che s'ha da partire, si porrà l'vltima figura del partitore sotto la penultima figura del numero, che si partisce, & la penultima sotto l'antepenultima, &c. si come in questo essempio è manifesto.

37800
47

Et il medesimo si fara, quando l'vltima figura del partitore ſara vguale alla figura del numero, che ſi diuide; ma la penultima ſarà maggiore che la penultima: ouero quando coſi l'vltima all'vltima, come la penultima alla penultima ſarà vguale, ma l'antepenultima del partitore ſara maggior che l'antepenultima del numero, che ſi diuide: ouero finalmẽte ogni volta, che'l partitore ſarà maggior di quel numero, che eſprimono tãte figure vltime del numero, che ſi partiſce, con quante ſi ſcriue eſſo partitore. Le queli coſe tutte ſono manifeſte in queſti tre eſſempij.

46800.	476047.	4792.
47	4762.	47

In che modo ſi facci la diuiſione.

Ma in queſto modo ſi farà la Diuiſione. Cerchiſi prima quante volte ſi contenga il partitore nel numero ſcritto ſopra di ſe, & il numero, che moſtra quante volte ſi contiene, ſi ſcriua dalla parte deſtra del numero, che s'ha da partire, dopò queſta linea corua (& queſto numero) il quale ſi ſcriue ſempre con vna figura, non potendoſi mai pigliare maggior numero che 9. nel Quotiente, ancor che paia alle volte il partitore entrarui nel numero poſto ſopra di ſe piu che 9. volte. ſi come nelli eſſempij ſarà maniſeſto) ſi moltiplichi per il partitore, & il numero prodotto, (il quale non s'ha da ſcriuere da parte, ma tenerlo à mente) ſi ſottragga dal numero ſopra di ſe ſcritto, in quel modo, che inſegnato hauemo nella regola della ſottrattione, ſcriuendo ciaſcuno auanzo de i numeri ſopra le figure, dalle quali è ſtata fatta la ſottrattione, ſcancellate però prima queſte figure, inſieme col partitore. Et fatto queſto, tutto il numero, che reſta, ſcritto ſopra il partitore, deue eſſer minore che'l detto partitore, altrimẽte ſarebbe fatto errore nel partire. Il che ancora ne gl'altri auanzi ſi deue oſſeruare.

Nel quotiẽte nõ ſi può porre maggior num. che 9.

Il num che rimane sẽpre deu'eſſer minore del partitore.

Di poi s'hauerà da traſportare ò promouere il partitore verſo la parte deſtra nel luogo piu vicino,

& di nuouo cercare, quante volte ſi contẽga nel numero, che gli viene eſſere poſto di ſopra, & fare tutte l'altre coſe, come prima. Ma ſe in alcuna promotione, ò traſportamento del partitore, il partitore foſſe maggiore del numero à ſe ſopra ſcritto, tal che ne anco vna volta in quello ſi conteneſſe, ſi ſcriuerà vn zero nel Quotiente doppo quel numero, che hanemo detto douerſi ſcriuere doppo la linea corua, & ſcancellare il partitore; & di nuouo traſportarlo al luogo più vicino, & cercare, come prima, quante volte nel numero ſopra di ſe ſcritto ſia contenuto, &c. Et coſi ſempre s'hauerà da portare innanzi il partitore, fin che non rimanga luogo alcuno nel numero, che ſi diuide, ſotto'l quale il partitore ſi poſſa promouere. Ma queſte coſe con l'eſſempi ſi faranno più facili, & più piane.

In che modo vn numero ſi partiſca per vna figura ſola.

S'habbia primamente a partire il numero 76048. per vna figura ſola, come dire per 8. prima trouo il partitore 8. eſſere contenuto nel numero 76. ſopra di ſe poſto noue volte. Quel numero però ſi dice eſſer ſcritto ſopra il partitore, che viene eſpreſſo dalla figura poſta ſopra la prima figura del partitore, & da tutte le altre verſo la parte ſiniſtra, ſe alcuna ve n'è. Come nell'eſſempio propoſto. Il numero ſopra il partitore poſto è 76. Et dalla tauola Pitagorica, che è poſta di ſopra, facilmente conoſcerai, quante volte ſi contenga la figura del partitore nel numero ſopra di ſe poſto. Imperoche ſe piglarai la figura de' partitore nel capo della tauola, & per la linea riſpondente à quella al dritto in giù diſeendendo pigliarai il numero poſto ſopra la detta figura del partitore, ouero, ſe quello non ci ſi troua, il numero minore di quello, che gli è più vicino, la figura, che riſponde à quello nel ſiniſtro lato della tauola, moſtrerà, quãte volte la figura del partitore ſi contenga nel numero ſopra di ſe poſto. Come nel propoſto eſſempio. Sotto la figura 8. nella tauola Picagorica non ſi ritroua il numero 76. ſopra il partitore 8. poſto: Se dunque ſi pigliarà il nume-

Qual num. ſia quello, che ſi dice eſſer ſcritto ſopra il partitore.

In che modo ſi conoſca dalla tauola Pitagorica quante volte la figu. del part ſi contenga nel nu. ſopraposto.

ro 72.minore, & al 76. proſſimo, ſi ritrouerà nel ſiniſtro lato della medeſima tauola la figura 9. Adunque noue volte la figura 8. ſi contiene nel 76. & coſi di tutti gl'altri. Pongo dunque 9. dopo la linea corua, & moltiplico 9.per 8. dicendo 9. via 8. fa 72. che ſi deuono ſottrarre dal numero 76. poſto ſopra il partitore in queſto modo.

4
~~76~~048 (9
~~8~~

Leuato 2.dal 6. riman 4. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, & la figura 6. del numero,che ſi diuide, pongo 4 ſopra il 6.& ſottratto 7. da 7. riman nulla. Scancellata dunque la figura 7.nulla pongo ſopra la figura 7. Perche vi ſi douerebbe porre il zero, che ſarebbe ſuperfluo, non lo ſeguendo niſſun'altra figura verſo la ſiniſtra. Et coſi s'è finita vna operatione della diuiſione, & rimane queſto numero 4048. ſi come nell'eſſempio propoſto appare.

Doppo promoſſo il partitore nel luogo precedente ſotto il o. come qui vedi nel ſecondo eſſempio, trouo,che'l partitore 8. è contenuto cinque volte nel numero 40. ſopra di ſe ſcritto.

~~4~~
~~76~~048 (9
~~8~~8

Pongo dunque 5. doppo la figura 9. già ſopra ritrouata, ſi come nel ſeguente terzo eſſempio ſi vede, & dico 5. via 8. (cioè moltiplicando la figura 5.ritrouata per il partitore) fa 40. che ſottratto dal numero 40. poſto ſopra il partitore, non laſcia niente.

~~4~~
~~760~~48 (95
~~88~~

Scancellata dunque la figura 8 del partitore, & le figure o.& 4. del numero, che ſi diuide, ſarà finita la ſeconda operatione della diuiſione, & rimarrà queſto numero 48. Come in queſto medeſimo terzo eſſempio ſi vede.

Di nuouo promoſſo il partitore nel luogo precedente ſotto la figura 4. come tu vedi nel quarto eſſempio, ritrouo, che ne anco vna volta ſi con-

~~4~~
~~760~~48 (95
~~88~~8

tiene il partitore 8. nel ſopraſcritto numero 4. Pongo dunque 6. doppo la figura 5. vltimamente ritrouata, come s'è fatto in queſt'altro quinto eſſempio. Et perche la figura o. moltiplicata per il partitore 8 nulla produce, nulla ſi ſottrarrà dal numero 4. poſto ſopra il partitore. Scancellato adunque il partitore: ſarà finita la terza operatione della diuiſione, & reſterà il numero 48. ſi come è manifeſto in queſto iſteſſo quinto eſſempio.

~~4~~
~~760~~48 (950
~~888~~

Finalmente promoſſo il partitore nel luogo precedente ſotto la figura 8. ſi come qui nel ſeſto eſſempio ſi vede, ritrouo il partitore 8. nel numero 48. ſopraſcritto contenerſi ſei volte. Pongo dunque 6. doppo la figura o. ritrouata vltimamente, ſi come s'è fatto qui in queſto ſettimo eſſempio, & dico 6. via 8. (cioè moltiplicando la figura 6. ritrouata per il partitore) fa 48. qual numero ſottratto dal numero 48. ſopra il partitore poſto nulla vi laſcia.

~~4~~
~~760~~48 (950
~~888~~8

~~4~~
~~76048~~ (9506
~~8888~~

Scancellata dunque la figura 8. del partitore, & le figure 8. & 4.del numero, che ſi partiſce, ſarà finita tutta l'operatione della diuiſione, non reſtando altro luogo nel numero,che ſi partiſce, nel quale poſſi eſſer promoſſo il partitore; & nella diuiſione non auanzarà coſa alcuna. Di ſorte, che tutto il numero Quotiente è 9506

Ho poſto tanti eſſempi in queſta diuiſione, accioche più diſtintamente appariſca quel, che rimane in ciaſcuna operatione, & quel che ſi ſcancella;ſe bene l'vltimo ſolo baſti per tutti: Di maniera che nell'operare non è neceſſario ſcriuere gl'altri eſſempi, ma baſta,che l'vltimo ſi metta.

Di modo, che come vedi, il Quotiente hà tante figu- *Il Quotiē- te quāte fi-*

gure habbia in qualunque diuisione, figure, quante volte il partitore è posto sotto il numero, che si diuide. Il che auuiene ancora in tutte l'altre diuisioni, ancorche siano fatte per più figure. Perche sempre il Quotiente hauerà tante figure, quante volte tutto il partitore si pone sotto il numero, che si diuide.

In che modo vn numero si partisca per più figure.

S'habbia da poi da partire il numero 1832487. per il partitore 469 il quale non con vna sola, ma con più figure si scriue. Qui per sapere, quante volte il partitore sia contenuto nel nuuero sopra di se scritto, (in questo essempio il numero posto sopra il partitore è 1832) non si ha da cercare questo di tutto il partitore, ma basta, che si cerchi, quante volte l'vltima sua figura, che in questo essempio è 4. sia contenuto nel numero sopra di se posto, (Et qui ancora dico quel numero esser posto sopra l'vltima figura del partitore, ouero sopra qual si voglia altra, che s'esprime dalla figura scritta sopra quella, & da tutte l'altre verso la parte sinistra, se ve ne sono, si come nel dato essempio, sopra la figura 4. v'è posto il numero 18. & sopra il 9. il numero 1832.) il quale è qui 18. auuertendo però, che non sempre si deue porre nel Quotiente quella figura di tante vnità, quante volte l'vltima figura del partorire si contiene nel numero sopraposto à quella, ma diligentemente si deue hauer cura di porui tale figura, che moltiplicata per tutto il partitore con quell'ordine, che hor hora diremo, produca vn tale numero, che si possa sottrarre dal numero sopraposto al partitore, & sottratto lasci vn numero (se pur ne lasciarà qualcheduno) minore del partitore. Si che, (per venire all'essempio proposto) ancorche l'vltima figura del partitore, che è 4. si contenga nel sopraposto numero 18. quattro volte, nondimeno perche la figura 4. moltiplicata per tutto il partitore produce vn numero maggior che 1832. il quale è posto sopra tutto il partitore, di sorte

Qual numero si dica esser posto sopra qual si voglia figura del partitore.

```
  42
 ~8~85
~1~8~3~~2~487   (3
 ~4~~6~~9~
```


sorte, che dal numero sopraposto non si possa quel numero prodotto sottrare, non pongo altrimente 4. nel Quotiente, ma 3. Et se questa figura 3. moltiplicata in tutto il partitore producesse ancor maggior numero che 1832. porrei 2. in luogo del 3. Et se la figura 2. moltiplicata per il partitore producesse ancor maggior numero, ponerei 1. Et cosi sempre scemarò la figura del Quotiente d'vna vnità, fin che ritroui vna figura, che moltiplicata per il partorire produchi vn numero, che si possa cauare dal soprascritto numero.

In che modo si debba moltiplicare la figura del Quotiente ritrouata per il partitore.

Ma la figura del Quotiente trouata cosi si deue moltiplicare in tutto 'l partitore. Primieramente si deue moltiplicarla per l'vltima figura del partitore, & leuare questo prodotto dal numero posto sopra quella vltima figura, scancellando però prima quella figura del partitore, insieme col numero, dal quale s'è fatta la sottratione. Da poi s'hà da moltiplicare nella figura penultima del partitore, & il numero prodotto leuare dal numero posto sopra la penultima figura del partitore, come prima. Et in questo modo s'ha, ma moltiplicare in tutte le figure del partitore, &c. Come nel nostro essempio 3. via 4. fa 12. il qual numero cosi si sottrarrà dal numero 18. sopraposto. Leuando 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 4. del partitore, & la figura 8. del numero, che si partisce, ripongo 6. sopra 8. Leuato di più 1. da 1. riman nulla. Dunque scancello 1. Da poi 3. via 6. fa 18. che dal numero 63. sopraposto si sottrarrà in questa maniera. La distanza del 8. dal 10. (perche 8 da 3. non si può cauare) è 2. aggiongo 3 & fo 5. che pongo sopra 3. scancellata prima la figura 6. del partitore, insieme con la figura 3. del numero, che si partisce. Ma subito aggiongo 1. (per amor della distanza dal 10. dalla quale s'è fatta mentione) all'1. (cioè alla decina del numero 18. che si sottrae) & fo 2. che cauato dal 6. riman 4. il quale ripongo sopra il 6. scancellata prima la detta figura 6. Vltimamente 3. via 9. fa 27. il qual nume-

numero in queſto modo s'hà da leuare dal ſopraſcritto numero 452. La diſtanza del 7. dal 10. (perche il 7. dal 2. non ſi può ſottrarre) è 3. aggiongo 2. & fo 5. che pongo ſopra il 2. ſcancellata prima la figura 9 del partitore, & la figura 2. del numero, che ſi deuide. Ma ſubbito aggiongo 1. al 2. (cioè alle decine del numero 27. che ſi ſottrae) per conto della detta diſtanza dal 10. & fo 3. che ſottratto dal 5. (cioè dalla ſeconda figura del numero 452. dal quale ſi fa la ſottratione) riman 2 Pongo dunqne 2. ſopra 5. ſcancellata prima la detta figura 5. Et coſi s'hauerebbe da ſeguitare di man in mano, ſe ſi trouaſſero piu figure nel partitore. Sarà dunque in queſto modo finita vna operatione della diuiſione, & rimarrà queſto numero 425487. come vedi nel ſopraposto eſſempio.

Portato da poi il partitore più auanti nel precedente luogo, di maniera, che ciaſcuna figura del partitore muti vn luogo ſolo, come qui vedi, m'accorgo, l'vltima figura del partitore, cioè il 4. contenerſi noue volte nel numero 42. ſopraposto. Onde pongo 9. doppo la figura 3. ritrouata nella prima operatione, ſi come nell'eſſempio ſeguente ſi vede, &

42
685
18324487 (3
4689
46

dico 9. via 4. fa 36. il qual numero coſi cauo dal numero 42. ſopraposto. La diſtanza dal 6 al 10 (perche 6. dal 2. non ſi può leuare) è 4. aggiongo 2. & fo 6. che pongo ſopra il 2. ſcancellata prima la figura 4. nel partitore, inſieme con la figura 2. nel numero, che ſi partiſce: Et aggiongo 1. al 3. (cioè alle decine del numero 36. che ſottraemo) per amor della detta diſtanza dal 10 & fo 4. che leuato dal 4. nulla auanza. Scancello dunque 4. & di nuouo dico 9. via 6. fa 54. Leuato dunque 4. dal 5. riman 1. & leuato ancora 5. dal 6. reſta ancora 1. Per il che ſcancellata la figura 6. nel partitore, inſieme con le figure 5. & 6. nel numero, che ſi deuide, pongo ſopra

pra ogn'vna di quelle la figura 1. Finalmente 9. via 9. fa 81. il quale coſi caueremo dal numero 114. ſopraposto. Leuato 1. dal 4 riman 3. pongo dunque 3. ſopra 4. ſcancellata la figura 9. nel partitore, & la figura 4. nel numero, che ſi diuide: Ma la diſtanza da 8. à 10. (perche 8. dal 1. non ſi può leuare) e 2. aggiongo 1. & fo 3. che pongo ſopra la figura 1. ſcancellata prima detta figura 1. Et per amor della detta diſtanza dal 10. leuo 1. dal 1. & niente m'auanza. Scancello dunque 1. & coſi ſarà finita la ſeconda operatione della Diuiſione: & il numero che rimane ſarà 3387. ſi come nell'eſſempio è chiaro.

1
83
421
6883
18324487 (390
466669
4866
44

Di nuouo portato auanti il partitore nel proſſimo luogo, ſi come nell'eſſempio proſſimo ſi vede, ſi che la figura 9. ſia poſto ſotto 8 ma 6 ſotto 3. & 4. ſotto 3. veggo l'vltima figura del partitore, qual'è 4. ne anco vna volta ſi contiene nel numero ſopraposto. Onde pongo o doppo la figura 9. già ritrouata, & ſcancello il partitore. Imperò coſi ſarà finita la terza operatione, & rimarrà il medeſimo numero 3387. che reſtò nell'operatione paſſata.

Vltimamente portato auanti il partitore nel primo luogo, ſi come nel medeſimo eſſempio proſſimo è manifeſto, ritrouo l'vltima figura 4. del partitore contenerſi nel numero ſopraſcritto 33. ſolamente 7. volte, perche ſe ſi pigliaſſe 8. volte, non ſi potrebbe dal numero ſopraposto far la ſottrattione di tutti li numeri, che da 8. in tutto il partitore ſi produco-

1
831
42150
688864
18324481 (3907. $\frac{104}{469}$
469999
4666
44

ducono. Onde pongo nel Quotiente la figura 7. doppo l'altre figure ritrouate, come in questo essempio si vede, & dico 7. via 4. fa 28. che dal numero 33. in questo modo si caua. La distanza dal 8. al 10. (perche 8. dal 3. non si può cauare) è 2. aggiongo 3. & fo 5. Scancellata dunque la figura 4. nel partitore, & la figura 3 nel numero, che si diuide pongo 5. sopra 3. & per conto della detta distanza dal 10. aggiongo 1. à 2. cioè alle decine del numero 28. che si caua, & fo 3. che leuato dal 3. nulla auanza. Onde scancellata la figura 3. di nuouo dico 7. via 6. fa 42. che dal numero soprapposto 58. cosi cauaremo. Sottratto il 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, & la figura 8. nel numero, che si partisce, pongo 6. sopra 8. Et leuato 4. dal 5. riman 1. Scancellata dunque la figura 5. pongo 1. sopra essa figura 5. & finalmente dico 7. via 9. fa 63. che dal numero 167. soprapposto in questo modo si caua. Leuato 3. dal 7. auanza 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, & la figura 7. nel numero, che si diuide, pongo 4. sopra 7. Di poi cauato 6. dal 6. riman 0. Scancellata adunque la figura 6. pongo 0. sopra quello. Et cosi è finita tutta la diuisione, & rimane questo numero 104. che si douerà collocare doppo il Quotiente 3907. sopra il partitore 469. & tirare vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto, cioè parti 104. di 469. parti, nelle quali s'intende qualche cosa intiera esser stata diuisa. Nel medesimo modo nell'altre diuisioni si pone quello, che resta, sopra il partitore, tirata vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto.

Che cosa s'habbia da fare del numero, ch' resta dalla diuisione.

Anzi ogni volta, che vn numero minore si propone da douersi partire per vn maggiore, si douerà porre il numero, che si partisce sopra il partitore, tirata la detta linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto. Come se si douesse partire 48. scudi in 60. soldati, si farà questo numero rotto, che qui vedi esser posto: $\frac{48}{60}$ che si ogn'vno pigliarà 48. parti delle 60. nelle quali s'intende vno scudo essere

Che sia da farsi quãdo si propone vn numero minore da partire p vn maggiore.

essere partito. Ma che cosa sia numero rotto, & in che modo si troui il suo valore, tanto nelle monete, quanto nelli pesi, ouero misure, secondo che il numero che si diuide, significa moneta, ouero peso, ò misura, diremo quando trattaremo de i numeri rotti.

Sono alcuni, che in altro modo moltiplicano la figura del Quotiente ritrouata in tutto il partitore. Imperoche prima moltiplicano quella per la prima figura del partitore, & il prodotto cauano dal numero soprapposto à quella figura: Doppo la medesima moltiplicano per la seconda figura del partitore, & cosi di man in mano per le altre, fino à tanto, che arriuino all'vltima, & li numeri prodotti leuano dalli numeri soprapposti. Come se s'hà da partire il numero 3387. per 469. (si come nell' vltima operatione dell'essempio passato è stato fatto) dopò c'hanno ritrouato l'vltima figura del partitore, cioè 4 contenersi 7. volte nel soprapposto nnmero 33. (perche otto volte non vi può entrare, si come hauemo detto poco fa) posto che hanno nel Quotiente la figura 7. non dicono 7 via 4. fa 28. come facemmo noi, ma 7. via 9. fa 63. il qual numero cosi sottraggono dal soprapposto numero 3387. Leuato il 3 da 7. riman 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, & la figura 7. nel numero, che si diuide, pongono 4. sopra il 7. Di più leuato 6. dall'8. riman 2. che pongono sopra l'8 prima scancellato. Dipoi di nuouo dicono 7. via 6. fa 42. che cosi cauano dal soprapposto numero 332. Leuando 2 da 2. riman nulla. Scancellata dunque la figura 6. nel partorire, insieme con la figura 2. nel numero, che si partisce, pongono 0. sopra 2. Et perche 4. cioè l'altra figura del numero prodotto 42. non si può cauare dal 3. pigliano la distanza di 4. à 10. cioè 6. alla quale aggiongono 3. & fanno 9. che scriuono sopra il 3. prima scancellato. Ma per amor della distanza detta dal 10. cauano 1. dall'vltima figura 3. & pongono 2. sopra 3. scancellata prima la

In che modo alcuni moltiplichino la figura del Quotiente ritrouata nel partitore.

10
~~2~~9~~2~~4
~~3~~~~3~~8~~7~~ (7
~~4~~~~6~~~~9~~

ma la figura 3. Finalmente dicono 7. via 4. fa 28. Leuato dunque 8. dal 9 riman 1. che scriuono sopra 9. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 9 nel numero, che si diuide. Di più leuato 2. da 2. riman nulla. Et così sarà finita l'operatione. In questo modo spesso auuiene, che non si scriuono tante figure sopra il numero, che si diuide, quante se ne pongono in quel primo modo, quando la figura del Quotiente si moltiplica per l'vltima figura del partitore, & poi per la penultima, &c. come di sopra hauemo dichiarato. Il che con li essempi esperimentarai. Ma quel primo modo appresso li Aritmetici, & mercanti è piu in vso, & anco più facilmente in quello si può correggere l'errore, se per sorte si fosse posta vna figura nel Quotiente troppo grande, come adesso insegnaremo.

In che cōsista la difficultà del partire.

Inteso bene questo essempio, che habbiamo dichiarato, nissuna difficultà s'hauerà nel partire, qualunque numero per vn'altro di quante figure si voglia. Perche tutta la fatica par che stia in conoscere, quante volte l'vltima figura del partitore nel numero soprascritto si debba pigliare, accioche questa figura del Quotiente moltiplicata in tutte le figure del partitore faccia vn numero, che dal numero soprascritto si possa sottrarre, & che quel numero, che auanza doppo questa sottrattione, sia minore del partitore.

Quando ꝑ il Quotiente è pigliata vna figura troppo piccola, ò grande che cosa si debba fare

Che se alcuna volta auuerrà (il che spesso suole accadere à quelli, che non sono molti essercitati in questo mestiero) che si ponga nel Quotiente vna figura tale, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, & leuato il prodotto dal numero posto sopra il partitore, quel numero, che auanza, sia maggiore del partitore, ouero che tutti li numeri prodotti non si possino sottrarre; se questo accaderà nel principio della Diuisione, facilmente si corregerà l'errore, se si pigliarà nel Quotiente vna figura maggiore, ò minore, secondo sarà di bisogno. Perche all'hora si conoscono ancora bene le figure

del numero, che si diuide, poste sopra il partitore, ancorche siano scancellate; si che facilmente da queste di nuouo si possono sottrarre li numeri prodotti dalla moltiplicatione della nuoua figura del Quotiente, nelle figure del partitore, massime se le figure scancellate di quel numero, che si diuide, si scriueranno di nuouo ordinatamente sopra l'altre figure scancellate, & il partitore ordinatamente sarà riposto sotto il partitore scancellato, acciò le figure scancellate non ci diano impaccio. Ma se questo auuerrà nel mezo dell'operatione, ouero verso il fine, l'errore non si potrà così facilmente emendare, conciosia che à pena si distinguono all'hora le figure del numero, che si diuide, poste in quell'operatione sopra il partitore, dall'altre figure, essendo già scancellate, & mescolate con l'altre, & poste sopra il numero, che se diuide. Onde acciòche all'hora non siamo forzati à rifare tutta la diuisione, (il che tutti dicono essere necessario) che sarebbe cosa fastidiosissima, & massime, se si fossero finite di fare molte operationi della diuisione, habbiamo ritrouato questo rimedio, il quale, credo, non poco giouamento recarà à coloro, che in questo essercitio non sono molti prattici.

Se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo piccola, cioè, se il numero rimasto doppo la sottrattione de i numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura in tutte le figure del partitore si producono, sarà maggiore del partitore, sottraremo il partitore dal numero rimasto tante volte, quāte potremo, fin à tanto, che resti vn numero minore del partitore, & quante volte il partitore sarà sottratto, tante vnità aggiongeremo alla figura del Quotiēte. Ma se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo grande, di modo che doppo la sottrattione di alquanti numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura in alquante figure del partitore si produchino, inciampiamo in alcun numero prodotto, che più non possiamo sottrarre, moltiplicaremo quella figura del Quotiente nelle figure ſcancellate del partitore, cioè li prodotti delle quali già ſono ſtati ſottratti, & ſcriueremo li numeri prodotti per ordine ſopra quelle figure del partitore, aggiontoli prima le figure del numero, ch'auanzò, ſcancellandole però. Perche in queſto modo ſi reſtituirà il numero, che prima era poſto ſopra il partitore auanti quella operatione. Per la qual coſa di nuouo lo partiremo per il partitore, (rinouandolo prima però, quanto alle figure ſcancellate, acciò non facciano confuſione) pigliando vn'altra figura nel Quotiente, che ſia d'vn' vnità minore di quella, che s'era pigliata prima. Et ſe queſta figura ancora ſarà troppo grande, reſtitueremo nel medeſimo modo il numero poſto ſopra il partitore, & pigliaremo vn'altra figura minore. Et queſto faremo tante volte, fin che trouaremo vna figura, che moltiplicata in tutte le figure del partitore produchi tali numeri, che ſi poſſino ſottrarre, & che laſcino vn reſiduo minore del partitore. Ma tutte queſte coſe ſe faranno più chiare con queſto eſſempio.

Eſſempio del corregere, quando la figura del Quotiente è ſtata pigliata troppo piccola.

HABBIASI da pàrtire il numero 1623149. per 2899. Poſto il partitore ſotto il numero, che ſi diuide, imaginiamoci, che qualchuno poco prattico haueſſe pigliato nel Quotiente la figura 4. Onde ſe diremo 2. via 4. fa 8. che cauato (nel modo, che hauiamo inſegnato nel l'eſſempio paſſato) dal 16. riman 8. Doppo 4. via 8. fa 32. che leuato da 82 riman 50. Di nuouo 4. via 9. fa 36. che cauato del 503. reſta 467, Finalmente 4. via 9. fa 36. che leuato da 4671. riman 4635. il qual numero è maggiore del partitore. Adunque è troppo piccola la figura 4. Onde caſſato queſto auanzo 4635. inſieme con la figura 4. pigliata; porremo queſte figure 16231. che nel numero, che ſi diuide, ſcancellate ſono, ſopra l'altre figure ſcancellate, & rinouato il partitore ſcancellato,

4
~~5~~63
~~807~~5
~~16231~~49 (4
~~2899~~

lo metteremo ſotto il partitore, come ſi vede eſſere ſtato fatto in queſto eſſempio. Et coſi ſarà reſtituito tutto il numero, che ſi diuide 1623149. inſieme col partitore, come ſe ancora non foſſe ſtata cominciata la Diuiſione. Porremo dunque la figura 5. d'vn' vnità maggiore, che'l 4. nel Quotiente, ſi come tu vedi in queſto altro eſſempio, & diremo 5. via 2. fa 10. che leuato dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, & la figura 1. nel numero, che ſi diuide, che ſignifica dieci riſpetto della figura 6. diremo di nuouo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. reſta 22. Di più 5. via 9. fa 45. che leuato dal 223. rimane 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato dal 1781. reſta 1736. il qual numero è minore del partitore. Adunque bene è ſtata preſa la figura 5.

6
~~4~~23
~~80~~31
~~1~~8~~07~~8
~~16231~~49 (~~4~~
~~2899~~
2899

1
~~2~~ 3
~~6~~78
~~42~~36
~~8031~~
~~1~~8~~07~~8
~~16231~~49 (~~4~~5
~~2899~~9
~~2899~~
289

Eſſempio del corregere, quando la figura del Quotiente è ſta ta pigliata troppo grande.

MA acciò tu habbi ancor vn'eſſempio, quando la figura ſarà pigliata troppo grande, preſupponiamo, nel Quotiente del medeſimo eſſempio eſſer ſtata poſta la figura 6. Queſta moltiplicata per 2. fa 12. che cauato dal 16. riman 4. Dipoi perche 6. via 8. fa 48. che dal 42. non ſi può cauare, ſeguita, che la figura 6. pigliata è troppo grande. Per il che ſcancellato queſto reſto 4. inſieme cō la figura 6 pigliata riporremo le figure 1. & 6. del numero, che ſi diuide, ſcā cellate ſopra le medeſime figure, &

4
~~16~~23149 (6
~~2~~899

6
1~~4~~
~~16~~23149 (~~6~~
~~2~~899
2

re, & la figura 2. ſcancellata nel partitore ſotto quella; affin che ſi reſtituiſca tutto il numero, che da principio è propoſto per partirlo, inſieme col partitore, come ſe la Diuiſione non foſſe ancora cominciata, come ſi vede eſſer ſtato fatto nel propoſto eſſempio. Porremo dunque nel Quotiente, come in queſt'altro eſſempio è manifeſto, la figura 5. d'vna vnità minore del 6. & diremo 5. via 2. fa 10. che ſottratto dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, & la figura 1. nel numero, che ſi diuide, che ſignifica 10. riſpetto della figura 6. di nuouo diremo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. reſta 22. & 5. via 9. fa 45. che cauato dal 223. rimane 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato da 1781. rimane 1736. S'ha potuto adunque ſottrarre tutti li numeri prodotti, & è rimaſto vn numero minore del partitore. Per il che bene è ſtata pigliata nel Quotiente la figura 5. Da quel, che s'è detto, facilmente puoi intendere, che s'habbia à fare, quando nel principio della Diuiſione viene ad eſſer pigliata vna figura troppo piccola, ò troppo grande. Adeſſo ſtà attento in che modo l'errore ſi corregga, quando è pigliata nel mezo della Diuiſione vna figura nel Quotiente troppo grande, ò troppo piccola.

```
1
2
6 3
14786
1623149     (65
2800
2
```

PROMOVASI adunque il partitore nell'eſſempio ſuperiore, doue nel principio della Diuiſione fu pigliata la figura 4. troppo piccola: come ſi vede nella terza rinouatione del medeſimo eſſempio. Et imaginiamoci l'vltima figura del partitore 2. nel ſopraposto numero 17. cōtenerſi ſette volte, & perciò nel Quotiente doverſi

```
1
233
678
4236
8631
18078
1623149     (457
28009
2800
289
```

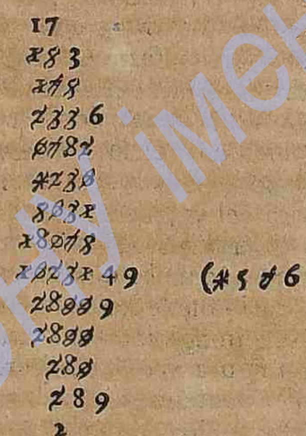

douerſi doppo la figura 5. ritrouata ſcriuere 7. Il che preſuppoſto, diremo 2. via 7. fa 14. che cauato dal 17. riman 3. che ſcriuono ſopra il 7. ſcancellata prima la figura 2. nel partitore, inſieme con le figure 7. & 1. nel numero, che ſi diuide. Doppo di nuouo diremo 7. via 8. fa 56. che dal 33. non ſi può cauare. Adunque la figura 7. pigliata è troppo grande. Acciò adunque ſi reſtituiſca il numero 17. dal quale è ſtata fatta la ſottrattione, ſe già tra tante figure ſcancellate tu non lo riconoſceſsi, s'ha da moltiplicare la figura 7. pigliata per la figura 2. ſcancellata nel partitore, & al prodotto aggiongere la figura 3. poſta ſopra la detta figura 2. del partitore. Come dire, perche 7. via 2. fa 14. ſe li s'aggionge 3. fa 17. Scancellata dunque la figura 3. ſcriueremo ſopra di quella il numero 7. & ſopra la figura 1. ſcancellata porremo 1. di nuouo. Et coſi ſarà reſtituito il numero 17. dal quale è ſtata fatta la ſottrattione, come ſi vede nel propoſto eſſempio.

```
1
17
233
678
4236
8631
18078
1623149     (457
28000
2800
289
2
```

Poſta da poi la figura 2. ſotto la figura 2. ſcancellata nel partitore, acciò ſi reſtituiſca il partitore ancora, come in queſto eſſempio medeſimo è manifeſto, imaginiamoci l'vltima figura 2. del partitore eſſer contenuta nel 17. non ſette volte, ma ſei volte: & per queſto ſcancellata la figura 7. da douerſi porre nel Quotiente la figura 6. come in queſt'al-

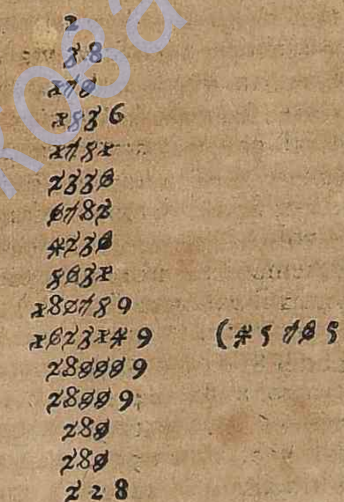
```
18
178
233
6782
4236
8631
18078
1623149     (4566
28009
2800
289
2
```

tro essempio si vede. Il che presupposto, diremo 6. via 2. fa 12. che sottratto del 17. riman 5. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, insieme con le figure 7. & 1. nel numero, che si deuide, scriueremo 5. sopra 7. & diremo 6. via 8. fa 48. che cauato dal 53. riman 5. Scancellata dunque la figura 8. nel partitore, insieme con le figure 3. & 5. nel numero, che si diuide, scriueremo 5. sopra 3. & di nuouo diremo 6. via 9. fa 54. che sottratto dal 56 riman 2. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, insieme col numero 56 nel numero, che se diuide, porremo 2. sopra 6. & finalmente diremo 6. via 9. fa 54. che dal 24. non si può cauare. Adunque la figura 6. nel Quotiente è troppo grande ancora. Per la qual cosa, acciò sappiamo, che numero fu posto sopra il partitore, auanti che cominciamo questa operatione, moltiplicaremo la detta figura 6. per le figure scancellate del partitore, si come è stato detto; cioè 6. via 9. fa 54 aggiongo 2. che è posto sopra la figura 9. del partitore scancellata, & fo 56. Scancellata dunque la figura 2. scriueremo 6. sopra quella, & riserbaremo 5. Doppo 6. via 8. fa 48. aggiontoli 5. che hauemo riserbato, fa 53. Scriueremo dunque 3. sopra il 5. & riserbaremo 5. Vltimamente 6. via 2. fa 12. aggiontoli 5. che hauemo riserbato, fa 17. che porremo sopra il 15. & così sarà restituito il numero, che auanti questa operatione era posto sopra il partitore. Rifatte dipoi similmente le



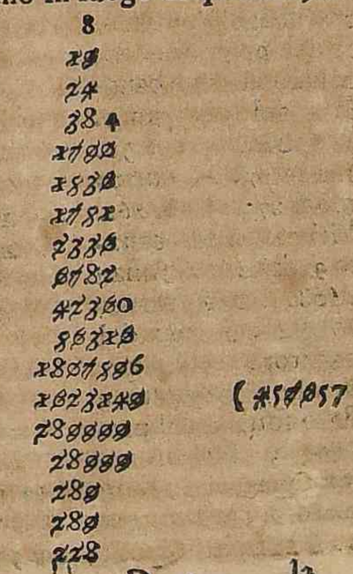
tre figure 2. 8. 9. scancellate nel partitore, & scancellata la figura 6. nel Quotiente, poniamo 5. in luogo di quella, come si vede in questo altro essempio.

Et perche 5. via 2. fa 10 che cauato dal 17. riman 7. scancellaremo la figura 2. nel partitore, insieme con la figura 1. nel numero, che si deuide, che significa diece rispetto della figura 7. & diremo 5. via 8. fa 40. che sottratto dal 73. riman 33. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, insieme con la figura 7 nel nnmero, che partiamo, scriueremo 3. sopra quella, & di nuouo diremo 6. via 9. fa 45. che cauato dal 336. rimane 291. Scancellata dunque le figura 9. del partitore, insieme col numero 336. nel numero, che diuidiamo, porremo in luogo di quello 291.



& vltimamente diremo 5. via 9. fa 45. che sottratto dal 2914 riman 2869. il qual numero è minore del partitore. Adunque bene è stata pigliata la figura 5.

FINALMENTE trasportato il partitore nel prossimo luogo, cioè nell'vltimo, si come nel precedente essempio tu vedi, imaginiamoci l'vltima figura 2. del partitore esser contenuta nel soprascritto numero 28. sette volte. Posta dunque



la figura 7. nel Quotiente, come tu vedi nel proposto essempio, diremo 7. via 2. fa 14. che cauato dal 28. riman 14. & 7. via 8. fa 56. che sottratto dal 146. riman 90. & 7. via 9. fa 63. che sottratto dal 909. riman 846. & 7. via 9. fa 63. che cauato dal 8469. riman 8406. il qual numero è maggior del partitore. La onde la figura 7. pigliata è troppo piccola. Per il che sottrarremo il partitore dal detto resto, quante volte potremo, & scriueremo nel Quotiente vna figura di tante vnità maggiore, che 7. quante volte il partitore sarà sotratto. Cosi però sottraremo il partitore in questo seguente essempio, se

prima il partitore sa-	2	
rà restituito. Cauato	3	
2. dal 8. riman 6. &	8	
cauato 8. dal 64. ri-	06	
man 56. & cauato 9.	87	
dal 560. riman 551.	208	
Vltimamente caua-	246	
to 9. dal 5516. riman	384	
5507. il qual nume-	2780	
ro è maggiore anco-	28360	
ra del partitore. Di	27822	
nuouo dunque caua-	23300	
to 2. dal 5. riman 3.	07822	
& cauato 8. dal 35.	423008	
riman 27. & cauato	803207	
9. dal 270. riman 261.	2807800	
Vltimamente caua-	2023220	(4 5 7 6 5 7 9
to 9. dal 2617. riman	280000	
2608. il qual nume-	280009	
ro già è minor del	2809	
partitore. Adunque	280	
perche due volte è	228	
stato sottratto il par-	28	
titore, scriueremo		

nel Quotiente, scancellata prima la figura 7. il numero 9. cioè maggiore di 2 vnità, che 7. Si che tutto il numero Quotiente è 559. Siamo stati costretti di di-

di dichiarare tutta questa cosa con tanti essempi, acciò s'intendesse piu chiaramente quello, che rimane in ciascuna operatione, ancorche quest'vltimo solo sia bastante per tutti. Et benche habbiamo dichiarato questo rimedio con tante parole, l'vso nondimeno insegnarà facilmente la cosa esser più breue, & più facile di quello, che con parole si può esprimere.

ADVNQVE se ci seruiremo di questo rimedio ogni volta, che nel Quotiente sarà stata pigliata vna figura maggiore, ò minore di quella, che si deue, è incredibile, quanto facilmente qualunque numero si partirà per qual si voglia altro numero. Perche con questo remedio non è necessario, che siamo tanto solleciti, qual figura in qual si voglia operatione, nel Quotiente scriuere douiamo: poiche facilmente, & quasi senza alcuna fatica l'errore, se alcuno ne sarà stato fatto, potremo corregere con questo rimedio. Si che questo modo di partire, che fin qui insegnato habbiamo, e tra tutti gl'altri, che sogliono esplicarsi da altri Autori, il più eccellente, il migliore, & piu ispedito; & perciò, chi desidera esser eccellente nell'arte di contare, deue porre gran cura, & diligenza d'essercitarsi in quello.

In che modo gl'altri faccino la diuisione.

PEROCHE se bene alcuni moltiplicano la figura posta nel Quotiente per tutto il partitore, & il numero prodotto scriuono sotto il partitore, ponendo la prima figura sotto la prima, & la seconda sotto la seconda, &c. per cauarlo dal numero posto sopra il partitore, la qual cosa senza dubbio è certa, & facile; nientedimeno fa la diuisione piu lunga, del douero, & nō poco ritarda colui, che partisce. Peroche à partire v. g. questo numero 40689. per 1298. doppo che nella prima operatione hanno posto nel Quotiente la figura 3. moltiplicano quella per il partitore, prima però per il 8. dicendo 3. via 8. fa 24. Per il che scriuano 4. sotto l'8. & saluano 2. Doppo 3. via 9. fa 27. aggiontoli 2. ch'era saluato, fa 29. Posto adunque 9. sotto 9. serbano 2. &c. Doppo questo, scancellato il partitore, leuano 4. dal

dal 8. & pongono il resto 4. sopra 8. scancellate prima le figure 4. & 8. &c. Portato poi inanti il partitore vanno seguitando nel medesimo modo. Il che noi più brieuemente fatto hauemo, non scriuendo il numero prodotto sotto il partitore. Ha nientedimeno questo modo questa commodità, che dall'istessa operatione facilmente s'intende, se la figura pigliata nel Quotiente è troppo grande, ò nò. Percioche se il numero prodotto dalla moltiplicatione di quella figura il partitore si potrà sottrarre dal numero posto sopra il partitore, & ne lasciarà vn numero minore del partitore, quella figura sarà stata pigliata bene; se non, senza dubbio s'hauerà errato.

45
12741
40688 (31
12888
3884
128

La commodità del partire in questo modo.

CHE altri ancora moltiplicano prima il partitore per tutte le figure significatiue, scriuendo ciascun numero prodotto appresso la figura moltiplicante, affin che tra quelli numeri prodotti cerchino il numero posto sopra il partitore, & quello ritrouato, ouero se non si ritroua, pigliato il minore più propinquo, ponghino la figura moltiplicante scritta appresso quel numero nel Quotiente, & il numero pigliato sottraggano dal numero posto sopra il partitore, è cosa ancora facile, & commoda, massime alli principianti, & poco essercitati in quest'arte; ma troppo lunga, & fastidiosa. Imperoche à partire, per essempio questo numero 97086. per 37 pōgono il partitore appresso l'1. dipoi il medesimo doppiato appresso'l 2. & triplicato apresso il 3. &c. Doppo tra questi numeri cercano il numero 97. posto sopra il partitore, il quale perche non ce lo ritrouano, pigliano 74. che è minore, & piu vicino, & la figura 2. incontro di quel

23
97086 (26
377
3

37 — 1
74 — 2
111 — 3
148 — 4
185 — 5
222 — 6
259 — 7
296 — 8
335 — 9

quello posta scriuono nel Quotiente, & leuano 74. dal 97. scriuendo il rimanente numero 23. sopra'l 97. scancellate prima le figure 7. & 9 insieme col partitore. Dipoi promosso il partitore, ricercano tra li medesimi numeri, questo numero 230. posto sopra il partitore, il quale non ritrouato, pigliano 222. che è minore, & più vicino, & pongono la figura 6. incontra di quello posta nel Quotiente, & finalmente il numero 222. sottraggono dal 230. Et in questo modo seguitando finiscono tutta la Diuisione. Ma chi non vede, che la Diuisione in questa maniera si tira più in lungo, che non sarebbe il douere, & massime, se il partitore si scriuerà con quattro, cinque, ouero più figure?

MI piace (nientedimeno) grandemente vn'altro modo di partire, chiamato da Italiani, per Danda, il quale è sicurissimo. Imperoche subito si può emendare l'operatione, se fosse pigliata nel Quotiente vna figura troppo grande, ò troppo piccola: & non si cassano le figure del numero, che si diuide. Il modo è questo, alquanto differente da quello, che gl'altri vsano, ma piu commodo. Habbiasi, verbi gratia, da partire il numero 1904639. per 2978. Posto il numero con la linea corua (. scriuasi il partitore sopra'l loco, doue s'ha da porre il Quotiente, acciò la moltiplicatione si facci più facilmente. Dipoi sotto'l 6. doue starebbe la prima figura 8. del partitore, se s'hauesse da scriuere sotto'l numero, che si diuide, come nell'altro modo del partire si faceua, si mette vn ponto, per sapere doue si hà da cominciare la sottrattione. Dicendo adunque, 2. (cioè l'vltima figura del partitore) nel 19 entra 6. volte (perche 9. ò 8. ò 7. sarebbe troppo) si pone nel Quotiente 6. Et si dice, 6. via 8. fa 48.

Come si facci la partitione per Danda.

(2978
(
1904639 (639 $\frac{1697}{2978}$
1178
2849
1697

cauan-

cauando 8. da 6. non ſi può, ma andando à 10. ce ne vanno 2. & giungendo 6. ſi fanno 8. che ſi ſcriuono ſotto'l 6 & ſi ritiene in mente 5. cioè 4. per li 40. & 1. per li 10. in oltre 6. via 7. fa 42. & aggiontoci 5. che ritenemmo, fanno 47. cauando 7. da 4. non ſi può, ma inſino à 10. habbiamo 3. che con 4. fanno 7. che ſi ſcriue ſotto'l 4. & riteniamo 5. per conto delli 40. & 10. Di più 6. via 9. fa 54. & oggionteci 5. ritenuti, fanno 59. Cauando 9. da 0. non ſi può, ma inſino à 10. habbiamo 1. che ſi ſcriue ſotto il 0. & ſi ritiene 6 per conto delli 50. & 10. vltimamente 6. via 2. fa 12. che con 6. riſeruati fanno 18. che cauati da 19. rimane 1. che ſi ſcriua ſotto'l 9.

```
                 2978
         ==============
1904639  ( 639 1697/2978
   ...
1178..
 2849.
  1697
```

Fatto queſto, ſi mettono ſotto'l 3. due ponti, accio ſotto quelli ſi cominci la ſottrattione. Et ſi dice 2. 11. entra 3. volte, perche 5. & 4 ſarebbe troppo, & nel Quotiente ſi pone 3. che ſi moltiplica con tutto'l partitore, come prima, cioè 3. via 8. fa 24. Cauando 4. da 3. non ſi può, mà inſino à 10. habbiamo 6. che con 3. fanno 9. che ſi ſcriue ſotto'l 3. & ſi ritiene 3. per conto delli 20. & 10. Di più 3. via 7. fa 21. che con 3. ſeruati fanno 24. Cauando 4. da 8. reſtano 4. per mettere ſotto l'8. & ſi ritiene 2. per li 20. In oltre 3. via 9. fa 27. che con 2. riſeruati fanno 29. Cauando 9. da 7. non ſi può, ma inſino à 10. n'habbiamo 1. che con 7. farà 8. da metterſi ſotto'l 7. & ſi riſeruerà 3. per amor delli 20 & 10 Finalmente 3. via 2 fa 6. che con 3. riſeruati fanno 9 che da 11 cauati laſciano 2. da porſi ſotto l'1.

Finito queſto, ſi mettono tre ponti ſotto'l 9. acciò ſotto quelli ſi cominci à ſottrarre Et perche 2. in 28. entra 9. volte, ſi porrà 6. nel Quotiente, & ſi dice 9. via 8. fa 72. Cauando 2. da 9 reſtano 7. che ſi pongono ſotto'l 9. & ſi riſeruano 7. per conto delli 70. Di poi 9. via 7. fanno 63. che con 7. ſeruati fanno 70. Cauan-

do o.

do 0. da 9. reſtano 9. da ſcriuerſi ſotto'l 9; & ſi riſerua 7 per amor delli 70. In oltre 9. via 9. fanno 81. che cō 7. riſeruati fanno 88. cauādo 8. da 4. non ſi può, ma inſino à 10. n'habbiamo 2 che cō 4. fanno 6. da ſcriuerſi ſotto'l 4. & ſi ritēgono 9. per conto delli 80. & 10. Vltimamente 9 via 2. fanno 18. che cō 9. riſeruati fanno 27. che ſottratti da 28. laſciano 1. da metterſi ſotto'l 8. Et coſi tutto'l Quot. ſarà 639. & il reſiduo ſarà 1697.

Di maniera, che come vedi, tutta la difficoltà in queſto modo conſiſte in tenere à memoria le decine, che ſi riſeruono. Et in vero queſto modo è belliſſimo, perche ſi vede diſtintamente il reſiduo di ciaſcuna operatione; ſi che, quando foſſe pigliata vna figura troppo grande, ò troppo piccola, ſubito ſi può caſſare quella inſieme co'l reſiduo falſo, & pigliarne vn'altra.

Prima proua della Diuiſione per la regola del 9.

Reſta che moſtriamo, come ſi fa la proua della Diuiſione: la qual proua è di tre ſorti. La prima ſi fa col buttar via il 9 in queſto modo. Buttato via il 9 dal partitore, quante volte ſi può, come nel capitolo del raccorre, hauiamo inſegnato, pongaſi quel, ch'auanza, nella ſiniſtra parte della croce. Di più buttati via li 9. dal Quotiente, quante volte ſi può, pongaſi quel, ch'auanza, nella deſtra parte della croce. Moltiplicati di poi queſti due numeri reſidui tra di loro, & dal prodotto buttati via li 9. quante volte ſi può, pongaſi queſto reſto, ſe nella Diuiſione non è auanzato nulla, nella ſuprema parte della croce. Ma ſe ſarà auanzato qualche numero nella Diuiſione, s'haurà da aggiongere quell'vltimo reſto con le figure di queſto auanzo della Diuiſione; leuando però ſempre li 9. & porre quel ch'auanza, nella parte ſuperiore della croce. Vltimamēte leuati li 9. dal numero, che ſi partiſce, quante volte ſi può, pōgaſi quel, ch'auanza, nella parte di ſotto della croce. Perche ſe queſto reſto ſarà vguale à quel reſto, che fu poſto nella parte di ſopra della croce, bene ſarà ſtata fatta la Diuiſione, altrimente male.

Si che queſta Diuiſione qui poſta ſi prouarà coſi. Buttati li 9. dal partitore 23. riman 5. & leuati li 9. dal Quotiente 176. riman ancora 5. & molti-

tiplica.

tiplicati questi resti 5. & 5. trà di loro fanno 25. del quale se si leuano li 9. riman 7 il quale, perche nella Diuisione non è auanzato niente, pongo nella parte superiore della croce. Et perche leuati li 9. dal numero 4048. che si partisce, riman ancora 7. seguita che la Diuisione è stata fatta bene.

```
  2
 232
 273
4048     (176     7
2333            5 X 5
 22               7
```

Ma qnest'altra Diuisione qui posta in questo modo si prouarà. Leuati li 9. dal partitore 236. riman 2. Leuati ancora li 9. dal Quotiente 193. riman 4. Moltiplicati questi resti 2 & 4. tra di loro fãno 8. dal quale nõ si possono leuare li 9. Questi 8 dunque si douerebbe porre sopra la croce, se non fosse auanzato niente nella Diuisione; mà perche auanzò 130. diremo 8 & 3 fanno 11. leuati li 9. riman 2. aggiongo 1. & fo 3. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 9. dal numero 45678. che è partito, resta ancora 3. sarà perciò stata fatta bene la Diuisione.

```
   1
   2
  283
  434
 22030            3
 48078   (193   2 X 4
 23888            3
  233
   2
```

La seconda proua si fa co'l buttar via il 7 come hauiamo insegnato nel cap. del raccorre, pur che dal resto della Diuisione, se vi sarà, nel medesimo modo si leuino li 7. & l'auanzo s'aggionga à quell'auanzo, che nella proua del 9. hauiamo detto di douersi aggiongere all'auanzo della Diuisione, & della somma raccolta si leuino li 7.

Come per essempio. La prima delle due prossime Diuisioni, così si prouerà. Buttati li 7. dal partitore

23. riman 2. & leuati li 7 dal Quotiente 176. riman 1. & moltiplicati questi resti 2. & 1. tra di loro fanno 2. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 7. dal numero 4048. che è partito, riman ancora 2. sarà per questo fatta bene la Diuisione.

```
    2
  2 X 1
    2
```

Ma la seconda Diuisione in questo modo si prouarà. Leuati li 7 dal partitore 236. riman 5 & leuati li 7. dal Quotiente 193. auanza 4. & moltiplicati trà di loro questi due resti 5 & 4 & dal prodotto 20. leuati li 7. riman 6. il quale, se niente fosse restato nella Diuisione, si douerebbe porre sopra la croce; ma perche auanzò il numero 130. dal quale se si leuaranno li 7. resta 4 che aggionto à quell'vltimo resto 6 serbato fa 10. dal quale se si leuarà li 7. restarà 3. da douersi porre sopra la croce. Il medesimo ancora rimane, se dal numero 45678. che è partito, si leuaranno li 7. Adunque bene è stata fatta la diuisione. Ma l'vna, & l'altra di queste proue può esser fallace, per la raggione detta di sopra.

```
    3
  5 X 4
    3
```

Terza proua della diuisione per la regola della moltiplicatione.

La terza proua, che è certa, ne vi può essere inganno alcuno, si fa per la moltiplicatione. Perche se il Partitore, & il Quotiente tra di loro si moltiplicaranno, & al numero prodotto s'aggiongerà l'auanzo della Diuisione (se vi sarà) si verrà à fare il numero, che è partito, ogni volta, che nella Diuisione non si sia errato. Di maniera, che l'vltima delle prossime due Diuisioni, così si prouerà. Moltiplicato il partitore 236. per il Quotiente 193 auanti che li numeri prodotti si raccoghino insieme, si scriua sotto quelli il resto della Diuisione, ch'è 130. cioè la prima figura sotto il primo luogo, & la seconda sotto il secondo luogo, &c. Perche se raccorremo il numero prodotto, & questo

```
  236
  193
-----
  708
 2124
 236
  130
-----
45678
```

sto auanzo in vna somma, con quel ordine, che habiamo insegnato nel capitolo della moltiplicatione, si produrrà il numero 45678 che è stato partito.

Fa al proposito alcuna volta auanti che si finisca di diuidere farne la proua.

GIOVA qualche volta, quando fatta qualche operatione nella Diuisione dubiti di non hauer errato in qualche cosa, prouare la Diuisione condotta fin lì, prima, che tu vada più auanti in vano, per vedere, se per sorte fosse commesso errore. Prouerai però quella parte della Diuisioae, non altrimente, che l'altre Diuisioni, lasciando da parte le figure del numero, che si partisce, sotto le quali ancora non è posto il partitore. Come in questa diuisione posta qui, fatta la prima operatione, così la prouarai per la proua del 9. Leuati li 9. dal partitore

```
 191
 2123
 6709456  (2      4
 2898           0 X 2
                  4
```

2898 riman o. & leuati li 9. dal Quotiente 2. riman 2. Moltiplicati tra di loro questi due resti o. & 2, si produce o. il qual o. si douerebbe porre sopra la croce, se non fosse auanzato qualche cosa nel partire; ma perche sono auanzati 913. s'ha da leuare li 9. da questo resto. Il che fatto, rimane 4. da douersi porre nella parte di sopra della croce. Et altretanto rimane, se si leuano li 9. dal numero 6709. fin qui partito, lasciando le figure 456. sotto le quali ancora non v'è stato posto il partitore.

Facilità di diuidere quando il partitore nel principio hà alcuni Zeri.

SE il partitore nel principio hauerà alcuni zeri, facile sarà la diuisione, se dal numero, che si partisce, si leuaranno tante figure dalla banda destra, quanti zeri hà il partitore, & il numero, che resta, si partirà per il partitore, leuate prima quelle cifre: Ma l'auanzo di questa Diuisione, se vi sarà, si deue porre verso la parte sinistra auanti le figure leuate, per fare il numeratore del numero rotto, dal quale il denominatore sarà tutto il partitore, insieme con li zeri. Et se nella Diuisione non è restato niente, si doueranno mettere le figure leuate in luogo del numera-

meratore del numero rotto. Come se il numero 13946007693. si debbia partire per 38000000. leuaremo da quello queste prime sei figure 007693. dalla parte destra, quanti à ponto sono li zeri nel principio del partitore; & il numero restante 13946. partiremo

```
   2
  278
  186
 13946      (367 7693/38000000
  3888
   33
```

per 38. lasciando quei sei zeri, come è statto fatto in questo essempio. Ma perche nella diuisione non è auanzato niente, scriueremo sopra il partitore il numero 7693. che hauemo tolto via; perche quelli due zeri della parte sinistra non significano niente, però si deuono lasciare.

DI più se il medesimo numero 13946007693. si habbia da partire per 300800000. leuaremo da quello queste prime cinque figure 07693. cioè quãti sono li zeri nel principio del partitore; & partiremo il numero restante 139460. per 3008. lasciando quelli cinque zeri, si come è stato fatto in quest'altro essẽpio.

```
   09
  11142
 139460     (46 109207693/300800000
  30088
   300
```

Ma perche della Diuisione è auanzato questo numero 1092. se quello riponeremo verso la parte sinistra auanti tutte queste figure 07693. che dal numero, che si diuide, leuammo via, metteremo sopra il partitore tutto questo numero 109207693. come nel essempio si vede.

DI qui è, che se l'vltima figura del partitore sarà 1.

rà 1. & tutte le altre zeri, il Quotiente ſarà il numero ſteſſo, che ſi partiſce, leuate prima da quello tante figure verſo la parte deſtra, quanti zeri ſono nel partitore; ma il Numeratore del numero rotto ſarà il numero leuato Come ſe il numero 4780920345. s'habbia da partire per 100000 ſarà il Quotiente $47809\frac{20345}{100000}$. Coſi ancora ſe il numero 9700203. s'habbia da partire per 10000. il Quotiente ſarà $970\frac{303}{10000}$. & coſi di tutti gl'altri.

Si fa alcuna volta facile la Diuiſione, quando il numero, che ſi diuide, ha nel principio alcuni zeri.

N E queſto è da laſciare indietro, che ſe il numero, che ſi partiſce, hauerà alcuni zeri nel principio, & auanti che ſia finita tutta la Diuiſione, niſſuna figura ſignificatiua nella Diuiſione ſarà auanzata, all'hora deuono porſi doppo il Quotiẽte trouato tutti li zeri del numero, che ſi partiſce, non ancora ſcancellati.

```
  112
  338
1863000000   (5400000
  3455
  34
```

Come ſe ſi ha da partire il numero 1863000000: per 345. perche doppo la ſeconda operatione, niente nella diuiſione è rimaſto, ſe doppo il numero Quotiente 54. ritrouato ſi ſcriueranno li cinque zeri del numero, che ſi partiſce, non ancora ſcancellati, ſi farà tutto il Quotiente 5400000. & ſarà finita la Diuiſione.

Il ſommare, ſottrarre, moltiplicare, & diuidere ſono fondamento di tutto quello che ſi tratta nell'Aritmetica.

D A queſte coſe che detto habbiamo del raccorre, ſottrarre, moltiplicare, & partire li numeri intieri, deponendo tutte l'altre coſe, che ſi trattano in tutta l'Aritmetica, come da principij, & elementi: Di ſorte che ogni coſa ſi manderà ad eſſecutione per quelle, & niente altro s'hauerà da comandare che ſi faccia per ſciogliere qual ſi voglia queſtione Aritmetica, fuora di raccorre, ſottrarre, moltiplicare, ò partire li numeri. Di maniera che ſe alcuno non ſarà molto bene eſſercitato in quelle quattro operationi Aritmetiche, in vano anderà innanzi all'altre coſe, che ſiamo per trattare.

DEL

DEL MODO DI NVMERARE I NVMERI ROTTI.

Cap. VI.

SI come di ſopra habbiamo numerato i numeri intieri, e piu numeri propoſtoci in vna ſomma raccolto, ſottratto l'vno dall'altro, moltiplicatone due qual ſi voglia tra di loro, e finalmente partito l'vno per l'altro: Coſi in quel, che ſeguita, ci biſogna far il medeſimo ne i nnmeri rotti, i quali con altro nome ſi ſogliono chiamare minutie, ò fragmenti.

Che coſa ſia Numero rotto, ò minutia, ò fragmento

I L numero rotto, ò minutia, ò fragmento, che vogliam dire, è vna, ò più parti di qual ſi voglia coſa intiera diuiſa in piu parti vguali. Come s'alcuno intiero ſarà partito in cinque parti vguali, & vno ne pigliarà vna di quelle parti, quella quinta parte ſi chiamarà numero rotto. Coſi ancora s'alcuno pigliarà due, tre; ò quattro parti, quelle due, tre ouero quattro cinque parti ſi diranno numero rotto.

Qual ſia il Numeratore & il Denominatore della minutia.

C I A S C V N A minutia contiene due numeri, che nel proferirla s'eſprimono. Il primo ſi chiama Numeratore, perche numera, quante parti contiene il numero rotto di quelle parti, nelle quali è diuiſo quel tutto, del quale il numero rotto è fragmento. L'altro ſi chiama denominatore, perche dà nome à quelle parti del numero rotto, cioè moſtra, in quante parti il tutto s'intenda eſſer partito. Come quando ſi propone vn rotto, che contenga tre quinte parti, il Numeratore è 3. perche ſignifica, in quel rotto contenerſi tre parte dell'intiero; Ma il denominatore è 5. perche moſtra, quelle tre parti non eſſere di qual ſi voglia ſorte, ma quinte parti.

Ogni numero rotto in che modo ſi

O G N I numero rotto ſi ſcriue in queſto modo. Il denominatore ſi pone dirittamente ſotto il Numeratore, tirando vna linea frà l'vno & l'altro numero.

Scriua, & ſi pronũtia

mero. Come per eſſempio, tre quinte parti ſi ſcriuono in queſto modo $\frac{3}{5}$, & l'vno, & l'altro numero ſi proferiſce per il ſuo nome, pronuntiando però nel primo luogo il numeratore. Come dire, il detto numero rotto coſi ſi hà à proferire, tre quinte. Et queſto $\frac{25}{48}$. coſi, venticinque quarantotteſimi, ouero venticinque quadrageſime ottaue, e ſignifica, qualche intiero eſſere diuiſo in quarantotto parti vguali e di quelle eſſerne ſtate preſe venticinque.

Donde naſchino i numeri rotti

NASCANO per il più i numeri rotti da l'auanzo della diuiſione di numeri intieri. Imperoche quando reſta qualche coſa nella Diuiſione, ſi fa da quello il Numeratore del rotto, che ha per Denominatore il partitore, ſi come hauemo detto di ſopra. Come, per eſſempio, quando ſi diuide 46. per 7. il Quotiente è 6. & auanza 4. Si fa adunque queſto rotto $\frac{4}{7}$. Si che tutto il Quotiente ſarà $6\frac{4}{7}$. Coſi ancora, quando ſi propone vn minore numero da diuidere per vn maggiore, ſi fa vn rotto, del quale il Numeratore è il numero, che ſi ha da diuidere, & il Denominatore è il partitore. Come ſe ſi douranno diuidere 4. per 7. ſi farà queſto rotto $\frac{4}{7}$. & ſignifica 4. eſſer diuiſo per 7. Si che queſta minutia $\frac{4}{7}$. ſia la ſettima parte di queſto numero 4. Parte dico Denominata del partitore 7. Imperoche, ſi come, quando partiamo 12. per 3. ſi troua il numero 4. che è la terza parte del numero 12. diuiſo: Vna parte dico Denominata dal partitore: Coſi ancora, quando diuidiamo 4. per 7. ſi fa il Quotiente $\frac{4}{7}$. che è la ſettima parte del numero 4. diuiſo: Parte dico Denominata dal partitore. Per la medeſima ragione qual ſi voglia altra minutia è parte del Numeratore denominata dal Denominatore. Come queſta minutia $\frac{3}{4}$. è la quarta parte del 3. Perche quando ſi diuide 3. per 4. ſi fa il Quotiente $\frac{3}{4}$. Donde naſce, che ſe ſi pigliarà la minutia $\frac{3}{4}$. quattro volte, ſi farà $\frac{12}{4}$. che ſono vguali al 3. ſi come da quello, che poco piu a baſſo ſcriueremo, ſarà manifeſto. Et coſi diremo dell'altri numeri rotti.

Quādo vn minor numero ſi diuide p vn maggiore ſi fa vn rotto.

Qual ſi voglia numero rotto è parte del Numeratore denominata dal Denominatore.

LA STIMA O VALORE DEI *numeri rotti.* Cap. VII.

Come creſca il valor delle minutie.

LA ſtima ò valore di qual ſi voglia minutia creſce, quando reſtando il medeſimo Numeratore ſi ſcema il Denominatore: ouero quando reſtando il medeſimo Denominatore, il Numeratore creſce. Come in queſti rotti $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$. ouero in queſti $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. ciaſcheduno, che ſi pigli, è maggiore del ſuo precedente, come dalle coſe ſeguenti ſarà chiaro: Et nelli primi, reſtando ſempre il medeſimo Numeratore, & il Denominatore ſi diminuiſce; Ma nelli ſecondi, reſtando ſempre il medeſimo Denominatore, il Numeratore s'accreſce.

Come ſi diminuiſca il valore delle minutie

MA la ſtima, ò valore di qual ſi voglia minutia ſi diminuiſce, quando reſtando il medeſimo Numeratore, il Denominatore s'accreſce: Ouero quando reſtando il medeſimo Denominatore, il Numeratore ſi diminuiſce. Come in queſti rotti $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. ouero in queſti altri $\frac{7}{8}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{8}$. ciaſcuno, che ſi pigli è minore del ſuo precedente, come dalle coſe, che ſeguitano, ſi farà manifeſto: Et nelli primi, reſtādo ſempre il Medeſimo Numeratore, il Denominatore ſi accreſce; Ma nelli ſecondi reſtando il medeſimo Denominatore, il Numeratore ſi diminuiſce.

Le minutie delle quali i Numeratori hanno la medeſima proportione alli Denominatori ſono vguali.

DI più tutte le minutie, delle quali il Numeratore d'vna habbia al ſuo Denominatore la medeſima proportione, che li Numeratori delle altre hanno alli loro Denominatori riſpondenti, tra loro ſono vguali. Come queſte minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{8}{16}$. $\frac{50}{100}$. $\frac{100}{200}$. $\frac{500}{1000}$. tutte tra di loro ſono vguali. Perche il Numeratore di ciaſcuna ha proportione ſubdupla al ſuo Denominatore, cioè viene ad eſſere la metà di eſſo. Coſi ancora queſte $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{90}{120}$. Perche il Numeratore di ciaſcuna ha proportione ſubſeſquitertia al ſuo Denominatore, cioè contiene tre quarte parti di eſſo.

Se il Numeratore, & il Denominatore di qual si voglia rotto si moltiplicarà, ouero si diuiderà per qual si voglia numero, si produrrà vn rotto del medesimo valore.

ET perche se due numeri si moltiplicano per vn medesimo numero, ouero se partiscono per vn medesimo numero, li numeri prodotti hanno la medesima proportione, che quelli due numeri moltiplicati, ò diuisi, seguita, che moltiplicandosi, ouero diuidendosi il Numeratore & Denominatore per qual si voglia numero, si produca vn'altra minutia del medesimo valore, benche habbia numeri maggiori, ò minori. Come in questa proposta minutia $\frac{6}{9}$. se l'vno & l'altro suo numero si moltiplicarà per 3. si produrrà la minutia $\frac{18}{27}$. del medesimo valore. Così ancora se l'vno, & l'altro numero si diuiderà per 3. si farà la minutia $\frac{2}{3}$. del medesimo valore. Et ancor che tutto questo si possa dimostrar dal 7. lib. d'Euclide, ci contentaremo non dimeno di dichiarare la cosa con vn'essempio in queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. doue la verità di questa cosa chiaramente apparirà. Percioche se si pigliarà il numero 9. il quale hà la terza parte, & la nona, saranno le due terze parti di esso vguali à sei none parti del medesimo. Perche essendo la terza parte di quello 3. saranno due terze parti 6. Così ancora, essendo la nona parte 1. saranno ancora sei none parti 6. Adunque sono vguali queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. & così dell'altre.

Qual minutia s'agguaglia à vno intiero.

QVANDO ancora il Numeratore di alcuna minutia è vguale al Denominatore, quella minutia s'agguaglia à vn intiero. Come qual si voglia di queste minutia $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{20}{20}$. $\frac{1000}{1000}$. fa vn'intiero, cioè quello, che è diuiso in parti denominate dalli Denominatori: Percioche nel Numeratore si contengono tutte le parti, nelle quali l'intiero, ouero il tutto è stato partito.

Qual minutia sia minore di vno intiero.

MA quando il Numeratore della minutia è minore del Denominatore, all'hora quella minutia sarà minore d'vno intiero. Come sono queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{9}{10}$. Perche à ciascuna mancano à fare l'intiero tante parti denominate del suo Denominatore, di quante vnità è minore il Numeratore del Denominatore. Cioè à questa minutia $\frac{2}{3}$. manca $\frac{1}{3}$. & à

& à questa $\frac{4}{7}$. mancano $\frac{3}{7}$. & à questa $\frac{9}{10}$. manca $\frac{1}{10}$.

Qual minutia sia maggiore d'vn'intiero.

FINALMENTE quando il Numeratore della minutia è maggiore del Denominatore, detta minutia è maggiore d'vno intiero. Come sono queste $\frac{4}{3}$. $\frac{24}{7}$. $\frac{100}{4}$. Perche nel Numeratore di ciascuna si contengono piu parti, che non son quelle, nelle quali il tutto, ouero l'intiero è stato diuiso.

Come si conosca, di due minutie proposte quale di essa sia maggiore.

QVANDO saranno proposte due minutie, è vorrai conoscere, qual di esse sia maggiore, terrai questa regola. Poste le minutie per ordine, moltiplica i numeri di quelle in croce, cioè il Numeratore della prima nel Denominatore della seconda, & il Numeratore della seconda nel Denominatore della prima, ponendo li numeri prodotti sopra li Numeratori. Perche quella minutia, della quale il Numeratore haurà prodotto maggiore numero, sarà maggiore. Che se li due numeri prodotti saranno vguali, saranno le minutie proposte ancora vguali. Come nel primo di questi tre essempi, maggiore è la seconda minutia $\frac{6}{8}$. che la prima $\frac{2}{3}$ perche il numero 18. prodotto dalla moltiplicatione del 6. cioè del Numeratore della seconda minutia, nel 3. cioè nel Denominatore della prima, è maggiore, che'l numero 16. prodotto dalla moltiplicatione del 2. cioè del Numeratore della prima minutia nell'8. cioè nel Dominatore della seconda. Ma nel secondo essempio maggiore è la minutia $\frac{1}{2}$. che $\frac{20}{41}$. Nel terzo essempio finalmente le minutie $\frac{3}{4}$. & $\frac{12}{16}$. sono vguali, come è manifesto dalle moltiplicationi fatte in croce. La ragione di questa regola è, che quando li Numeratori moltiplicati in croce per li Denominatori producono vguali numeri, si troua vna medesima proportione delli Numeratori alli Denominatori, come è chiaro della propos. 19 del 7. lib. di

$$\begin{array}{ccc} 16. & & 18. \\ \frac{2}{3} & \times & \frac{6}{8} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 41. & & 40. \\ \frac{1}{2} & \times & \frac{20}{41} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 48. & & 48. \\ \frac{3}{4} & \times & \frac{12}{16} \end{array}$$

lib. de Euclide. Per la qual cosa, come hauiamo detto di sopra, le minutie saranno vguali. Di quì nasce, che quel Numeratore, che produce maggior numero, ha maggior proportione al suo Denominatore, & perciò quella minutia è maggiore, si come è stato detto di sopra. Ma accioche tu impari con l'esperienza, che la minutia $\frac{6}{8}$. sia maggiore che $\frac{2}{3}$. pigliamo il numero 48. che ha parti denominate dalli Denominatori di queste minutie, cioè l'ottaua parte, & la terza. Essendo dunque che vna ottaua parte di questo numero 48. sia 6. saranno sei ottaue 36. & essendo ancora, che vna terza parte del medesimo numero sia 16. saranno le due terze 32. il qual numero è minore che 36.

In che modo si ritroui il valore di vna minutia data in minor moneta, peso, ouero misura.

Hora se sarà data alcuna minutia di qualche moneta, ouero di peso, ò di misura maggiore, & tu desideri di ritrouare il valore di quella in minore moneta, ouero peso, ò misura, cioè ridurre quella à minore moneta, &c. farai in questo modo. Moltiplica il Numeratore per il numero, che significa, quante volte la moneta minore, alla quale si ha de ridurre il rotto, si contiene nella maggiore, & il numero prodotto diuidi per il Denominatore del medesimo rotto. Perche il numero Quotiente mostrarà il valore della data minutia in quella minor moneta. Il che intendi ancora delli pesi, e misure. Come dire se sarà data questa minutia $\frac{4}{7}$. di vn scudo, che significa, si come hauemo detto nel 6. Cap. quattro scudi partiti in sette parti vguali, & la vorremo ridurre à giulij, baiocchi, ò quattrini,) Imperoche in questa nostra Aritmetica vsaremo essempi di moneta Romana, doue 4. quattrini fanno vn baiocco, & 10. baiocchi fanno vn giulio, & 10. giulij vn scudo) moltiplicaremo il Numeratore 4. per 10. poi che 10. giulij fanno vn scudo, acciò si riduchino quelli 4. scudi diuisi in sette parti à 40. giulij, & il numero prodotto, che è 40. partiremo per il Denominatore 7. Percioche il numero Quotiete darà giulij $5\frac{5}{7}$. Et se questa minutia de' giulij $\frac{5}{7}$. che significa 5. giulij essere

Il giulio, baiocco, & quattrino in Roma, che significhi, ò vaglia.

in 7. parti vguali diuisi, vorremo ridurre à baiocchi, moltiplicaremo medesimamente il Numeratore 5. per 10. essendo che 10. baiocchi fanno ancora vn giulio, per ridurre quelli 5. giulij in 7. parti diuisi à baiocchi 50. & il numero prodotto, che è 50. diuideremo per il medesimo Denominatore 7. Perche il numero Quotiente ci darà baiocchi $7\frac{1}{7}$. Et se vltimamente questa minutia $\frac{1}{7}$. di baiocchi, che significa vn baiocco esser diuiso in 7. parti vguali, vorremo ridurre à quattrini, moltiplicaremo il Numeratore 1. per 4. poi che 4. quattrini fanno vn baiocco, per ridurre quel baiocco in 7. parti diuiso à 4. quattrini, & il numero prodotto, che è 4. partiremo per il Denominatore 7. & faremo $\frac{4}{7}$. di vn quattrino, cioè poco più della metà d'vn quattrino. Si che $\frac{4}{7}$. di vno scudo contengono giulij 5. baiocchi 7. & quattrini $\frac{4}{7}$. Ma se vogliamo in vn tratto ridurre $\frac{4}{7}$. di vn scudo à baiocchi, moltiplicaremo il Numeratore 4. per 100. poi che 100. baiocchi fanno vn scudo, per ridurre quelli 4. scudi in 7. parti vguali diuisi à 400. baiocchi, e partiremo il numero prodotto, cioè 400. per il Denominatore 7. e faremo baiocchi $57\frac{1}{7}$.

Di più habbiasi da cercare quanti passi, piedi, palmi, ouero dita contenghino $\frac{5}{8}$. d'vn miglio Italiano, posto che vn miglio contiene 1000. passi Geometrici, & vn passo 5. piedi, vt piede 4. palmi, vn palmo 4. dita, & vn dito 4 grani d'orzo; moltiplicaremo il Numeratore 5. per 1000. acciò le 5. miglia in 8. parti diuise si riduchino à 5000. passi, & il numero prodotto 5000. partiremo per il Denominatore 8. e faremo 625. passi.

Cosi ancora se $\frac{10}{13}$. d'vn passo vorremo ridurre à piedi, moltiplicaremo il Numeratore 10. per 5. & il prodotto numero 50. partiremo per il Denominatore 13. e faremo piedi $3\frac{11}{13}$. Di nuouo, se questo Numeratore 11. moltiplicaremo per 4 & il numero prodotto 44. diuideremo per il Denominatore 13. faremo palmi $3\frac{5}{13}$. Più oltra, se moltiplicaremo questo Numeratore 5. per 4. & il numero prodotto 20. partiremo per il Denominatore 13. ritrouaremo dita $\frac{1}{1}\frac{7}{3}$. Finalmẽte ſe queſto Numeratore 7. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 28. diuideremo per il Denominatore 13. ritrouaremo grani d'orzo $\frac{2}{1}\frac{2}{5}$. Di ſorte che $\frac{1}{1}\frac{0}{3}$. di vn paſſo contengono piedi 3 palmi 3. dito 1. & grani d'orzo $\frac{2}{1}\frac{2}{3}$.

Di piu habbiaſi da ridurre à once queſta minutia $\frac{3}{4}$. di vna libra. Eſſendo che 12. once fanno vna libra, moltiplicaremo il Numeratore 3. per 12. & il prodotto numero 36. diuideremo per il Denominatore 4. & faremo 9. once.

Vltimamente habbiaſi da cercare, quanti minuti contengono $\frac{5}{6}$. d'vn grado. Poiche 60. minuti fanno vn grado, moltiplicaremo il Numeratore 5. per 60. & il numero prodotto 300. diuideremo per il Denominatore 6. & faremo minuti 50.

DELLI ROTTI DI Rotti. Cap. VIII.

Le minutie delle minutie dõde naſchino.

NON ſolamente vna coſa intiera ſi diuide in quante parti vguali tu vuoi, acciò ſi faccino li ſemplici numeri rotti, delli quali trattiamo; ma ancora qualche volta eſſi numeri rotti s'imaginano in piu parti vguali eſſer diuiſi, come ſe foſſero coſe ſane, & intiere. Donde naſcono gli rotti di rotti, ouero minutie di minutie. Come per eſſẽpio, ſi come quando io piglio 4. parti di vno intiero diuiſo in 7. parti, fo queſta minutia ſemplice $\frac{4}{7}$. che ſignifica quattro ſettime parti di eſſo intiero: Coſi ancora quando imagino queſto rotto ſemplice $\frac{4}{7}$. eſſer diuiſo in cinque parti vguali, & ne piglio tre parti, fo vna minutia di quella minutia, cioè tre quinte parti di quattro ſettimi d'vn'intiero. Di maniera che la prima minutia ſi proferiſca, e ſi ſcriua, come le minutie ſemplici, & ſimilmente la ſeconda, eccetto, che ſe gli mette auanti l'articolo [di] & ſi ſcriue ſenza la linea in mezo, acciò ſi diſtingua dalle altre. Come la ſopradetta minutia

La minutia di minutie della minutia che coſa ſia

Le minutie di minutie in che modo ſi pronuntiano, & ſi ſcriuano.

tia di minutia coſi s'ha da ſcriuere $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. & ſi pronuntiarà coſi. Tre quinte di quattro ſettime d'vn'intiero. Ma queſta altra minutia di minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. coſi ſi proferirà. Due terzi di tre quarti d'vn ſeſto d'vn mezo d'alcuno intiero. Perche ſignifica dal mezo d'alcuno intiero eſſer ſtata pigliata vna ſeſta parte di quel mezo diuiſo in 6. parti vguali, & da queſta ſeſta parte diuiſa in quattro parti vguali eſſerne ſtato preſi $\frac{3}{4}$. & vltimamente da eſſi tre quarti diuiſi in tre parti vguali eſſerne ſtato tolti due terzi. Et la medeſima raggione è nell'altri rotti di rotti.

Ma in che maniera la ſtima, ò valore delli rotti di rotti s'habbia à conoſcere, inſegnaremo al fine del Cap. 10. doue li ridurremo à rotti ſemplici.

DEL MODO DI RIDVRRE I numeri rotti à minimi numeri, ouero termini. Cap. IX.

AVVIENE ſpeſſe volte, che alcuna minutia ſi ſcriui con ſi gran numeri, che commodamente ſi poſſa eſprimere con minori, ſenza mutare il ſuo valore, & prezzo. Come queſta minutia $\frac{3}{7}\frac{6}{2}$. tanto valore, quanto queſta $\frac{1}{2}$. eſpreſſa, come vedi, con minimi numeri. Et che ſi riduca qual ſi voglia minutia ſcritta con grandi numeri à minimi numeri, ò termini, è molto vtile per molte cauſe. Prima, perche più facilmente s'intende qual ſi voglia minutia eſpreſſa con minori numeri, che ſcritta con numeri maggiori. Perche chi ſarà quello, che non intenda più facilmente $\frac{1}{2}$. che $\frac{3}{7}\frac{6}{2}$. ouero $\frac{}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$ ouero $\frac{}{1}\frac{8}{6}\frac{2}{5}\frac{6}{2}$. ancorche tutti queſti rotti al tutto ſignifichino il medeſimo? Di poi, perche ſi rende più facile l'operatione delli rotti, ſe ſi riducono à termini minimi, come per quel che ſegue, ſarà chiaro. Terzo, accio s'intendano i libri de' Matematici, li quali ordinariamente ſogliono notare le minutie con numeri minimi. Perche ſe per eſſempio ſi troua-

Perche le minutie ſi riduchino à minimi termini.

ra

rà scritto da alcuno, che questo numero 2528. partito per 48. faccia il Quotiente 52 $\frac{2}{3}$. & tù lo vogli prouare, & essaminare, ritrouerai il Quotiente 52 $\frac{32}{48}$. che pare differente da quello, essendo pure il medesimo. Percioche questa minutia $\frac{32}{48}$. ridotta à minimi termini fà $\frac{2}{3}$. Onde, auanti che tu giudichi d'hauere errato, ouero quel scrittore hauere commesso errore, vedendo la tua minutia essere differente da quella del scrittore, ridurrai prima la minutia da tè ritrouata, & con numeri maggiori espressa, à minimi numeri, ò termini.

In che modo le minutie si riduchino à mimimi numeri.

L'arte del ridurre ogni minutia scritta con maggiori numeri à minimi termini, sarà questa. Diuidasi tanto il Numeratore, quanto il Denominatore per la massima commune misura dell'vno, e dell'altro, cioè, per il massimo numero, che misuri l'vno, & l'altro. Percioche i numeri Quotienti, (facendo il Quotiente del Numeratore, Numeratore, & il Quotiente del Denominatore, Denominatore) daranno la minutia equiualente à quella, & espressa con numeri minimi. Perche essendo, che quando si diuidono due numeri per vn medesimo numero qual si voglia, li Quotienti habbino la medesima proportione, che quelli numeri, & li numeri Quotienti in questo modo ritrouati siano i minimi di tutti, per essere li numeri della minutia proposta partiti per il più gran numero, che l'vno, & l'altro misuri, di modo che per maggiore non si possino diuidere, che non si lasci qualche cosa nella diuisione; chiarissima cosa è, che la minutia ritrouata viene essere espressa con numeri minimi, di sorte che non si possi exprimere con minori.

Per essempio sia questa minutia proposta $\frac{32}{48}$. Il Numeratore, & il Denominatore della quale sono misurati, & numerati da tutti questi numeri 2. 4. 8. 16. & fuor di questi da niuno altro. Perche se bene il numero 24. che è maggiore d'essi, misura il Denominatore 48. non però si misura il Numeratore 32. Così ancora, benche il numero 32. che è maggiore, che

che 24. misuri il Numeratore 32. nientedimeno in niun modo misura il Denominatore 48. & pur in questo luogo noi intendiamo per il numero massimo numerante, quello, che misuri l'vno, & l'altro numero della minutia proposta, cioè tanto il Numeratore, quanto il Denumeratore. Se adunque tanto il Numeratore 32. quanto il Denominatore 48. si diuiderà per il maggior di quei numeri, come dire per il 16 si ritrouaranno li Quotienti 2. & 3. Onde la minutia proposta $\frac{32}{48}$. si ridurrà à questa equiualente $\frac{2}{3}$. espressa con minimi numeri. Se tù diuidessi li medesimi numeri della proposta minutia per vn'altro numero, che essi misuri, ma che non sia il maggiore, ridurresti bene la minutia ad vn'altra vguale, e da minori termini, ma non da i minimi. Come se li medesimi espressa, ma non da i minimi. Come se li medesimi numeri 32. & 48. si diuideranno per 8. si ritrouarà questa minutia $\frac{4}{6}$. la quale ancora si può scriuere con minori numeri, in questo modo $\frac{2}{3}$.

Per la medesima ragione questa minutia $\frac{45}{60}$. il Numeratore della quale, & il Denominatore sono misurati da tutti questi numeri 3. 5. 15. si ridurrà à $\frac{3}{4}$. se però così il Numeratore, come il Denominatore si diuiderà per 15. che è il maggior numero, che gli numeri. Et così di tutti gl'altri.

Quando le minutie non si possono ridurre à minori termini.

Ma se niun numero fuor dell'vnità misurarà il Numeratore, & il Denominatore d'alcuna minutia, quella minutia non si potrà ridurre a minori termini, ma sarà già espressa con minimi nnmeri. Come queste minutie $\frac{20}{39}$. $\frac{20}{63}$. $\frac{47}{59}$. non si possono ridurre a minori termini. Perche questi numeri 2. 4. 5. 10 benche numerino il Numeratore della prima minutia, niuno però di loro misura il Denominatore di quella; & ancorche questi numeri 3. 13. misurino il Denominatore della medesima minutia, ne l'vno però, ne l'altro di quelli misura il Numeratore. Di poi, benche questi numeri 2. 4. 5. 10. misurino il Numeratore della seconda minutia, & questi 3. 7. 9. 21. il Denominatore della medesima, niuno di loro però misura l'vno, e l'altro, cioè il Numeratore,

tore, & il Denominatore di quella minutia. Ma li numeri dell'vltima minutia da nissun numero fuor dell'vnità, sono numerati, essendo che (per parlare con gl'Aritmetici) sono numeri Primi, si come ancora li numeri di quell'altre prime due minutie sono tra di loro Primi, benche niuno di quelli sia primo. Perche numero Primo si dice quello, che è misurato solo dall'vnità, & numeri tra di loro Primi si chiamano quelli, li quali dalla sola vnità, come da misura commune, vengono misurati, ancorche nissuno di loro sia Primo.

Primo numero, & primi tra di loro quali siano.

Et perche per ridurre la minutia proposta à minimi termini, è necessario che si ritroui la massima misura commune del Numeratore, e del Denominatore, (poiche per questa massima misura commune l'vno, e l'altro numero, cioè tanto il Numeratore, quanto il Denominatore, s'ha da diuidere, come hauemo detto) si suol dare questa regola per ritrouarla. Si diuida il Denominatore, per il Numeratore: Et se qualche cosa nella diuisione sarà auanzata, si diuida il partitore, cioè il Numeratore, per quello restante della diuisione: Et se di nuouo sarà rimasta qualche cosa, si diuida quest'vltimo partitore, cioè quel primo auanzo, per il resto di quest'vltima diuisione; e cosi sempre si diuida l'vltimo partitore per l'vltimo resto, insino à tanto, che s'incontri in vn partitore, che non lasci cosa alcuna nella diuisione. Perche quest'vltimo partitore sarà la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore della minutia proposta. Ma se qualche partitore in questa sorte di diuisione lasciarà vn'vnità, non haueranno il Numeratore, & il Denominatore della minutia proposta alcuna misura commune, se non l'vnità, ma saranno numeri tra di loro Primi.

In che modo si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore di qual si voglia minutia.

Quando il Numeratore, & Denominatore della minutia non hanno misura commune fuor dell'vnità.

Come per essempio, se sarà proposta questa minutia $\frac{36}{72}$. ritrouoremo la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore in questo modo. Si diuida il Denominatore 72. per il Numeratore 36. & perche fatta questa diuisione, niente

auan-

auanza; sarà per tanto la massima misura commune 36. per la quale se diuideremo il Numeratore, & il Denominatore della data minutia $\frac{36}{72}$. ridurremo quella à questa $\frac{1}{2}$. espressa con termini minimi.

In oltre, se sarà data questa minutia $\frac{60}{96}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore in questo modo. Partito che sarà il Denominatore 96 per il Numeratore 60. auanzarà nella diuisione 36. Di più diuiso che sarà il partitore 60. per il resto 36. rimarrà nella diuisione 24. Di nuouo partito ancora quest'vltimo partitore 36. per l'vltimo resto 24. rimarrà 12. Et finalmente diuiso l'vltimo partitore 24. per l'vltimo resto 12. non rimane cosa alcuna. Sarà adunque la massima misura commune 12. per la quale si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore della proposta minutia $\frac{60}{96}$. se constituirà questa minutia $\frac{5}{8}$. espressa con numeri minimi.

Ma se si proponerà questa minutia $\frac{48}{103}$. non si ritrouarà niuna misura commune del Numeratore, & Denominatore, se non l'vnità. Perche diuidendo il Denominatore 103. per il Numeratore 48. auanza 7. Diuidendo da poi il partitore 48. per il resto 7. riman 6. Finalmente partendo quest'vltimo partitore 7. per l'vltimo residuo 6. riman 1. Per la qual cosa, si come è stato detto di sopra, il Numeratore, & Denominatore di questa minntia $\frac{48}{103}$. sono numeri tra di loro Primi.

Con la medesima arte ritrouaremo la massima misura commune di qual si voglia due numeri, (ancorche non constituischino numero rotto, ma assolutamente si proponghino) se il maggiore diuideremo per il minore, & questo partitore per il resto della diuisione, se vi sarà, & di nuouo quest'vltimo partitore per il resto dell'vltima diuisioue, & cosi di mano in mano con quest'ordine, &c. Perche l'vltimo Partitore, che niente lasciarà nella diuisione; sarà la massima misura commune delli dati numeri. Ma se in alcuna diuisione sarà auanzata l'vnità, saranno li numeri dati tra

In che modo si ritroui la massima misura di qual si voglia due numeri proposti.

ti tra

ti tra di loro Primi, & non hauranno alcuna misura commune, fuor che l'vnità.

Onde si caui questa regola di ritrouare la massima misura di due numeri.

Si caua questa regola di ritrouare la massima misura commune di due numeri, dalla propos. 2 del lib. 7. di Euclide. Et ancorche Euclide dica sempre douersi il minor numero sottrarre dal maggior, nientedimeno il medesimo si fa, & in effetto molto più breuemente, per la diuisione del maggior numero per il minore, essendo che la Diuisione sia vna certa succinta, & cõpendiosa sottrattione, si come anco la moltiplicatione è vna breue, & spedita raccolta di più numeri.

Vn'altro modo di ridurre le minutie à minimi termini.

In vn'altro modo si ridurrà qual si voglia minutia proposta à minimi termini, se tanto il Numeratore, quanto il Denominatore si diuiderà per alcuna misura commune di loro conosciuta, ancorche non sia la massima, acciò si ritroui vna minutia equiualente sotto minori numeri: Et in oltre se si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore di questa minutia ritrouata per alcun'altra misura commune di loro; & così di mano in mano, fino à tanto, che si ritroui vna minutia, della quale il Numeratore, e Denominatore siano numeri tra di loro primi. Come propostaci questa minutia $\frac{36}{48}$. se l'vno, & l'altro numero di quella si diuiderà per 2. si ritrouarà questa minutia $\frac{18}{24}$. della quale se l'vno, & l'altro numero si diuiderà per 3. si ritrouarà questa minutia $\frac{6}{8}$. Li numeri della quale finalmente partiti per 2. daranno questa minutia $\frac{3}{4}$. sotto minimi termini. Ma quella prima regola è più eccellente, & più breue.

DEL MODO DI RIDVRRE I NVMERI rotti ad vna medesima Denominatione, & ad intieri, & gl'intieri à qual si voglia rotto, e finalmente i rotti di rotti à rotti semplici. Cap. X.

Spesse volte auuiene, che si deuono ridurre li rotti di diuersi Denominatori ad altri rotti, che siano

no vguali à quelli, ciascuno al suo, & habbino vn medesimo Denominatore. Il che come si debbia fare, diremo in questo Capitolo. Et prima, quando le minutie proposte non sono più di due, & di poi quando saranno più.

In che modo due minutie si riduchino al la medesima Denominatione

PROPOSTE adunque due minutie, che habbino diuersi Denominatori, se li Denominatori si moltiplicaranno l'vn per l'altro, produrrassi il commune Denominatore, al quale le date minutie s'hanno da ridurre. Ma il Numeratore di ciascheduna moltiplicato

in croce per $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ si riducono à $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$.

il Denominatore dell'altra produrrà il Numeratore. Come in questo essempio, dal Denominatore 3. moltiplicato per il Denominatore 4. si fà il commune Denominatore 12. Da poi dal Numeratore 2. della prima minutia moltiplicato per il Denominatore 4. della seconda si fà il Numeratore 8. Et dal Numeratore 3. della seconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima si fà il Numeratore 9. Adunque le due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. si riducono à queste due $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. che sono vguale à quelle, & hanno vn'istesso Denominatore cõmune, cioè 12. Percioche questa minutia $\frac{8}{12}$. essere vguale à questa $\frac{2}{3}$. è manifesto dalla Propos. 17. e 18. del lib. 7. d'Euclide, essendo che l'vno, e l'altro numero di questa minutia $\frac{2}{3}$. moltiplicato per il medesimo numero 4. ouero moltiplicando il medesimo numero 4. cioè il Denominatore della seconda minutia proposta $\frac{3}{4}$. hà prodotto l'vno, e l'altro numero di quella $\frac{8}{12}$. imperoche di quì auuiene, che il Numeratore, & il Denominatore della minutia $\frac{8}{12}$. hanno la medesima proportione, ch'hanno il Numeratore, e Denominatore della minutia $\frac{2}{3}$. Onde saranno esse minutie vguali, come hauemo detto di sopra. Per la medesima ragione saranno vguali le minutie $\frac{9}{12}$. & $\frac{3}{4}$. perche l'vno, e l'altro numero di questa $\frac{3}{4}$. moltiplicato per il medesimo numero 3. ouero mol-

F tipli-

tiplicando il medeſimo numero 3. cioè il Denominatore della prima minutia data $\frac{2}{\,}$. hà prodotto l'vno, & l'altro numero di quella $\frac{\,}{1}\frac{9}{\,}\frac{\,}{2}$.

In che modo ſi ritroui vn numero numerato da quāti ſi voglia dati numeri.

M A ſe ſi proporranno più di due minutie da ridurſi ad vna medeſima denominatione, ſi deue cercar prima vn numero numerato da tutti li Denominatori delle date minutie; di maniera che contenga tutti le parti dominate da loro. Il qual numero nemerato dalli Denominatori propoſti, ouero da qual ſi voglia altri numeri dati, ritrouaremo in queſto modo, Moltiplichinſi tutti li Denominatori tra di loro, cioè il primo per il ſecondo, & queſto numero prodotto per il terzo, & queſto numero prodotto per il quarto, & coſi di mano in mano, ſino a tanto, che tutti ſiano moltiplicati. Perche l'vltimo numero prodotto ſarà quello, che ſi cerca. Come propoſte queſte minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. ſe il primo Denominatore 2. ſi moltiplicarà nel ſecondo 3. & il numero prodotto 6. nel terzo 4. & il prodotto numero 24. nel quarto 5. ſi produrrà il numero 120. il quale è numerato dalli Denominatori propoſti, cioè da 2. 3. 4 5.

Il modo di ritrouare il minimo numerato da quanti ſi voglia numeri dati.

M A perche il numero ritrouato in queſto modo tal volta, anzi per il più, è tanto grande, che ſi può dare vn'altro minore di quello, che ſia numerato da i medeſimi propoſti Denominatori, ritrouaremo il numero minimo numerato da quanti ſi voglia numeri, in queſto modo. Prima ritrouaremo il minimo numero numerato dalli primi due numeri propoſti con queſt'arte. Li due primi numeri ò hanno alcuna miſura commune, oltra l'vnità, ò nò, (il che conoſcerai, ſe il maggiore ſi diuiderà per il minore, & queſto partitore per il reſto della diuiſione, & coſi di mano in mano, con vna ſcambieuole diuiſione. Perche ſe ti occorrerà vn partitore, che non laſci niente, haueranno quelli due numeri vna miſura commune, & eſſo partitore vltimo ſarà la maſsima miſura di quelli; ma ſe auuerrà, ch'alcuno partitore laſci vna vnità, non haueranno miſura commune veru-

veruna, & ſaranno tra di loro Primi, come di ſopra nel Cap.9. hauemo dichiarato.) Se quelli due numeri primi non hanno alcuna miſura commune, ſarà il numero prodotto dalla moltiplicatione dell'vno per l'altro il minimo da quelli numerato, tal che non ſi poſſa dare altro minore: Ma ſe haueranno vna miſura commune; ritrouato ch'haurai la maſsima loro miſura commune, come nel Cap. 9. inſegnato hauemo, diuidaſi l'vno, & l'altro per quella, & ſi pongono li Quotienti ſotto quelli numeri. Perche ſe tù moltiplicarai il Quotiente del primo numero per il ſecondo numero, ouero il Quotiente del ſecondo numero per il primo numero, produrrai il minimo numero numerato da quelli due. Doppo andaremo inueſtigando nel medeſimo modo il minimo numero numerato da quello, che già trouato habbiamo, e dal terzo numero propoſto, cioè ricercando, ſe il terzo numero propoſto, & quello numero numerato dalli primi due hanno vna miſura commune, ò nò, &c. Perche queſto minimo ritrouato ſarà il minimo numerato dalli primi tre numeri propoſti. Di nuouo conferiremo queſto numero ritrouato con il quarto numero propoſto, & nel medeſimo modo inueſtigaremo il minimo numero da loro nnmerato. Imperoche queſto ritrouato ſarà il minimo numerato dalli quattri dati. E coſi ſeguitaremo, fin che non auanzi niun numero, con il quale il ritrouato vltimamente poſsi eſſere comparato. La dimoſtratione di queſta regola ſi caua dalla propoſ. 36. & 38 del lib 7 di Euclide.

M A dichiariamo queſto negocio nelle quattro proſsime minutie date $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. li Denominatori delle quali ſono 2 3. 4. 5. Et primieramente, perche li due primi numeri 2. & 3. non hanno altra miſura commune, che l'vnità, ſarà però il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione di quelli, il minimo numerato dal 2. & dal 3. Doppo, perche queſto numero 6. ritrouato, & il terzo numero 4. hanno la maſsima lor miſura 2. diuideremo per quella tanto il numero 6. quanto il 4. & li Quotienti 3. & 2. porremo ſotto eſſi, come tù quì vedi. Imperoche ſe moltiplicaremo 6. per 2. ouero 4. per 3. faremo il numero 12. che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 2. 3. 4. Finalmente perche queſto numero 12. ritrouato, & il quarto numero dato 5. non hanno miſura commune, ſe non l'vnità, moltiplicaremo 12. per 5. & produrremo il numero 60. che è il minimo numerato da i quattro Denominatori 2. 3. 4. 5. Di più deuiſi trouare il minimo numero numerato da 4. 6. 8. 12. 7. Primieramente, perche li primi due 4. e 6. hanno la maſsima miſura commune 2. partiremo per quella, tanto il 4. quanto il 6. & li Quotienti 2. & 3. porremo ſotto eſſi, come quì tù vedi. Perche ſe moltiplicaremo 4. per 3. ouero 6. per 2. faremo il numero 12. cioè il minimo numerato da quelli due 4. e 6. Doppo, perche queſto numero 12. ritrouato, & il terzo numero dato 8. hanno la maſſima miſura commune 4. partiremo per quella tanto il 12. quanto'l 8. & li Quotienti 3. & 2. collocaremo ſotto eſſi. Perche ſe moltiplicaremo 12. per 2. ouero 8. per 3. ſi produrrà il numero 24. che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 4. 6. & 8. Di nuouo, perche queſto numero ritrouato 24. & il quarto propoſto 12. hanno la maſſima miſura commune 12. diuideremo per quella tanto il 24. quanto il 12. & li Quotienti 2. & 1. porremo ſotto eſſi. Perche ſe moltiplicaremo 24. per 1. ouero 12. per 2. produrremo il numero 24. che è il minimo numerato da i quattro numeri dati 4. 6. 8. 12. Vltimamente, perche queſto numero 24. ritrouato, & l'vltimo numero dato 7. non hanno niun'altra miſura commune, che l'vnità, moltiplicaremo quelli tra di loro, & faremo il numero 168. cioè il minimo numerato dalli dati numeri 4. 6. 8. 12. 7. Che ſe alcuno cercaſſe il numero numerato dalli medeſimi dati

6.	4.
3.	2.

4.	6.
2.	3.

12.	8.
3.	2.

24.	12.
2.	1.

dati numeri 4. 6. 8. 12. 7. per la prima regola, cioè moltiplicando eſſi tra di loro, ritrouarebbe queſto numero 16128. che è molto maggiore di queſto numero minimo 168. ritrouato da noi.

In che modo più minutie, che due ſi riduchino à vna medeſima denominatione.

HORA ritrouato il numero numerato da tutti li Denominatori delle minutie, che habbiamo da ridurre, ò che quello ſia il minimo, ò nò, ridurremo le minutie date ad vna medeſima Denominatione in queſto modo. Il Denominatore commune è quel numero ritrouato, & dalli Denominatori numerato; il quale ſe noi diuideremo per il Denominatore di ciaſcuna minutia, & moltiplicaremo il Quotiente per il Numeratore, produrremo il Numeratore, che ſi hà da ſcriuere ſopra il commune Denominatore. Come in queſte quattro vltime minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. Il numero numerato dalli Denominatori è 120. Queſto adunque ſarà il commune Denominatore; il quale ſe diuideremo per il Denominatore 2. della prima minutia, faremo 60. & ſe queſto numero moltiplicaremo per il Numeratore 1. della madeſima minutia, produrremo pur 60. che ſarà il Numeratore per la prima minutia. Da poi ſe il medeſimo numero 120. partiremo per il Denominatore 3. della ſeconda minutia, ne riſultarà queſto numero 40. il quale ſe moltiplicaremo per il Numeratore 2. della medeſima minutia, faremo 80. che ſarà il Numeratore per la ſeconda minutia, & coſi di tutte l'altre. Di ſorte che le date quattro minutie ſi ridurranno à queſte quattro della medeſima denominatione $\frac{60}{120}$. $\frac{80}{120}$. $\frac{90}{120}$. $\frac{24}{120}$. Ma ſe piglieremo il numero 60. che è il minimo numerato dalli medeſimi Denominatori, per il commune Denominatore, ridurremo le medeſime minutie à queſte $\frac{30}{60}$. $\frac{40}{60}$. $\frac{45}{60}$. $\frac{12}{60}$.

Vn'altro modo di ridurre due minutie ad vn medeſimo denominatore.

CON queſta medeſima ragione ſi potranno ridurre ancora due minutie ad vna medeſima denominatione, ſenza moltiplicarle in croce. Perche ſe ſi cercarà vn numero, ò minimo, ò nò, numerato dalli Denominatori, ſarà quello il commune Denominatore, dal quale ritrouaranſi li Numeratori, come poco fà hauemo insegnato. Come proposte due minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{12}$. il minimo numero numerato dalli Denominatori è 12. ilquale se partiremo per il Denominatore 6. della prima minutia, & il Quotiente 2. moltiplicaremo per il Numeratore 5. della medesima minutia, faremo 10. per il Numeratore della prima minutia. Et se di nuouo il medesimo numero 12. partiremo per il Denominatore 12. della seconda minutia, & il Quotiente 1. moltiplicaremo per il Numeratore 7. della medesima minutia, ritrouaremo 7. per il Numeratore della seconda minutia. Si che le due date minutie si ridurranno à queste $\frac{10}{12}$. $\frac{7}{12}$. Che se alcuno le medesime vorrà ridurre per la prima regola ritrouarà queste minutie $\frac{60}{72}$. $\frac{42}{72}$. Dal che è manifesto, quanta differenza sia fra il minimo numero numerato dalli Denominatori delle minutie date, & non minimo. Perche per il minimo le date minutie si riducono alle minime minutie della medesima denominatione, che non si fa per l'altre regole.

L'vtilità delli minimi numeri numerati dalli Denominatori delle date minutie.

In che modo si riduchi la minutia del la quale il Numeratore è maggiore del Denominatore, à l'intieri.

ACCADE ancora alcuna volta, che il Numeratore della minutia prodotta dal raccorre, moltiplicare, e partire sia maggiore del Denominatore, & percioche quella minutia sia maggiore, che'l tutto, & l'intiero. Per la qual cosa quella si dourà ridurre ad intieri in questo modo. Diuidasi il Numeratore per il Denominatore. Perche il Quotiente darà l'intieri, à i quali la data minutia è vguale. Et se auanzarà cosa alcuna nella diuisione, quello sarà il Numeratore sotto il quale si dourà scriuere il medesimo Denominatore. Come questa minutia $\frac{60}{12}$. si ridurrà à 5. intieri. Ma questa $\frac{100}{7}$. si ridurrà à $14\frac{2}{7}$. Perche nella diuisione del Numeratore per il Denominatore auanzorno 2. & così quella minutia contiene 14. intieri, e di più due settime parti d'vn intiero.

In che modo si riduchino l'intieri à rotti

ANCORA non di rado suole auuenire, che l'intieri s'habbino da ridurre à qualche rotto. Il che in questo modo si farà. Moltiplichinsi l'intieri propo-

sti per il Denominatore della minutia, alla quale l'intieri s'hanno da ridurre. Perche il prodotto numero sarà il Numeratore, sotto il quale si dourà mettere il Denominatore della data minutia. Come se 7. intieri si deuono ridurre à quinte parti, moltiplicaremo 7. intieri per il Denominatore 5. della minutia proposta, & sotto il prodotto numero 35. scriueremo il medesimo Denominatore 5. & farassi questa minutia $\frac{35}{5}$ che è vguale à 7. intieri. Ma se à gl'intieri sarà congionta qualche minutia, si dourà aggiongere il Numeratore di quella minutia al numero prodotto dalli intieri moltiplicati per il Denominatore della minutia, per fare il Numeratore. Come se questo numero $8\frac{2}{5}$. si debbia ridurre à quinte, acciò si facci vna sola minutia; moltiplicaremo 8. per il Denominatore 5. della minutia, & al numero prodotto 40. aggiongeremo il Numeratore 2. della medesima minutia, acciò habbiamo il Numeratore 42. di questa minutia $\frac{42}{5}$ che al numero proposto è vguale.

Le minutie delle minutie in che modo si riducano à sēplici minutie.

Vltimamente quando in alcuna operatione occorrono minutie di minutie, s'haueranno da ridurre ad vna semplice minutia in questo modo. Moltiplica li Numeratori tra di loro, cioè, il primo per il secondo, & questo prodotto per il terzo, & in oltre questo prodotto per il quarto, & così di mano in mano, se saranno più Numeratori. Perche l'vltimo numero prodotto darà il Numeratore della minutia semplice, la quale sarà vguale à quella minutia delle minutie. Ma il Denominatore sarà il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, se si moltiplicaranno, come è stato detto delli Numeratori. Come questo rotto di rotti $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. si ridurrà à questa semplice minutia $\frac{12}{35}$. Perche la moltiplicatione delli Numeratori fà 12. & delli Denominatori fà 35. Di modo che tre quinte parti di quattro settime parti d'vn intiero contengono $\frac{12}{35}$. del medesimo intiero. Così ancora questa minutia di minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. si ridurrà à queſta ſemplice minutia $\frac{6}{144}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{1}{24}$. come è detto per il Capitolo precedente. Finalmente queſta minutia di minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. ſi ridurrà à queſta ſemplice minutia $\frac{18}{60}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{3}{10}$.

Ma che queſta ſia coſi, in queſto modo lo dichiararemo. Poniamo queſt'vltima minutia di minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. la quale fù ridotta à queſta ſemplice $\frac{3}{10}$. eſſere preſa da vn ſcudo. E neceſſario adunque, ſe la regola detta è vera, che ella contenga tre giulij, che ſono $\frac{3}{10}$. di vn ſcudo, eſſendo che ogni giulio ſia $\frac{1}{10}$. di vn ſcudo. Il che ogn'vno facilmente potrà conoſcere eſſer vero. Perche $\frac{3}{5}$. di vn ſcudo contengono 6 giulij, poiche due giulij ſono $\frac{1}{5}$. di vn ſcudo. Ma $\frac{2}{3}$. di 6. giulij ſono 4. giulij; & $\frac{3}{4}$. di 4. giulij ſono 3. giulij. Per la medeſima ragione queſta minutia di minutie $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{3}$. eſſere bene ridotta à queſta $\frac{2}{45}$. moſtraremo in queſto numero 45. coſi. Perche $\frac{1}{3}$. di queſto numero 45. contiene 15 vnità, dalle quali ſe ſi pigliaranno $\frac{2}{5}$. ſi prenderanno 6. vnità, dalle quali ſe vltimamente ſi pigliarà $\frac{1}{3}$. ſe prenderanno 2. vnità, che fanno $\frac{2}{45}$. del detto numero 45. Non altrimente ſi potranno gl'altri eſſempi dichiarare, & prouare.

DEL MODO DI RACCORRE *i numeri rotti. Cap. XI.*

La raccolta delle minutie in che modo ſi faccia.

SE le minutie da raccorſi haranno vn medeſimo Denominatore, ſi douranno raccorre i Numeratori, & ſotto la ſomma raccolta ſcriuere il medeſimo Denominatore. Ma ſe le minutie haranno diuerſi Denominatori, s'hauranno prima da ridurre ad vn medeſimo Denominatore, & all'hora nel medeſimo modo fare la ſomma, ò raccolta. Come dire la ſomma raccolta di queſte 3. minutie $\frac{2}{13}$. $\frac{4}{13}$. $\frac{6}{13}$. è queſta $\frac{12}{13}$. Perche hanno vn medeſimo Denominatore, & dalli Numeratori è ſtata raccolta la ſomma 12. Si come da 2. ſcudi, 4. ſcudi, & 6. ſcudi ſi fanno

fanno

fanno 12. ſcudi. Coſi ancora da queſte minutie $\frac{3}{10}$. $\frac{7}{10}$. ſi raccoglie queſta ſomma $\frac{10}{10}$. che tanto vale, quanto vn'intiero. Coſi ancora da queſte minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. ſi raccorrà queſta ſomma $\frac{18}{7}$. che ridotta all'intieri fa $2\frac{4}{7}$. Ma accioche queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ſi raccolgano in vna ſomma, ſi douranno prima ridurre ad vn medeſimo Denominatore, cioè à queſte minutie $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. dalle quali raccolte in vna ſomma ſi faranno $\frac{17}{12}$. cioè $1\frac{5}{12}$. Et queſta è la ſomma delle due minutie propoſte. Si come da 2. ſcudi, e 3. giulij, ſe li 2. ſcudi ſi ridurranno à 20. giulij, ſi faranno 23. giulij. Coſi ancora queſte minutie $\frac{6}{7}$. $\frac{12}{13}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{4}{5}$. acciò in vna ſomma ſi raccolgano, ſi douranno prima ridurre à queſte d'vna medeſima denominatione, $\frac{4290}{5005}$. $\frac{4620}{5005}$. $\frac{4550}{5005}$. $\frac{4004}{5005}$. dalle quali ſi fa queſta ſomma $\frac{17464}{5005}$. cioè $3\frac{2449}{5005}$.

Quādo vi ſono delli intieri, che coſa s'habbia à fare.

Se ci ſaranno intieri inſieme con rotti, s'hauranno da raccorre l'intieri da parte, & le minutie ſimilmente da parte. Eſſempio. Da 8. & $\frac{2}{5}$. ſi fa $8\frac{3}{5}$. Coſi da 8. & $4\frac{2}{3}$. ſi fa $12\frac{2}{3}$. Coſi da $8\frac{2}{7}$. & $4\frac{6}{7}$. ſi fa $12\frac{8}{7}$. cioè $13\frac{1}{7}$. Coſi da $8\frac{2}{3}$. & $4\frac{3}{4}$. ſi farà $12\frac{17}{12}$. cioè $13.\frac{5}{12}$.

Prattica di raccorre tra di loro le minutie di diuerſe denominationi

Di modo che per raccorre due minutie di diuerſe denominationi in vna ſomma, s'hanno da moltiplicare quelle in croce, e raccorre i numeri prodotti per fare il Numeratore della minutia, che s'ha da produrre. Di poi s'hanno da moltiplicare li Denominatori tra di loro, acciò ſi habbia il Denominatore della medeſima minutia. Perche coſi ſi riducono quelle due minutie ad vna medeſima denominatione, come dal precedente Cap. è manifeſto, & li Numeratori ſi raccolgono inſieme. Come douendoſi raccorre queſte due minutie, $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. moltiplicaremo tanto il Numeratore 2. della prima per il Denominatore 4. della ſeconda, quanto il Numeratore 3. della ſeconda per il Denominatore 3. della prima, & li numeri prodotti 8. & 9. raccorremo in vna ſomma, acciò ſi facci il Numeratore 17. Doppo il numero

mero

mero prodotto dalla moltipli[illegible]ne delli Denominatori tra di loro, cioè 12. faremo [illegible]nominatore. Sarà dunque la minutia raccolta $\frac{17}{12}$. Ma se saranno più minutie da raccorre [illegible], raccorremo prima le prime due, come hauemo detto: D[illegible] minutia raccolta con la terza minutia nel medesimo modo; & questa prodotta con la quarta, & così di mano in mano. Come se si hauranno d'aggiongere insieme queste minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{7}$. raccorremo prima dalle prime due questa $\frac{17}{12}$. Doppo da questa, & dalla terza faremo nel medesimo modo $\frac{133}{60}$. Finalmente da q̃sta, e dalla quarta faremo $\frac{1231}{420}$ cioè 2 $\frac{391}{420}$. che è la somma di tutte.

La proua del raccorre delle minutie.

La proua del raccorre si fa per la sottrattione. Peròche sottraendo dalla somma raccolta vna delle due minutie, che si sommano insieme, rimarrà l'altra, se però non si haurà fatto errore nel sommare. Ma se saranno più minutie da raccorre, sottraẽdo vna di quelle dalla somma, restarà vna minutia vguale all'altre tutte insieme. Essempio. Perche queste minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{12}$. raccolte fanno $\frac{56}{48}$ cioè 1 $\frac{8}{48}$ se da questa somma se sottrarrà la prima minutia, cioè $\frac{3}{4}$. come nel seguente Cap. insegnaremo, rimarrà questa minutia $\frac{80}{192}$ che è vguale all'altra minutia $\frac{5}{12}$. come è manifesto, se si ridurrà à minimi termini, ouero se si moltiplicaranno in croce li Numeratori per li Denominatori. Imperoche si produrrà vn medesimo numero tanto dall'80. nel 12 quanto dal 5. nel 192. cioè il numero 960. Donde seguita che queste minutie $\frac{80}{192}$. $\frac{5}{12}$. sono vguali, come sopra nel Cap. 7. detto habbiamo.

DEL MODO DI SOTTRARRE li numeri rotti. Cap. XII.

SE le due minutie, la minore delle quali s'hà da sottrarre dalla maggiore, haranno il medesimo Denominatore, se dourà sottrarre il Numeratore dell'vna dal Numeratore dell'altra, e sotto il residuo scriuere il medesimo [illegible]nominatore. Ma se hauranno diuersi Denomin[illegible], si haueranno prima da ridurre ad vn medesimo Denominatore, & all'hora nel medesimo modo fa[illegible] la [illegible]trattione. Come se si ha da sottrarre que[illegible] minutia $\frac{5}{17}$ da questa $\frac{8}{17}$. sottrarremo il Numeratore 5. dal Numeratore 8. & il resto 3. porremo sopra il medesimo Denominatore 17. acciò si faccia la restante minutia $\frac{3}{17}$. Come se 5. scudi si cauassero da 8. scudi rimarriano scudi 3. Ma se si hà da sottrarre questa minutia $\frac{2}{3}$. da questa $\frac{8}{9}$. si doueranno prima ridurre tutte due à queste $\frac{18}{27}$. $\frac{24}{27}$. della medesima denominatione. Doppo sottrarre il Numeratore 18. dal Numeratore 24 & il resto 6. porre sopra il commune Denominatore 27. acciò si facci la minutia $\frac{6}{27}$. che resta. Come douendosi cauare 2. giulij da 8. scudi, si doueranno prima ridurre li 8. scudi à 80. giulij, acciò rimanghino 78. giulij.

Quando vi sono intieri che s'habbia da fare.

Se dall'intieri si douerà cauare qualche numero rotto, s'haurà da ridurre vn'vnità dell'intieri à rotti della medesima denomiuatione, acciò si faccia vna minutia, il Numeratore della quale sia vguale al Denominatore; & da quella si ha da sottrarre la minutia proposta. Come douendosi cauare da 10 questa minutia $\frac{6}{11}$. faremo d'vn'vnità $\frac{11}{11}$. da quali se cauaremo $\frac{6}{11}$. rimarranno 9 $\frac{5}{11}$. Imperoche all'intieri mancarà quell'vnità, che è stata ridotta alla minutia

Ma se dall'intieri si doueranno cauar l'intieri, & di piu alcun rotto, si dourà ridurre similmente vna vnità di quell'intieri alla minutia della medesima Denominatione. Di poi cauare l intieri da gl'altri intieri, & il rotto dall'altro rotto. Come se questo numero 4 $\frac{3}{5}$. s'habbia da sottrarre da 10. faremo d'vna vnità del numero 10. questa minutia $\frac{5}{5}$. dalla quale se leuaremo $\frac{3}{5}$. rimarranno $\frac{2}{5}$. & se si leuaranno 4 dal resto 9 rimaranno 5. si che tutto il numero ch'auanza, sarà 5 $\frac{2}{5}$.

VLTIMAMENTE se dall'intieri insieme con rotti

rotti si douranno sottrarre intieri, & rotti, ouero rotti soli; se il rotto, che si hà da cauare, è minor di quello, dal quale si caua, ò à quello vguale, s'haurà da sottrarre il rotto dal rotto, & l'intieri dall'intieri: Ma se il rotto, che si deue sottrarre, sarà maggior di quello, dal quale si fa la sottrattione, s'haurà da ridurre vna vnità d'intieri, dalli quali si deue far la sottrattione, al rotto, che gli stà cõgionto, &c. Come se questo numero $6\frac{3}{4}$. si dourà sottrarre da questo $10\frac{1}{2}$ perche la minutia $\frac{3}{4}$. è maggiore che $\frac{1}{2}$. faremo d'vna vnità del numero sano 10. questa minutia $\frac{2}{2}$. la quale con $\frac{1}{2}$. farà $\frac{3}{2}$. dalla quale minutia se si leuarà la minutia $\frac{3}{4}$. restarà la minutia $\frac{6}{8}$. Leuati ancora 6. dal 9. rimarrà 3. Sarà adunque tutto il numero, che resta $3\frac{6}{8}$.

Quando vi sono piu minutie, che s'habbia da fare.

CHE se alle volte si dourà sottrarre vna minutia da più minutie, ò piu da vna, ò più da più, s'haurà da auuertire di raccorre prima in vna somma quelle piu, tanto quelle, che si sottraggono, quanto quelle, dalle quali si dourà fare la sottrattione.

Prattica di sottrare vna minutia da vn'altra.

DI modo che per sottrarre vna minutia dall'altra, quando li Denominatori sono diuersi, s'hanno da moltiplicare li Numeratori in croce per li Denominatori, & vn prodotto sottrarre dall'altro, & sotto à quello, che resta, mettere il numero prodotto dalla moltiplicatione de i Denominatori tra di loro. Perche in questo modo le due minutie proposte si riducono ad vna medesima denominatione, &c. Come per essempio, douendosi sottrarre la minutia $\frac{3}{4}$. dalla minutia $\frac{7}{9}$. moltiplicaremo il Numeratore 3. della minutia, che si caua, per il Denominatore 9. dell'altra, & il prodotto 27. cauaremo dal numero 28. prodotto dalla moltiplicatione del Numeratore 7. della minutia, dalla quale si fa la sottrattione, per il Denominatore 4. dell'altra, & sotto la vnità rimasta porremo il numero 36. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, acciò si facci la minutia, che resta, $\frac{1}{36}$.

LA proua della sottrattione si fa per il raccorre

Per-

La proua del sottrare delle minutie.

Perche se la minutia rimasta si aggiongerà alla minutia sottratta, si rifarà quella minutia, della quale è stata fatta la sottrattione, se non si è fatto errore. Come dire, perche sottraendo questa minutia $\frac{3}{4}$. da questa $\frac{7}{9}$. rimane questa minutia $\frac{1}{36}$. come nel prossimo essempio è stato chiaro, se s'aggiongerà $\frac{1}{36}$. à $\frac{3}{4}$. si farà questa minutia $\frac{112}{144}$. che ridotta à minimi termini, farà questa $\frac{7}{9}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione. Così ancora, perche sottraendo questa minutia $\frac{2}{3}$. da questa $\frac{6}{8}$. rimane questa minutia $\frac{2}{24}$. la quale se si aggiongerà à $\frac{2}{3}$. si farà questa minutia $\frac{54}{72}$. che è vguale alla minutia $\frac{6}{8}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione, come è manifesto, se l'vna, & l'altra si ridurrà à minimi termini; Perche sempre si ritrouarà questa minutia $\frac{3}{4}$. Ouero se li Numeratori di quelle si moltiplicaranno in croce per li Denominatori: Perche sempre produrranno vn medesimo numero, cioè 432.

DEL MODO DI MOLTIPLIcare i numeri rotti. Cap. XIII.

La moltiplicatione del le minutie in che modo si faccia

SE si moltiplicaranno trà di loro li Numeratori, si produrrà il Numeratore della moltiplicatione, ma dalla moltiplicatione de i Numeratori si farà il Denominatore della medesima. Come dalla moltiplicatione di $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. Perche li Numeratori moltiplicati tra di loro fanno 6. & li Denominatori 12.

Quādo vi sono intieri, che si debba fare

QVANDO vna minutia si dourà moltiplicare per vn numero intiero, s'haurà da porre sotto il numero intiero vn'vnità, acciò da esso si facci quasi vn certo rotto denominato dall'vnità. Doppo s'osseruerà la regola che poco fa, hauemo data. Come se si haueranno da moltiplicare 8. per $\frac{4}{5}$. scriueremo 1. sotto l'8. come tu vedi nel proposto essempio.

$\frac{8}{1}$. $\frac{4}{5}$.

Adunque se si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quanto

li De-li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{32}{5}$. che val tanto, quanto $6\frac{5}{2}$.

Ma quando al numero intiero è congionta qualche minutia, s'haurà da ridurre il numero intiero à quella minutia, acciò da esso, & dalla minutia attaccata si facci vn rotto. Come douendosi moltiplicare 8, per $3\frac{5}{6}$. faremo dal $3\frac{5}{6}$ la minutia $\frac{23}{6}$. & sotto il numero 8. metteremo 1. come tu vedi essere stato fatto quì. $\frac{8}{1}$. $\frac{23}{6}$. Se adunque si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quãto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{125}{6}$. equiualẽte à questo numero $30\frac{4}{6}$ Di più se si douranno moltiplicare $4\frac{2}{3}$, per $\frac{1}{2}$, ridurremo $4\frac{2}{3}$ à $\frac{14}{3}$, come quì tu vedi. $\frac{14}{3}$ $\frac{1}{2}$. Et si produrrà dalla moltiplicatione questa minutia $\frac{14}{6}$ cioè $2\frac{2}{6}$. Nel medesimo modo, se si douranno moltiplicare $4\frac{1}{2}$. per $3\frac{1}{5}$, ridurremo il numero primo a $\frac{9}{2}$. & il secondo a $\frac{16}{5}$ come tu vedi nell'essempio quì posto. $\frac{9}{2}$. $\frac{16}{5}$. Moltiplicando adunque tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{144}{10}$. cioè $14\frac{4}{10}$.

La proua della moltiplicatione delle minutie, come si faccia.

La proua della moltiplicatione si fa per la Diuisione. Perche se si diuiderà la minutia prodotta per vna delle due, che sono moltiplicate, necessariamente verrà nel Quotiente l'altra minutia moltiplicata. Come se dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$ per $\frac{4}{7}$. si fa $\frac{4}{14}$. è necessario, che partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{4}{7}$. ma partendo la medesima minutia $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si facci $\frac{1}{2}$. Ma perche partendo $\frac{4}{14}$ per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{8}{14}$. la qual minutia è vguale à questa $\frac{4}{7}$ & diuidendo il medesimo rotto $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si produca $\frac{28}{56}$. cioè $\frac{1}{2}$. sarà manifesto dal seguente cap.

Perche nella moltiplicatione delle minutie si produchi vna minutia minore dell'vna & l'altra che moltiplica

Ne deue fare marauiglia ad alcuno, che la moltiplicatione delle minutie produchi sempre vna minutia minore dell'vna, e l'altra minutia, che moltiplica, come nell'vltimo essempio, ch'hauemo dato nella proua, è manifesto, doue dalla moltiplicatione

ne di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. è prodotta la minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. la quale è minore dell'vna & l'altra minutia, che moltiplica. Percioche se si considera bene la natura della moltiplicatione, facilmente cognoscerà ogn'vno, questo necessariamente così douer essere. Perche essendo, che all'hora vn numero si dica esser moltiplicato per vn'altro, quando vno d'essi si piglia tante volte, quante volte l'altro contiene l'vnità, come nel cap. 4. hauemo detto, è cosa chiara, che nè l'vna, nè l'altra minutia, che moltiplica, si può pigliare tutta nel numero prodotto, ma solamente certi fragmenti di essa, cioè fragmenti dell'vnità, quali ci vengono significati per l'altra minutia, che moltiplica, poiche questa minutia è minore dell'vnità. Imperoche di qui è, che si come la minutia, che moltiplica, non contiene l'vnità intiera, così ne anco il numero prodotto conterrà tutta l'altra minutia, che moltiplica. Come nel prossimo essempio, si come $\frac{1}{2}$ è la meza parte dell'vnità, così ancora il numero prodotto $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. è la meza parte di questa minutia $\frac{4}{7}$. come ricerca la definitione della moltiplicatione. Bene adunque dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$ si produce questa minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. Questo ancora sarà più chiaro dal commune modo di parlar Italiano. Imperoche, si come, quando si moltiplica 3. per 6. intendiamo, che si ha da pigliar il 3. sei volte, ouero il 6. tre volte, cioè 18. così ancora, quando si moltiplica $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. vogliamo dire, che si deui pigliare $\frac{4}{7}$ vna meza volta, ouero, che si hà da pigliar la metà di $\frac{4}{7}$. ouero $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. cioè solamente $\frac{2}{7}$. Essendo chiaro, che la metà di $\frac{4}{7}$. fa $\frac{2}{7}$. & $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$, fanno $\frac{2}{7}$. ouero $\frac{4}{14}$. poiche $\frac{1}{7}$. di $\frac{1}{2}$. e $\frac{1}{14}$. come costa dalla riduttione di queste minutie di minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{7}$. $\frac{1}{2}$. Imperoche per il cap 10. la prima si ridurrà à questa semplice $\frac{4}{14}$ & la seconda à questa $\frac{1}{14}$. Così ancora dalla moltiplicatione di 9. per $\frac{1}{3}$. si produce questa minutia $\frac{9}{3}$. cioè questo numero 3 che è minore che 9. Perche si come $\frac{1}{3}$. è la terza parte dell'vnil'vnità, cosi il numero 3 è la terza parte del numero 9. Ouero si come il numero prodotto 3. contiene $\frac{1}{3}$. noue volte, cosi il numero 9. contiene noue vnità. Non è adunque marauiglia, che si produca minor numero dell'vna, e dell'altra minutia moltiplicante, quando ciascuna di esse è minore, che l'vnità. Imperoche quádo si moltiplica vn numero intiero per vn rotto; si produce ben sépre vn numero minore, che l'intiero moltiplicato, ma maggiore, che la minutia moltiplicante, si come nel prossimo essempio s'è visto. Cosi ancora, se l'intieri per l'intieri insieme con rotti, ouero l'intieri insieme con rotti per l'intieri insieme con rotti si moltiplicaranno, sempre si produrrà maggior numero dell'vno, & dell'altro numero moltiplicante, per amor del numero intiero, che moltiplica gl'intieri. Come dire dalla moltiplicatione di 4 per $3\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{52}{4}$. cioè 13. Perche il numero 4. pigliato tre volte fa 12. & la quarta parte di esso è 1. ouero perche il numero 3. pigliato quattro volte fa 12. & la minutia $\frac{1}{4}$. pigliata quattro volte $\frac{4}{4}$. cioè 1.

DEL MODO DI DIVIDERE I numeri rotti. Cap. XIV.

Come si facci la diuisione delle minutie

PER più facilità, la regola della Diuisione si potrà ridurre alla regola della moltiplicatione, in questo modo. Si cambino tra di loro li termini, ò numeri della minutia, che è partitore, cioè il Numeratore si scriua sotto la lineetta, & il Denominatore di sopra. Perche fatto questo, se la regola data della moltiplicatione nel cap. precedente si osseruarà, cioè se tanto li Numeratori tra se, quanto li Denominatori tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero Quotiente. Come douendosi diuidere questa minutia $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{6}$. starà l'essempio, come quì vedi. $\frac{1}{2}$. $\frac{6}{1}$. Moltiplicando adunque tanto li Numeratori, quanto li Denominatori tra di loro, si produrrà questa minutia

nutia $\frac{6}{2}$. cioè il numero 3. che è il Quotiente. Cosi ancora se si dourà diuidere la minutia $\frac{2}{5}$. per $\frac{3}{7}$ starà l'essempio, come quì vedi. $\frac{2}{5}$. $\frac{7}{3}$. Et il Quotiente sarà $\frac{14}{15}$.

Quando vi sono dell'intieri, che s'habbia da fare.

Quando vn numero intiero si hà da diuidere per vna minutia, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero vna minutia per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero finalmente vn numero intiero con rotti per rotti, ò per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti; si dourà porre sotto'l numero intiero vna vnità, se il numero intiero sarà solo senza rotto; Ma se il numero sarà intiero con rotto, si dourà ridurre quel numero intiero alla minutia, che gli stà attaccata, acciò si faccia vna totale minutia, come nel cap. precedente hauemo detto. Doppo si hà da osseruare la regola già detta. Come nelle seguenti diuisioni staranno li essempi, insieme con li Quotienti loro, come quì vedi.

	Così staranno gli essempi.		*li Quotienti.*
6. per $\frac{2}{3}$.	$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{2}$.	$\frac{18}{2}$. ouero 9.
6. per $4\frac{2}{3}$.	$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{14}$.	$\frac{18}{14}$. ouero $1\frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3}$. per 6.	$\frac{2}{3}$.	$\frac{1}{6}$.	$\frac{2}{18}$. ouero $\frac{1}{9}$.
$\frac{2}{3}$. per $6\frac{1}{2}$.	$\frac{2}{3}$.	$\frac{2}{13}$.	$\frac{4}{39}$.
$6\frac{1}{2}$. per $\frac{3}{4}$.	$\frac{13}{2}$.	$\frac{4}{3}$.	$\frac{52}{6}$. ouero $8\frac{2}{3}$.
$6\frac{1}{2}$. per 3.	$\frac{13}{2}$.	$\frac{1}{3}$.	$\frac{13}{6}$. ouero $2\frac{1}{6}$.
$6\frac{1}{2}$ per $3\frac{4}{5}$.	$\frac{13}{2}$.	$\frac{5}{19}$.	$\frac{65}{38}$. ouero $1\frac{27}{38}$

In che modo gl'altri insegnino di diuidere le minutie

ALCVNI danno questa regola della Diuisione delle minutie. Il Numeratore della minutia, che si hà da partire, (posta l'vnità sotto gl'intieri, se vi sono, & ridotti gl'intieri alla minutia, che gli è à lato, se ci è) si moltiplichi per il Denominatore della minu-

minutia, per la quale si diuide. Perche in questo modo si produrrà il Numeratore della minutia Quotiente. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione del Denominatore della minutia, che si ha da partire, per il Numeratore della minutia, per la quale si diuide. Il che in vero è il medesimo, come se si cambiassero tra di loro i termini, ò numeri del partitore, e si seruasse la regola della moltiplicatione, come è manifesto. Ma perche alcuno potrebbe stare alle volte in dubbio, se il Numeratore della minutia, che si diuide, ouero di quella, per la quale si diuide, produca il Numeratore della minutia Quotiente, (perche facilmente questa cosa potrebbe vscire di memoria) più mi piace la prima regola da noi data, nella quale la regola della Diuisione si riduce alla regola della moltiplicatione.

La proua della diuisione delle minutie.

La proua della Diuisione si fa per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà la minutia Quotiente per la minutia, per la quale si diuide, si produrrà necessariamente la minutia diuisa. Essempio. Perche dalla diuisione di $\frac{4}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produce la minutia $\frac{8}{5}$. cioè $1\frac{3}{5}$. seguita, che dalla moltiplicatione di $1\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$ si produchi la minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Il che è verissimo. Imperoche si produce da questa moltiplicatione la minutia $\frac{8}{10}$. che è vguale a questa $\frac{4}{5}$ come è manifesto.

Perche spesse volte nella diuisione delle minutie il Quotiente sia maggiore, che la minutia diuisa.

Ma che nella diuisione delle minutie spesse volte si produca vn Quotiente maggiore, che la minutia, che si diuide, come nella diuisione di $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. è manifesto, nella quale il Quotiente è $\frac{42}{14}$. cioè 3. non deue far marauiglia ad alcuno. Perche essendo che il numero Quotiente significhi, quante volte il partitore si contenga nel numero, che si diuide, chiara cosa è, quando la minutia, per la quale si diuide, è minore che la minutia, che si diuide, che quella in questa viene ad essere contenuta più d'vna volta, & però che'l Quotiente habbia ad essere maggiore, che 1. ancorche la minutia, che si diuide, sia minor che 1. Come nel prossimo essempio; perche la minutia $\frac{2}{7}$.

per la quale si diuide, si contiene nella minutia $\frac{6}{7}$. che si diuide, tre volte, auuiene, che'l Quotiente sia 3. acciò mostri, quella in questa essere contenuta tre volte. Il medesimo ancora dalla definitione della Diuisione chiaramente apparisce. Perche conciosia che la Diuisione sia vn ritrouamento di vn numero, che tante volte contenghi l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore, come nel cap. 5. hauemo detto, è chiaro, che nella prossima diuisione il Quotiente debbia essere 3. cioè, che contenghi tre volte l'vnità, si come ancora la minutia $\frac{6}{7}$. che si diuide, contiene la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, tre volte. Adunque non è marauiglia, che nella diuisione delle minutie sempre si produca vn Quotiente maggiore del numero, che si diuide, quando il partitore è minore che 1. & minore anco, che la minutia, che si diuide, come nel dato essempio è stato chiaro. Et il medesimo nella diuisione di 6. per $\frac{1}{2}$. apparisce, doue il Quotiente è 12. perche la minutia $\frac{1}{2}$. per la quale si diuide, è contenuta 12. volte nel numero 6. che si diuide.

Quando il Quotiente sia maggiore che'l numero, che si diuide nel la Diuisione delle minutie.

La qual cosa però più generalmente dimostraremo, ogni volta che'l partitore è minore, che l'vnità, ancorche non sia minore che'l numero, che si diuide, in questo modo. Essendo la diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore, sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, qual'è del numero, che si diuide, al partitore, & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità maggiore, che'l partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente maggiore, che'l numero, che si diuide.

Quando il Quotiente sia minore nelle minu-

Nondimeno quando il partitore è maggior, che 1. sempre il Quotiente sarà minore del numero, che si diuide. Essempio. Diuidendosi $\frac{8}{9}$. per $1\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{16}{27}$. Et $6\frac{1}{2}$. per $1\frac{2}{3}$. il Quotiente è $\frac{39}{10}$.

tie, del numero, che si diuide.

cioè $3\frac{\quad 9 \quad}{1 \qquad 0}$. Et partendosi $100\frac{1}{2}$. per $10\frac{3}{4}$. il Quotiente è $\frac{8 \quad 0 \quad 4}{\quad 8 \quad 6 \quad}$. cioè $9\frac{3}{8}\frac{0}{6}$. ouero $9\frac{1}{4}\frac{5}{3}$. Di più partendosi $3\frac{1}{5}$. per $1\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{3}{1}\frac{2}{5}$. cioè $2\frac{\quad 2 \quad}{1 \qquad 5}$. doue tù vedi, il Quotiente sempre essere minore del numero, che si diuide.

La ragione è, perche essendo la Diuisione vn ritrouamento di vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore; sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, quale è del numero, che si diuide, al partitore; & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità minore, che'l partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente minore, che'l numero, che si diuide.

ANNOTATIONE.

Tutto questo dalla linea, che comincia (La qual cosa però, &c.) *fin quì, l'Autore l'hà mutato così, impero che nell'essemplare Latino non stà in questo modo: Et egli vorrebbe, che così si leggesse nel Latino, come stà quì nel volgare; Essendo la cosa assai più chiara qui, che lì, & più vniuersale.*

DEL MODO DI INESTARE i numeri rotti. Cap. XV.

Che cosa sia l'inestamento delle minutie

SOGLIONO alcuni Aritmetici vsare vna certa operatione nelle minutie, che chiamano inestamento. (alcuni la chiamano infilzamento) Il quale inestamento non è altro, che, essendo proposte due, ouero più minutie, delle quali ciascheduna sia vn rotto, ò di vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine, ouero vn rotto di tutte le seguenti minutie intiere per ordine, vn aggiongere tutte le proposte minutie di questa sorte, all'vltima minutia, rispetto della quale si pigliano tutti quelli rotti di rotti: Di maniera, che in vn certo modo s'inestino, ò s'inserischino,

schino,

schino, & s'infilzino le precedenti minutie alle seguenti. Donde quest'operatione hà preso il nome di inestamento, come nelli essempi sarà chiaro. Come dire, se saranno proposte queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. di modo, che la prima sia vn rotto d'vna sola particella dell'vltima, ouero vn rotto di tutta l'vltima; cioè di modo, che la prima contenga ò due terze parti di vna quarta parte, ouero due terze parti di tre quarte parti: l'operatione, con la quale aggiongiamo $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. si chiama inestamento. Nel medesimo modo, se saranno proposte queste quattro minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. si che ciascheduna sia vn rotto, ò d'vna sola particola di tutte le seguenti, ouero vn rotto di tutte quante le seguenti intiere, cioè, che la prima contenga ò due terzi di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & la seconda significhi tre quarti di vn quinto di vn settimo; & la terza comprenda due quinti di vn settimo; ouero che la prima contenga due terzi di tre quarti di due quinti di quattro settimi; & la seconda comprenda tre quarti di due quinti di quattro settimi; & la terza significhi due quinti di quattro settimi: l'operatione, con la quale si aggiongono tutti questi rotti di rotti, cioè $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo; & $\frac{2}{5}$. di vn settimo; ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi; & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi; & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi, à $\frac{4}{7}$. si chiama inestamento, & così dell'altre.

Et adunque l'inestamento di due sorti; l'vna, quando ciascheduna minutia è vn rotto di vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine; l'altra, quando ciascheduna minutia è vn rotto di tutte l'intiere minutie seguenti per ordine, si come nelli essempi è stato manifesto. Essendo questo così, tutti gl'Aritmetici hanno parlato solamente del primo inestamento, senza farne mentione alcuna del secondo, forse per questa causa, perche il primo è molto vtile à diuidere qual si voglia numero intiero infie-

L'inestamento perche causa sia stato ritrouato.

me con alcun rotto, per vn numero intiero, ſi come poco più à baſſo diremo. Ma perche il ſecondo ineſtamēto ancora è molto vtile nelle progreſsioni Geometriche, come, piacendo à Dio, nella noſtra Aritmetica maggiore dichiararemo, daremo la regola dell'vno, & dell'altro ineſtamento.

La differenza che è tra l'ineſtamento, & la ridottione delle minutie di minutie.

E gran differenza tra l'ineſtamento, & quella operatione, con la quale nel cap. 9. hauemo inſegnato il modo di ridurre le minutie di minutie ad vna ſemplice minutia. Perche iui eſſendoci propoſte, verbi gratia, queſte due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. in modo, che la prima ſia vn rotto della ſeconda, ricercauamo ſolamente, che ſorte di minutia ſemplice faceſſero due terzi di tre quarti, & ritrouauamo, che faceuano $\frac{}{1}\,\frac{6}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. di vn'intiero. Ma quì cercaremo, che ſorte di minutia ſi faccia, ſe ſi aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti, à $\frac{3}{4}$. che nel primo modo ſi farà queſta minutia $\frac{1}{1}\,\frac{1}{2}$. ma nell'altro modo queſta $\frac{1}{1}\,\frac{5}{2}$. cioè $1\frac{1}{4}$ delle quali l'vna, & l'altra è differente aſſai da $\frac{1}{2}$ Nel medeſimo modo ſi vedrà la differenza, ſe ſaranno più minutie, che due.

Prima regola dell'ineſtamento di due minutie.

Se adunque ſi proponeranno due minutie, delle quali la prima ſia vn rotto di vna ſola particella della ſeconda, coſi ſi farà l'ineſtamento. Moltiplichiſi il Numeratore della ſeconda minutia per il Denominatore della prima, & al prodotto numero ſi aggionga il Numeratore della medeſima prima. Perche queſta ſomma ſarà il Numeratore della minutia, che ſi hà da produrre; ma il Denominatore ſi produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Eſſempio. Se ſaranno date queſte due minutie $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}$. coſi ſi farà l'ineſtamento, ouero coſi ſi ſommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto con $\frac{3}{4}$. Moltiplicandoſi il Numeratore 3. della ſeconda minutia per il Denominatore 3. della prima ſi fa 9. & aggiongendo il Numeratore 2. della medeſima prima minutia ſi fa 11. cioè il Numeratore della minutia, che ſi hà da produrre. Ma il Denominatore ſarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori

tori

tori tra di loro: Si che queſta minutia $\frac{1}{1}\,\frac{1}{2}$. riſulta di $\frac{2}{3}$. di vn quarto ſommati con $\frac{3}{4}$. Il che facilmente ſi potrà prouare per la regola del ſommare i rotti. Imperoche eſſendo che $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ſecondo la riduttione delle minutie di minutie, faccino $\frac{}{1}\,\frac{2}{2}$. ſe ſi aggiongeranno $\frac{}{1}\,\frac{2}{2}$. à $\frac{3}{4}$. ſi faranno $\frac{4}{4}\,\frac{4}{8}$. cioè $\frac{1}{1}\,\frac{1}{2}$. come prima.

In che modo più minutie, che due s'ineſtino inſieme per la prima regola.

Ma ſe ſi daranno più minutie, che due, delle quali ciaſcheduna ſia vn rotto di vna ſola particola di tutte le ſeguenti per ordine, l'ineſtamento ſi farà in queſto modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto ſi aggionga il Numeratore della medeſima penultima: Doppo ſi moltiplichi queſta ſomma per il Denominatore della minutia antepenultima, & al prodotto numero ſi aggionga il Numeratore della medeſima antepenultima. Di poi ſi moltiplichi ancora queſta ſomma per il Denominatore della proſſima antecedente minutia, & al numero prodotto ſi aggionga il Numeratore della medeſima minutia, che precede; & coſi di mano in mano, ſe ſaranno più minutie, l'vltima ſomma ſempre ſi moltiplichi per il Denominatore della precedente minutia, & al prodotto ſi aggionga il Numeratore della medeſima precedente minutia, fin che non reſti alcuna minutia: Perche l'vltima ſomma ſarà il Numeratore della minutia, che ſi ha da produrre; ma il Denominatore ſi produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come, ſe ſaranno date queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. coſi ſi farà l'ineſtamento, cioè coſi ſi ſommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn ſettimo, & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn ſettimo, & $\frac{2}{5}$. di vn ſettimo con $\frac{4}{7}$. Dalla moltiplicatione del Numeratore 4. dell'vltima minutia per il Denominatore 5. della penultima, ſi fanno 20. aggiongendo il Numeratore 2. della medeſima penultima minutia, ſi fanno 22. che moltiplicati per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fanno 88. aggiongendo il Numeratore 3. della

mede-

medesima antepenultima minutia, si fanno 91. che moltiplicati per il Denominatore 3. della antecedente miuutia, che è la prima, fanno 273. aggiongendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia precedente si fanno 275. che sarà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè dalla moltiplicatione del primo per il secondo, & di questo numero prodotto per il terzo, &c. Si che da questo inestamento ne nascerà questa minutia $\frac{275}{420}$. che ridotta alli minimi termini farà $\frac{55}{84}$. Il che per la regola del sommare i rotti si prouarà in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. per la regola del ridurre le minutie di minutie, fanno $\frac{2}{420}$. Et $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{3}{140}$. & $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{2}{35}$. se queste tre minutie $\frac{2}{420}$. $\frac{3}{140}$. $\frac{2}{35}$. si sommaranno con $\frac{4}{7}$. si farà $\frac{942500}{1440000}$. cioè ne i minimi termini $\frac{55}{84}$. come prima. Ma molto più facilmente, & più presto fù ritrouata questa somma per l'inestamento.

Le minutie, che l'instano secondo la prima regola, non si deuono ridurre alli minimi termini, innanzi il fine dell'operatione.

IN questa regola dell'inestare, niuna minutia si hà da ridurre a li minimi termini, prima che sia finita tutta l'operatione, perche il senso si variarebbe, e si farebbe grand'errore. Ma finita l'operatione, si potrà ridurre la somma prodotta alli minimi termini, come da noi è stato fatto. Perche hauemo ridotto questa minutia $\frac{275}{420}$. prodotta dell'inestamento, à questa $\frac{55}{84}$. Ma che il senso si variarebbe, & si farebbe errore, se alcuna minutia si riducesse à minimi termini, innanzi il fine dell'operatione, è cosa chiara. Perche, se si douranno inestare queste minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{8}{12}$ cioè aggiongere $\frac{2}{3}$. di vn duodecimo à $\frac{8}{12}$. si fara $\frac{26}{36}$. Ma se l'vltima minutia $\frac{8}{12}$. si riducesse a minimi termini, come dire a questa minutia $\frac{2}{3}$. si douerebbono inestare $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3}$. cioè sommare $\frac{2}{3}$. di vn terzo con $\frac{2}{3}$ Il qual senso è molto diuerso dal primo; & perciò si farebbe da questo inestamento vn'altra minutia, cioè $\frac{8}{9}$, molto diuersa dalla prima minu-

minutia prodotta $\frac{26}{36}$. Nondimeno questa prima minutia prodotta $\frac{26}{36}$. si può ridurre à questa ne i minimi termini $\frac{13}{18}$.

La somma dell'inestamento secondo la prima regola sempre è minore dell'vnità, & perche causa.

NON è anco da lasciar di dire, che la somma raccolta dall'inestamento già esposto, se l'vltima minutia è minore che l'vnità, sempre è minore dell'vnità, ancorche s'inestino infinite minutie. Come, se queste minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$. s'inestino, faranno questa minutia $\frac{119}{120}$. che è minore dell'vnità. Et che questo debba essere cosi, si può dichiarare in questo modo. Perche, accioche $\frac{4}{5}$ faccino vna vnità, ne manca $\frac{1}{5}$ & la minutia precedente $\frac{1}{2}$. che si aggionge à $\frac{4}{5}$. non è $\frac{1}{5}$. ma $\frac{1}{2}$. di vn quinto; seguita, che à compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{2}$. di vn quinto, Et perche l'antecedente minutia $\frac{2}{3}$. che si aggionge, non è $\frac{1}{2}$. di vn quinto, ma $\frac{2}{3}$. di vn mezo di vn quinto; seguita, che per compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn mezo di vn quinto. Di piu perche la precedente minutia $\frac{3}{4}$. non è $\frac{1}{3}$. di vn mezo di vn quinto; ma $\frac{3}{4}$. di vn terzo di vn mezo di vn quinto; seguita, che per fornire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{4}$. di vn terzo di vn mezo di vn quinto. Et cosi di mano in mano, se fossero piu minutie, sempre mancarà alcuna cosa à compire l'vnità.

L'vso della prima regola dell'inestamento nel diuidere vn numero intiero insieme con vn rotto per vn numero intiero.

MA acciò tu vedi, quanto sia eccellente l'vso di questa prima regola dell'inestare, nel diuidere vn numero intiero insieme con vna minutia per vn'altro numero intiero, addurrò vno, ò due essempi. Habbiasi da diuidere 20 $\frac{1}{4}$. per 12. Diuidendosi l'intieri 20. per 12. si fa il Quotiente $1\frac{8}{12}$. Et perche la minutia $\frac{1}{4}$. si deue ancora diuidere per 12. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente (se si diuide $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, si come quando si diuide 1. per 12. il Quotiente è $\frac{1}{12}$. seguita dico, che se s'inestano queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. cioè se si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, (cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$ per 12.) à $\frac{8}{12}$. si faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 1. componghi tutto

tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{}{1}\frac{8}{2}$. questa minutia $\frac{8}{4}\frac{1}{8}$.cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.farà tutto il Quotiente $1\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. Il medesimo farai, se il partitore 12. metterai sotto il numero 20 intiero, che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{2}{1}\frac{0}{2}$.& a questa minutia inestarai la minutia $\frac{1}{4}$ che ancora s'ha da diuidere, in questo modo, $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{1}\frac{0}{2}$. Percioche la minutia $\frac{2}{1}\frac{0}{2}$. è il Quotiente della diuisione di 20 per 12. al quale per l'inestamento si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12. Ma che nell'vno, & l'altro modo si facci bene la diuisione di $20\frac{1}{4}$. per 12. facilmente lo potrai esperimentare per la regola della Diuisione. Imperoche se diuiderai $20\frac{1}{4}$.per 12.ritrouerai il Quotiéte $\frac{8}{4}\frac{1}{8}$.cioè $1\frac{3}{4}\frac{3}{8}$. ouero $1\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.come prima.

Habbiasi ancora da partire $100\frac{5}{6}$. per 8. Partendosi l'intieri 100. per 8. si fa il Quotiente $12\frac{4}{8}$. Et perche la minutia $\frac{5}{6}$. si deue diuidere ancora per 8. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente, (se si diuiderà $\frac{5}{6}$.per 8.) $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, si come, se si diuide 1. per 8. il Quotiente è $\frac{1}{8}$.seguita dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, (cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8.à $\frac{4}{8}$.si facci vna minutia, ch'aggionta al Quotiente intiero 12. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dell'inestamento di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$ questa minutia $\frac{2}{4}\frac{9}{8}$. farà tutto il Quotiente $12\frac{2}{4}\frac{9}{8}$. Il medesimo farai, se il partitore 8. metterai sotto il numero intiero 100. che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{1}{}\frac{0}{8}\frac{0}{}$. & à questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che s'ha ancora da diuidere, in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{}\frac{0}{8}\frac{0}{}$. Perche la minutia $\frac{1}{}\frac{0}{8}\frac{0}{}$. è il Quotiente della diuisione di 100 per 8 alla quale per inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8. Il medesimo Quotiente $12\frac{2}{4}\frac{9}{8}$. affatto ritrouarai, se per la regola della diuisione partirai

rai $100\frac{5}{6}$. per 8. Perche farai il Quotiente $\frac{6}{}\frac{0}{4}\frac{5}{8}$. cioè $12\frac{2}{4}\frac{9}{8}$.

Finalmente habbiasi da diuidere $100\frac{5}{6}$. per 10. Diuidendosi l'intieri 100. per 10. Il Quotiente è 10. & auanza nulla. Et perche s'ha da diuidere ancora la minutia $\frac{5}{6}$. per 10. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; di quì nasce, ch'essendo (se si diuide $\frac{5}{6}$.per 10.) il Quotiente $\frac{5}{6}$.di vn decimo, si come diuidendosi 1.per 10. il Quotiente è $\frac{}{1}\frac{1}{0}$. Di qui nasce dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{}{1}\frac{0}{0}$ cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn decimo (cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$.per 10.) à $\frac{}{1}\frac{0}{0}$. (Imperoche essendo, che nissun rotto auanzò nella diuisione di 100. per 10. si deue porre la figura 0. sopra il partitore 10. acciò si faccia la minutia $\frac{}{1}\frac{0}{0}$ che significa nissun decimo) si faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 10. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{}{1}\frac{0}{0}$. questa minutia $\frac{}{6}\frac{5}{0}$. farà tutto il Quotiente $10\frac{}{6}\frac{5}{0}$. cioè $10\frac{}{1}\frac{1}{2}$. Il medesimo farai, ponendo il partitore 10. sotto il numero intiero 100. che s'hà da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{1}{}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$ & à questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che si ha similmente da diuidere, in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$ Perche la minutia $\frac{1}{}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$. è il Quotiente della diuisione di 100. per 10. alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn decimo cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 10. Il medesimo Quotiente à fatto hauerai, se diuiderai 100. $\frac{5}{6}$.per 10. secondo la regola della Diuisione. Imperoche si farà il Quotiente $\frac{6}{}\frac{0}{6}\frac{5}{0}$. cioè $10\frac{}{6}\frac{5}{0}$. ò vero $10\frac{}{1}\frac{1}{2}$.

Seconda regola dell'inestamento di due minutie.

Hora se si proporranno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di tutta la seconda, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore della seconda minutia per il Denominatore della prima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori. Perche in questo modo si farà il Numeratore

tore

tore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. Dal Numeratore 3. della seconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3 della prima si fanno 9. & aggiongendo il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori, si fanno 15. cioè il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12 prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che dall'aggiongere $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. si compone questa minutia $\frac{15}{12}$. cioè $1\frac{1}{4}$ Il che facilmente prouerai per la regola del sommare. Imperoche essendo che $\frac{2}{3}$. di tre quarti faccino $\frac{6}{12}$. come è manifesto per la riduttione delle minutie di minutie, che insegnato hauemo; se sommaranno $\frac{6}{12}$. con $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{60}{48}$. cioè, $1\frac{1}{4}$. come prima.

In che modo piu minutie, che due, s'inestino per la seconda regola.

Ma se più minutie che due, saranno proposte, dalle quali ciascheduna sia vn rotto di tutte le minutie seguenti intiere per ordine, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli vltimi due Numeratori tra di loro. Questa somma da poi si moltiplichi per il Denominatore della minutia antepenultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli tre vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati. Di piu questa somma si moltiplichi per il Denominatore della minutia prossima antecedente, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli quattro vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati: Et così di mano in mano, se saranno piu minutie, sempre si moltiplichi l'vltima somma trouata per il Denominatore della precedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione di tutti

li Numeratori di quelle minutie, che fino à quell'luogo sono state prese, insino à tanto, che niuna minutia vi resti. Perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che s'ha da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno proposte queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi, & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi, & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi à $\frac{4}{7}$. Dal Numeratore 4 dell'vltima minutia moltiplicato per il Denominatore 5. della penultima si fà 20 & aggiongendo il numero 8. prodotto dalla moltiplicatione delli due vltimi Numeratori 4. & 2. tra di loro, si fà 28. che moltiplicato per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fa 112. & aggiongendoli il numero 24. prodotto dalli tre vltimi Numeratori 4. 2. & 3. tra di loro moltiplicati si fa 136. che moltiplicato per il Denominatore 3. dell'antecedente minutia, che è la prima, fa 408. & aggiongendo il numero 48. prodotto da tutti quattro i Numeratori 4. 2. 3. & 2. tra di loro moltiplicati, si fà 456. cioè il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto da tutti li Denominatori tra di loro moltiplicati. Talche da quest'inestamento si verrà à fare questa minutia $\frac{456}{420}$. cioè $1\frac{36}{420}$. ouero ne i minimi termini $1\frac{3}{35}$. Il che si confermarà per la regola del sommare, in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. come costa per la regola, per la quale si riducono le minutie de minutie, fanno $\frac{48}{420}$. & $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. fanno $\frac{24}{140}$. & $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. fanno $\frac{8}{35}$. Se queste tre minutie $\frac{48}{420}$. $\frac{24}{140}$. $\frac{8}{35}$. si aggiongeranno à $\frac{4}{7}$. si farà questa minutia $\frac{15640800}{14406000}$ cioè $1\frac{1234800}{14406000}$. ouero $1\frac{3}{35}$. ne i minimi termini, come prima. Ma molto piu facilmente, e piu espeditamente habbiamo raccolto la medesima somma per la via dell'inestamento.

In questa seconda regola dell'inestamento si possono ridurre le minutie, che s'inestano, à minimi termini, innanzi l'operatione. Perche se s'inestarãno queste minutie $\frac{2}{3}.\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di quattro ottaui à $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{20}{24}$. cioè $\frac{5}{6}$. Altretanto faremo, se prima ridurremo $\frac{4}{8}$. à $\frac{1}{2}$. cioè, se aggiongeremo $\frac{2}{3}$. di vn mezo à $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo se s'inestarãno $\frac{6}{10}.\frac{4}{8}$. si fara $\frac{64}{80}$. cioè $\frac{4}{5}$. Et la medesima minutia si produrrà, se prima $\frac{6}{10}$. si ridurranno à $\frac{3}{5}$. & $\frac{4}{8}$. à $\frac{1}{2}$. & s'inestaranno $\frac{3}{5}.\frac{1}{2}$. Peroche da quest'inestamento si produrrà $\frac{8}{10}$. cioè $\frac{4}{5}$. come prima. La ragione di questa cosa è, perche essendo la precedente minutia vn rotto di tutta la seguente, il medesimo valore haueranno $\frac{2}{3}.\frac{4}{8}$. & $\frac{2}{3}.\frac{1}{2}$. Imperoche se queste minutie di minutie si ridurranno à semplice minutie, si ridurrà la prima à $\frac{8}{14}$. cioè à $\frac{1}{3}$. & la seconda à $\frac{2}{6}$. cioè à $\frac{1}{3}$. parimente. Il che nella prima regola non auuiene. Perche per esser quiui la prima minutia vn rotto di vna particola sola della seconda, chiara cosa è nel medesimo essempio, che altra cosa sono $\frac{2}{3}.\frac{1}{8}$ & $\frac{2}{3}.\frac{1}{2}$. Perche la prima minutia di minutie fa $\frac{2}{24}$. cioè $\frac{1}{12}$. & la seconda $\frac{2}{6}$. cioè $\frac{1}{3}$.

ALCVNE QVESTIONCELLE delli numeri intieri, & rotti. Cap. XVI.

GIVDICO che sarà molto vtile, prima ch'io vada piu auanti, porre in questo luogo varie questioncelle appartenenti à i numeri intieri, & rotti; le quali tutte si sciolgono per via del raccorre, sottrarre, moltiplicare, & diuidere: Sì perche li principianti in sciorre queste, si possono essercitare nelle operationi delli numeri intieri, & rotti; sì ancora, perche simili questioni sono tal volta molto vtili nell'altre cose Aritmetiche. Di quì adunque faremo principio.

Come si troui vn nu-

I. Da che numero è stato sottratto, ò si dourà sottrarre 23. acciò restino 47? Et da che numero è stato

stato

mero, dal qual leuandone qualũque numero proposto resti vn'altro numero proposto

stato sottratto, ouero si douerà sottrarre $\frac{4}{11}$. acciò resti $8\frac{2}{3}$? Le questioni di questa sorte si sciogliono per il sommare. Perche se il numero sottratto, ò che s'ha da sottrarre, aggiongerai al numero, che ha da restare, farai il numero, dal quale il numero dato sottratto lasciarà il dato numero. Come nella prima questione. Da 23 & 47. si fa il numero 70. Adunque da questo si dourà sottrarre 23. acciò resti 47. Et nell'altra questione. Da $\frac{4}{11}$. & $8\frac{2}{3}$. si fa il numero $9\frac{1}{33}$. dal quale se leuerai $\frac{4}{11}$. restarà $8\frac{2}{3}$. Il che chiaramente vedrai, se ridurrai le minutie prodotte ad intieri, & à minimi termini. Il che s'hauerà da osseruare ancora nelle seguenti questioni, cioè, finita l'operatione, s'hauranno da ridurre le minutie prodotte à minimi termini, si come in questa questione è stato fatto.

Come si troui vn numero, che leuato da qualunque numero proposto, ne lasci vn'altro numero proposto

II. Qual numero è stato sottratto, ò si dourà sottrarre da 87. acciò restino 26? Et che numero è stato leuato, ouero si dourà leuare da $\frac{8}{13}$. acciò lasci $\frac{2}{7}$? Simili questioni si spediranno con la sottrattione. Perche se il numero, che deue restare, si sottrarrà dal numero, dal qual si deue fare la sottrattione, restarà vn numero, che sottratto dal medesimo numero, lasciarà il resto proposto. Come nella prima questione, se si leuarà 26. da 87. rimarrà 61. Se adunque si leuarà 61. da 87. rimarrà 26. Et nella seconda questione, se si leuarà $\frac{2}{7}$. da $\frac{8}{13}$. rimarrà $\frac{30}{91}$. la qual minutia se si sottrarrà da $\frac{8}{13}$. rimarrà $\frac{2}{7}$.

Come si troui vn numero, che con qualũque altro proposto faccia vn'altro numero proposto.

III. A qual numero si deue aggiongere 38. ouero qual numero si deue aggiongere à 38. acciò la somma sia 83? Et à quel numero s'ha da aggiongere $4\frac{8}{9}$. ouero qual numero s'ha da sommare con $4\frac{8}{4}$. acciò si componga il nnmero $20\frac{1}{2}$? Le questioni di questa sorte si risoluano similmente per la sottrattione. Perche se dal numero, che si deue comporre, si leuarà il numero proposto, che si deue aggiongere, restarà vn numero, al quale se s'aggiongerà il numero dato, che si deue aggiongere, farassi il numero dato. Come nella prima questione, leuando 38.

da 83.

da 83. riman 45. Adunque à questo numero s'hanno da aggiongere 38. acciò si faccia il numero 83. Et nell'altra questione, sottraendo $4\frac{8}{9}$. da $20\frac{1}{2}$. resta il numero $15\frac{11}{18}$. al quale s'aggiongerà $4\frac{8}{9}$. si farà il numero $20\frac{1}{2}$.

Come si troui la differenza, ouero l'eccesso tra due propositi numeri.

IV. Che differenza, ouero eccesso è trà 100. & 349? Et tra $6\frac{1}{2}$. & $20\frac{3}{4}$.? Queste questioni ancora si sciogliono per la sottrattione. Perche se il minor numero si leuarà dal maggiore, restarà la differenza, ouero eccesso, che si cerca. Come nella prima questione, leuando 100. da 349. rimangono 249. Et tanto è l'eccesso, ouero la differenza tra 100. & 349. Et nell'altra questione, leuando $6\frac{1}{2}$. da $20\frac{3}{4}$. restano $14\frac{1}{4}$. In questo numero adunque il numero $20\frac{3}{4}$. eccede il numero $6\frac{1}{2}$.

Come si troui un numero, che partendolo per qualunque numero proposto si facci un Quotiente qualsiuoglia proposto

V. Che numero è diuiso, ò s'ha da diuidere per 9. acciò il Quotiente sia 34? Et che numero è stato diuiso, ouero s'ha da diuidere per $4\frac{1}{3}$ acciò il Quotiente sia $\frac{1}{2}$? Tali questioni si spediscono per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà il dato partitore per il Quotiente proposto, si produrrà il numero diuiso, ò che s'ha da diuidere, cioè quello, che si cerca. Come nella prima questione, moltiplicando 9. per 34. si fa il numero 306. il quale partito per 9. farà il Quotiente 34. Et nella seconda questione, se si moltiplicarà $4\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{2}$. si produrrà il numero $2\frac{1}{6}$. che partito per $4\frac{1}{2}$. farà il Quotiente $\frac{1}{2}$.

Come si troui qual si voglia parte data, ò parti di qualunque numero proposto.

VI. Dammi $\frac{3}{5}$. di 30. Di piu, dammi $\frac{1}{2}$. di $4\frac{5}{7}$. Ouero dimmi, qual numero contiene $\frac{3}{5}$ di questo numero 30? Et che numero farà, ò darà $\frac{1}{2}$. di questo numero $4\frac{5}{7}$? La moltiplicatione risolue similmente queste questioni. Perche se li dati due numeri tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero, che si cerca. Come perche nella prima questione dalla moltiplicatione di $\frac{3}{5}$. per 30 Si produce 18. Per tanto il numero 18. sarà $\frac{3}{5}$. del numero 30 proposto: Et nell'altra questione dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $4\frac{5}{7}$. si fa il numero $2\frac{5}{14}$. il quale è $\frac{1}{2}$. di questo numero $4\frac{5}{7}$.

Come si troui un numero, per il qual partedosi qual si voglia numero dato, si facci un Quotiente qualunque proposto.

VII. Per qual numero sono partiti, ò s'hanno da partire 48. acciò il Quotiente sia 10? Et per qual numero si diuideranno $\frac{3}{7}$. acciò il Quotiente sia $\frac{2}{3}$? Con la diuisione si sodisfarà à questioni simili. Perche se il numero proposto diuiso, ò che s'hà da diuidere, si diuiderà per il dato Quotiente, nascerà da questa diuisione il numero, che si cerca. Come nella prima questione, partendosi 48. per 10. sarà il Quotiente $4\frac{4}{5}$. Per il quale se si diuiderà il numero dato 48. si farà il Quotiente 10. Et nell'altra questione partẽdosi $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. si farà il Quotiente $\frac{9}{14}$. per il quale se si diuiderà $\frac{3}{7}$. si produrrà il Quotiente $\frac{2}{3}$.

Come si troui un numero, che moltiplicando per qual si voglia numero dato, si facci un' altro num. qualunque proposto.

VIII. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 17. ouero qual numero s'hà da moltiplicare per 17. acciò il prodotto numero sia 100? Et per qual numero deuono esser moltiplicati $3\frac{1}{2}$. ouero qual numero deue esser moltiplicato per $3\frac{1}{2}$. acciò il numero prodotto sia $\frac{1}{4}$? La diuisione parimente sodisfarà à simili questioni. Perche se partiremo il numero, che si deue produrre, per il numero, che si propone da moltiplicare, faremo il numero, che cerchiamo. Come nella prima questione, diuidendosi 100. per 17. si fa il Quotiente $5\frac{15}{17}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero 17. si produrrà il dato numero 100. Et nella seconda questione, se si diuiderà $\frac{1}{4}$. per $3\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{14}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero $3\frac{1}{2}$. si produrrà il dato numero $\frac{1}{4}$.

Come si trouino due numeri, che tra di loro moltiplicati producbino qual si voglia numero proposto.

IX. Quali sono quei due numeri, che moltiplicati tra di loro produchino 48. ouero $\frac{1}{2}$. ouero $6\frac{3}{4}$? A questa sorte di questioni ancora sodisfarà la diuisione. Perche se diuideremo il numero, che deue esser prodotto, per qual si voglia numero, saranno questo numero, & il Quotiente quelli due, che si cercano. Come se si diuiderà 48. per qual si voglia numero, come per 6. si farà il Quotiente 8. Adunque questi due numeri 6. & 8 tra di loro moltiplicati produrranno 48. Così ancora se il medesimo numero 48. si diuiderà per qual si voglia altro numero, come per 10. si farà il Quotiente $4\frac{4}{5}$. Adunque questi due numeri 10. & $4\frac{4}{5}$. tra di loro moltiplicati faranno 48. Di più se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia numero, come per $\frac{2}{3}$. ritrouaremo il Quotiente $\frac{3}{4}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$ faranno $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Per la medesima ragione se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia altro numero, come per 8. ritrouaremo il Quotiente $\frac{1}{16}$. Li due numeri adunque cercati, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. faranno 8. & $\frac{1}{15}$. Finalmente partendosi $6\frac{3}{4}$. per qual si voglia numero, come per $3\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $1\frac{13}{14}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati produchino $6\frac{3}{4}$. faranno $3\frac{1}{2}$ & $1\frac{13}{14}$.

Come si trouino due numeri, che l'vno partito per l'altro faccia qualunque Quotiente proposto.

X. Dammi due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia 28. Et dammi similmente due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia $\frac{5}{6}$. La moltiplicatione snoda queste questioni, & altre simili. Percioche se moltiplicarà il Quotiente proposto per qual si voglia numero, il numero prodotto sarà il numero, che s'hà da diuidere, & il Partitore sarà il numero, per il quale hai moltiplicato. Come nella prima questione, se moltiplicarai 28. per qual si voglia numero, come per 6. farai il numero 168. Questo adunque diuiso per 6. farà 28. Et nella questione seconda, se moltiplicarai $\frac{5}{6}$. per qual numero ti piace, come per $\frac{1}{2}$. produrrai $\frac{5}{12}$. che partiti per $\frac{1}{2}$. farà il Quotiente $\frac{5}{6}$.

Come si troui vn numero, che moltiplicandolo per qualunque dato numero, & partendo il prodotto per vn' altro dato numero qual si voglia, si facci vn Quotiente qualunque proposto.

XI. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 7. ouero qual numero s'hà da moltiplicare per 7. che diuidendosi il prodotto per 8. il Quotiente sia 3? Et per qual numero deuono essere moltiplicati $\frac{2}{5}$. ouero qual numero deue essere moltiplicato per $\frac{2}{5}$. acciò partendosi il prodotto per $\frac{3}{4}$. il Quotiente sia $\frac{1}{4}$? Questa sorte di questioni si scioglie con la moltiplicatione, & diuisione. Percioche, se moltiplicarai il dato partitore per il dato Quotiéte, & il numero prodotto partirai per il dato numero, per il quale s'ha da moltiplicare, ò che hà da essere moltiplicato, sarà questo numero Quotiente quello, che si cerca. Come nella prima questione, se si moltiplicarà il partitore dato 8.

to 8. per il dato Quotiente 3. si produrrà il numero 24. che diuiso per il numero dato, per il quale s'ha da moltiplicare, ò il quale ha da esser moltiplicato, cioè, per 7 si farà $3\frac{3}{7}$. che è il numero, che cerchiamo. Perche se si moltiplicarà 7. per $3\frac{3}{7}$. si farà il numero 24. che partito per 8 farà il Quotiente 3. Et nella seconda questione, se il partitore dato $\frac{3}{4}$ si moltiplicarà per il dato Quotiente $\frac{1}{4}$ si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{2}{5}$. cioè, per il numero dato, per il quale s'ha da moltiplicare, ouero il quale ha da esser moltiplicato, farà $\frac{15}{32}$. che è il numero, che si cerca. Imperoche se si moltiplicaranno $\frac{2}{5}$. per $\frac{15}{32}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{3}{4}$. farà il Quotiente $\frac{1}{4}$.

Come si troui, che parte sia qual si voglia numero dato rispetto di vn' altro proposto numero qualũque.

XII. Che parte è il numero 6 di questo numero 54? Et che parte è questo numero $\frac{3}{5}$. di questo numero $\frac{9}{10}$? Queste tali questioni si spediscono per la diuisione. Perche se il numero dato, che deue essere parte, si diuiderà per l'altro numero proposto, (che deue sempre essere maggiore dell'altro) mostrarà il Quotiente, che parte, ò parti sia il numero dato minore del numero maggiore proposto. Come nella prima questione. Partendosi 6. per 54. farà il Quotiente $\frac{6}{54}$. cioè $\frac{1}{9}$. Il numero adunque 6. è vna nona parte di 54. Ma nella questione seconda, diuidendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. farà il Quotiente $\frac{30}{45}$ cioè $\frac{2}{3}$. Conterrà adunque il numero $\frac{3}{5}$ due terze parti del numero $\frac{9}{10}$. Et questo essere così, si potrà esperimentare per la sesta questione. Perche se si cercarà vn numero (per la detta 6. questione) che sia $\frac{1}{9}$. del numero 54. si ritrouera il numero 6. Et se si cercarà, qual numero contenga $\frac{2}{3}$. del numero $\frac{9}{10}$. si ritrouerà il numero $\frac{18}{30}$. cioè $\frac{3}{5}$.

Come si troui vn numero, rispetto del quale il posto nu-

XIII. Questo numero 6. rispetto di quale numero sarà vna nona parte? Et il numero $\frac{3}{5}$. rispetto di quale numero sarà due terze parti? La diuisione scioglie tali questioni. Perche se il numero dato si diuiderà per la minutia, che rappresenta la proposta parte, ouero parti, il Quotiente darà il numero, che si cerca. Come *mero qualunque ſia qual ſi voglia parte propoſta.*

nella prima queſtione, parteudoſi 6. per $\frac{1}{9}$. ſi farà il Quotiente 54. Il numero 6. adunque ſarà la nona parte riſpetto del numero 54. Et nell'altra queſtione, partendoſi $\frac{3}{5}$. per $\frac{2}{3}$. farà il Quotiente $\frac{9}{10}$. Adunque riſpetto di queſto numero $\frac{9}{10}$. queſto numero $\frac{3}{5}$. ſarà due terze parti.

Come ſi troui quante parti di qual ſi voglia ſorte ſi contengono in qualunque numero propoſto.

XIV. Queſto numero 7. quante ottaue parti contiene di vn intiero? Et queſto numero $\frac{3}{4}$. quante duodecime parti contiene di vn'intiero? Et queſto $\frac{3}{7}$. quante ottaue parti abbraccia? La moltiplicatione ſcioglie le queſtioni di queſta ſorte. Perche ſe il dato numero ſi moltiplicarà per il Denominatore delle parti, che ſi cercano, darà il prodotto numero il numero delle parti, che ſi cerca. Come nella prima queſtione, moltiplicando 7. per 8. ſi fa 56. Adunque il numero 7. conterrà 56 ottaue. Et nella ſeconda queſtione moltiplicando $\frac{3}{4}$. per 12. ſi produce il numero 9. Il nnmero adunque $\frac{3}{4}$. abbracciarà noue duodecime. Nellla terza queſtione finalmente moltiplicando $\frac{3}{7}$. per 8. ſi fa il numero $\frac{24}{7}$. cioè $3\frac{3}{7}$. Adunque il numero $\frac{3}{7}$. contiene tre ottaue, & $\frac{3}{7}$. di vna ottaua. Et che coſi ſia, è coſa manifeſta. Perche ſe $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$. cioè $\frac{5}{36}$. & $\frac{3}{8}$. ſi raccorranno in vna ſomma, ſi ritrouaranno $\frac{3}{8}$. Onde ſeguita, che $\frac{3}{7}$. contengono $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{2}$.

REGO-

REGOLA DEL TRE CHE CON ALTRO NOME SVOL ESSERE CHIAMATA REGOLA AVREA, OVERO REGOLA DELLE *proportioni.* Cap. XVII.

FIN quì da noi ſono ſtati poſti gli fondamenti neceſſarij dell'Aritmetica; hora ſeguono varie regole, nelle quali ſi ſcuopre il marauiglioſo vſo di quelli, non ſolo alli Matematici, ma ancora à mercāti, anzi a ciaſcun'huomo priuato, ſe nelli trafichi, & conuentioni non vuole eſſere ingannato, ò ingannare altrui (che quello ſarebbe vergogna, & queſto iniquità) molto vtili, & neceſſarie. Et nel primo luogo mi ſi rappreſenta quella regola non mai a baſtanza lodata, che per la grand'vtilità, ſi ſuol chiamare Aurea, ouero regola delle proportioni, perche tutta conſiſte in trattare quattro numeri proportionali, delli quali li primi tre ſono conoſciuti, ma il quarto incognito ſi cerca; per il che appreſſo il volgo è nominata Regola del tre: per amor che pone tre numeri conoſciuti, & da queſti ne caua il quarto incognito. La prattica di queſta regola delle proportioni, ò del tre, è queſta.

Regola aurea, ouero delle proportioni, ouero Regola del tre pche ſi chiami coſi.

DISPOSTI li tre numeri conoſciuti in tal maniera, che quello, che ha il queſito attaccato, (perche ſempre vno di quelli porta con ſeco la queſtione, ſi come nelli eſſempi ſarà manifeſto,) ſi ponga nel terzo luogo, & quello delli altri due, che è della medeſima coſa, cioè, che è ſimile al terzo, (Gli eſſempi dichiararanno, in che conſiſta queſta ſimilitudine) habbia il primo luogo, & l'altro tenga il luogo di mezo, al quale il quarto, che ſi cerca, deue eſſer ſimile. Acconciati

Li numeri nella Regola del tre in che modo ſi deuono diſporre.

In che modo per la

dico,

Regola del tre si cerchi il quarto numero incognito.

dico,i numeri in questo modo,si moltiplichino il terzo,& quello di mezo tra di loro,& il numero prodotto si partisca per il primo. Perche il numero Quotiēte sarà il quarto,quale si cercaua, & sodisfarà alla questione proposta:cioè,il terzo numero hauerà a quello la medesima proportione,che il primo hà al secondo.

Essempio.

Con quattro scudi si comprano 12.libre di pepe, si dimanda, quante libre se ne possono comprare con 20. scudi. Quì tù vedi, che li 20. scudi hanno attaccata la questione, perche di quelli si cerca, quante libre ci possino dare: Al qual numero è simile il numero di 4.scudi.Perche si come con 4.scudi si sono compre 12 libre, cosi con 20. scudi s'hanno da comprare altre libre, di modo, che l'vno, & l'altro numero è prezzo: Ma le 12. libre di pepe sono mercantie. Cosi adunque starà l'essempio.

Scudi.	*Libre.*	*Scudi.*		*Libre.*
4.	12	20?	*fanno*	60.

Moltiplicando tra di loro il secondo, & il terzo numero,& partendo il prodotto 240.per il primo,ritrouaremo libre 60.per il quarto numero,che si cercaua. Doue tù vedi,che si come il primo numero 4.è la terza parte del secondo numero 12.cosi il numero terzo 20.è la terza parte del numero 60.ritrouato.

Vn'altro essempio.

Io spendo 60.scudi in 5.mesi,dimando in quāti mesi spenderò 132.scudi? Quì ancora tù vedi,la questione farsi delli 132.scudi, & a questo numero essere simile quello di 60.scudi. Cosi adunque starà l'essempio.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi.*		*Mesi.*
60.	5.	132?	*fanno*	11.

Mol-

Moltiplicando il secondo, & terzo numero tra di loro, & partendo il prodotto numero 660. per il primo, ritrouaremo 11. mesi, nelli quali spenderò 132. scudi. Doue ancora tù vedi,che il terzo numero 132. contiene dodici volte il numero quarto 11. ritrouato, si come il primo 60. contiene il secondo 5. dodici volte.

Dimostratione della regola del tre.

La dimostratione di questa regola è questa. Perche la medesima proportione deue essere del primo numero al secondo, che del terzo al quarto ritrouato, come è stato detto, & nelli essempi proposti si vede; è necessario, per la propositione 19. del libro 7. di Euclide, che si produca il medesimo numero dalla moltiplicatione del primo numero per il quarto, che dalla moltiplicatione del secondo per il terzo si fa. Quando adunque il numero prodotto dal secondo per il terzo si diuiderà per il primo, acciò il quarto si ritroui, si come la regola del tre commanda,seguita, che'l primo numero moltiplicato per il Quotiente, cioè, per il quarto numero ritrouato, produca il medesimo numero, che è stato diuiso, cioè,quello, che dal secondo per il terzo fù prodotto. Peroche qualunque numero diuiso per qual si voglia altro numero, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, necessariamente di nuouo il numero, che fù diuiso, si rifarà, come nella terza proua della diuisione de i numeri intieri nel cap. 5. è stato detto. Et il medesimo ancora si fa manifesto per la definitione della Diuisione, & Moltiplicatione. Ilche dichiararemo con questo essempio. Diuidasi il numero 12. per 4. & si faccia il Quotiente 3. cioè quello, che per la definitione della Diuisione data nel cap. 5. contenga tante vnità, quante volte il nnmero 12. che è diuiso, contiene il partitore 4. Dico, che se moltiplicaremo il partitore 4. per il Quotiente 3. necessariamente di nuouo si produrrà il numero 12. che è diuiso. Perche essendo, che per la definitione data della Moltiplicatione nel cap. 4. si deue produrre vn numero, che tante volte contenga il partitore 4.

Vn numero partito per vn'altro, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, perche causa dinuouo si produca il numero partito.

che è vno de i numeri moltiplicando, quante volte il Quotiente 3. che è l'altro numero, che moltiplica, contiene l'vnità; & essendo, che il numero 12. che fù diuiso, contenga tante volte il partitore 4. quante volte il numero Quotiente 3. rinchiude l'vnità, si come è stato detto; chiara cosa è, che dalla detta moltiplicatione del partitore 4. per il Quotiente 3. si produrrà il numero 12. che è diuiso. La medesima ragione è in tutti l'altri numeri. Le quali cose essendo così, sarà per forza il numero Quotiente, per la regola del tre ritrouato, il quarto numero proportionale, che si cerca, come è manifesto per la detta propositione 19. del libro 7. di Euclide; poiche il medesimo numero si produce dal primo numero per il quarto, che dal secondo per il terzo, come hauiamo detto.

La proua della regola del tre.

Da quello, che adesso scritto hauiamo, facilmente si raccoglie, in che modo si possi fare la proua della regola del tre. Perche se il medesimo numero si produrrà dal primo numero moltiplicato per il quarto ritrouato, che dal secondo moltiplicato per il terzo, non è da dubitare, che sia stato bene ritrouato il quarto numero proportionale. Ma se non si farà il medesimo numero, bisognerà rifare l'operatione.

Vn'altra proua della regola del tre.

E nondimeno vsata da molti vn'altra maniera di prouare la regola del tre, che è questa. Pongasi il primo numero nel terzo luogo, & il terzo nel primo, & il quarto ritrouato nel mezo. Percioche se secondo il precetto della regola del tre, si ritrouarà in questo modo il quarto numero, che prima era il secondo, sarà stata bene sciolta la questione proposta. Il primo essempio detto di sopra starà in questo modo per fare la proua.

Scudi.	Libre.	Scudi.		Libre.
20.	60.	4?	*fanno*	12.

Imperoche se è vero, che con venti scudi si comprano 60. scudi, per amor che con 4. scudi sono state com-

compre libre 12. seguita necessariamente, che all'incontro con 4. scudi si comprino libre 12. per amor che con 20. scudi si comprono libre 60.

Varij compendij della regola del tre.

Qualche volta nel fare più facile l'operatione, si possano due numeri delli tre dati, come il primo, & il secondo, ouero il primo, & il terzo ridurre a minori. Il che si farà, se tanto il primo, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, si diuiderà per alcuna commune misura conosciuta dell'vno, & dell'altro, ò che ella sia la massima, o non, & in luogo di quelli si ponghino li Quotienti. Come in questo essempio.

4. 12. 20? *fanno* 60.

Perche il numero 4. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, & l'altro per 4. si porranno li Quotienti 1 & 3 in luogo d'essi, così starà l'essempio.

1. 3. 20? *fanno* 60.

Di più perche nel medesimo essempio il medesimo numero 4. numera il primo, & il terzo, se partendo l'vno, & l'altro per 4 si piglino in cambio loro li Quotienti 1. & 5. così starà il medesimo essempio.

1. 12. 5? *fanno* 60.

In oltre in questo seguente essempio.

36. 48. 63? *fanno* 84.

Perche il numero 12. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, & l'altro per 12 li Quotienti 3. & 4 in luogo di quelli si ponghino, così starà l'essempio.

3. 4. 63? *fanno* 84.

Così perche il numero 9. misura il primo, & il terzo nel medesimo essempio, se partendo l'vno, & l'altro per 9. & in luogo di quelli nella regola si ponghino li Quotienti 4. & 7. così starà l'essempio.

4. 48. 7? *fanno* 84.

In questo modo ancora la questione proposta si scioglierà. Diuidasi il secondo numero per il primo, & il terzo si moltiplichi per il Quotiente; ouero si diuida il terzo per il primo, & per il Quotiente si moltiplichi quello di mezzo. Perche nell'vno, & l'altro modo il numero prodotto sarà il quarto proportionale, che si cerca. Come in questo essempio.

60. 360. 132? *fanno* 792.

Partendo il secondo numero per il primo, si fa il Quotiente 6. per il quale se si moltiplicarà il terzo numero, prouerrà il quarto 792. come se secondo il precetto della regola del tre hauessi operato. Di più partendo il terzo numero per il primo, si fa il Quotiente $2\frac{12}{60}$. cioè $2\frac{1}{5}$. ouero $\frac{11}{5}$. per il quale se si moltiplicarà il secondo, si produrrà il medesimo quarto 792.

Varie proue della regola del tre.

Da questo bene inteso potrai in varij modi far proua, se per la regola del tre sia ben ritrouato il quarto numero, ò non. Peroche, se per queste varie operationi trouarai sempre il medesimo quarto numero, grande argomento sarà, che l'operatione sia stata ben fatta.

La dimostratione delli compendij della regola del tre.

Ma se alcuno dimandarà, come possi essere, che per tante vie sempre perueniamo al medesimo scopo, sappia che tutta la causa di questo dipende dalle proportioni. Peroche essendo che la medesima proportione deui essere tra il primo numero, & il secondo, che tra il terzo, & il quarto, seguita che ancora, per la proportione permutata, sia la medesima proportione tra il primo, & il terzo, che tra il secondo, & il quarto; & ancora, per la proportione con-

conuersa, la medesima tra il secondo, & il primo, che tra il quarto, & il terzo; & di più la medesima tra il terzo, & il primo, che tra il quarto, & il secondo. Essendo adunque sempre la medesima proportione tra li Quotienti de i due numeri partiti per vn medesimo numero, che tra essi numeri, è cosa manifesta, se si diuiderà tanto il primo numero, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, per alcuna medesima commune misura, & in luogo d'essi numeri si potranno li Quotienti, che sarà ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo, & secondo numero, che è tra il terzo numero, & il quarto; & così ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo, & terzo numero, che è tra il secondo numero, & il quarto. Similmente perche diuidendosi qual si voglia numero per vn'altro numero, si produce il Denominatore della proportione, che ha il numero diuiso al partitore, & il Denominatore moltiplicando qual si voglia altro numero produce vn numero, che hà la proportione al numero moltiplicato denominata dal detto Denominatore; si fà chiaro, che diuidendosi il secondo, ouero il terzo numero per il primo, il Quotiente sia il Denominatore della proportione del secondo, ouero del terzo numero al primo. Onde, se per questo Quotiente si moltiplicarà il terzo numero, ouero il secondo, si produrrà il quarto, cioè quello che hauerà la medesima proportione al terzo, che hà il secondo al primo; ouero la medesima al secondo, che hà il terzo al primo.

Alcune questioni cô le quali si dichiarano varie difficultà della regola del tre.

Ma perche spesso le questioni, che s'hanno da sciorre per la regola nel tre, si propongono con ordine confuso, & alle volte ancora si ritrouano in vn numero diuerse monete, misure, ò pesi, finalmente non di rado auuiene, che il primo numero sia dissimile al terzo; di maniera, che facilmente, chi è poco prattico nelle cose Aritmetiche, possa inciampare, & restare dubbioso, & impedito; esplicaremo per via di alcune questioni varie difficultà, che possono

ſono in queſto negocio accadere, cominciãdo da qui.

Queſtione 1.

I. Quanto vale vna libra di pepe, ſe 60. libre ſono ſtate compre per 20. ſcudi? In queſta queſtione li numeri ſono poſti confuſaméte, & fuor dell'ordine. Perche 1. libra, della quale nel primo luogo ſi fa mentione, ha la queſtione anneſſa, & per queſto deue ſtare nel terzo luogo, & il numero di 60. libre nel primo, per eſſere ſimile al numero di 1. libra. ſi che cõ debito ordine douerebbe eſſere propoſta la queſtione in queſte modo, libre 60. di pepe vagliono 20. ſcudi. Adũq; 1. libra quãto coſtarà? ſi come vedi in queſto eſsépio.

Libre	*Scudi.*	*Libre.*		*Scudi.*
60.	20.	1?	*coſtarà*	$\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. *ouerò* $\frac{1}{3}$.

Et ritrouerai (ſe moltiplicarai il ſecondo numero per il terzo, & il prodotto 20. partirai per il primo) la valuta di 1. libra eſſere $\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. ouero $\frac{1}{3}$. d'vn ſcudo. Perche quãdo il minor numero ſi diuide per il maggiore, ſi fa vn rotto, il Numeratore del quale è il numero che ſi diuide, & il Denominatore è il partitore, come nel cap. 5. & 6. hauemo detto. Ma ſi ridurrà qual tu vuoi de queſte due minutie, come dire la prima, à baiocchi in queſto modo. Moltiplichiſi il Numeratore 20. per 100. (perche 100. baiocchi fanno vn ſcudo) & il numero prodotto 2000. diuidaſi per il Denominatore 60. Percioche il Quotiente darà baiocchi 33. $\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. ouero 33$\frac{1}{3}$. Tanto à ponto haureſti ritrouato, ſe il Numeratore dell'altra minutia $\frac{1}{3}$. haueſſi moltiplicato per 100. & il prodotto haueſſi partito per il Denominatore 3. Ma ſe tu vorrai ridurre $\frac{1}{3}$. d'vn baiocco à quattrini, moltiplicarai il numeratore 1. per 4. (che tãti quattrini fanno vn baiocco, & il prodotto partirai per il Denominatore 3. e ritrouarai quattrini 1$\frac{1}{3}$. & coſi 1. libra coſtarà baiocchi 33. & quattrini 1$\frac{1}{3}$.

Queſtione 2.

II. Se libre 10$\frac{2}{5}$. & oncie 7$\frac{1}{2}$. di cera bianca coſtano ſcudi 2. & giulij 6. quanta cera ſi comprarà con 90. baiocchi? L'eſſempio ſtarà coſi.

Scudi

Scudi.	*giulij*	*libre*	*oncie*	*Baiocchi*		*oncie*
2.	6.	10$\frac{2}{5}$.	7$\frac{1}{2}$.	90?	*fanno*	45$\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

Che s'habbia da fare quando ci interuẽgono diuerſe monete, peſi, miſure, & numeri rotti.

Ma perche nel primo numero, & terzo ſi contengono diuerſe monete, ſe douranno ridurre tutte alla minima moneta iui eſpreſſa, come dire à baiocchi; & ſaranno nel primo numero baiocchi 260. Di piu perche nel ſecondo numero ſi ritrouano diuerſi peſi, ſi douranno ancora ridurre al minimo iui eſpreſſo, come dire à oncie, delle quali 12. fanno vna libra. Et ſaranno in libre 10. $\frac{2}{5}$. oncie 124$\frac{4}{5}$. alle quali s'aggiongerai oncie 7$\frac{1}{2}$. farai oncie 132$\frac{}{1}\frac{3}{}\frac{}{0}$. In che modo s'habbiano à moltiplicare, ò diuidere tra di loro li rotti, ò ch'eſſi ſtiano ſoli, o attaccati, à numeri intieri, l'habbiamo già moſtrato nel cap. 13. & 14. Si che l'eſſempio ridotto ſtarà coſi.

Baioc.	*oncie*	*Baioc.*		*oncie*
250.	132$\frac{}{1}\frac{3}{}\frac{}{0}$.	90?	*fanno*	45$\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

Ma è da notare in queſto luogo, che la minutia prodotta dalla moltiplicatione del numero di mezo per il terzo, ancorche il ſuo Numeratore ſia maggiore del Denominatore, non ſi deue ridurre ad intieri, ſino à tanto, che non ſia finita la diuiſione, acciò non s'impediſca l'operatione. Onde perche nel proſſimo eſſempio la moltiplicatione del numero di mezo per il terzo fa $\frac{1}{}\frac{1}{}\frac{9}{1}\frac{0}{0}\frac{7}{}\frac{0}{}$. s'hauerà da diuidere queſta minutia per il primo numero, auanti che ſi riduca ad intieri; la quale diuiſione darà queſta minutia $\frac{1}{}\frac{1}{2}\frac{9}{6}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{}$. che contiene oncie 45$\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

Queſtione 3.

III. Quanto coſtaranno $\frac{7}{8}$. di vn braccio di panno, ſe con $\frac{3}{4}$. di vn ſcudo alcuno n'hauerà compro $\frac{1}{3}$. d'vn braccio? Coſi ſtarà l'eſſempio.

Bracci	*Scudi.*	*Bracci*		*Scudi.*
$\frac{1}{3}$.	$\frac{3}{4}$.	$\frac{7}{8}$?	*fanno*	1$\frac{3}{3}\frac{1}{2}$.

La moltiplicatione del numero di mezo per il terzo fa la fa la minutia $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. la quale diuiſa che ſarà per il primo numero, ſi trouarà queſta minutia $\frac{6}{3}\frac{1}{2}$. d'vn ſcudo, che fa ſcudi $1\frac{3}{5}\frac{1}{2}$. Ma ridotta queſta minutia $\frac{3}{3}\frac{1}{2}$. di vno ſcudo à giulij, baiocchi, & quattrini, darà giulij 9. baiocchi 6. quattrini $3\frac{1}{2}$.

Queſtione 4. IV. Vno ſcolaro volendo ſtudiare 6. anni in vna vniuerſità, s'accorſe di hauer ſpeſo in 7. meſi, & 13. giorni ſcudi 200. giulij 7. baiocchi $8\frac{2}{7}$. ſi domanda adunque, di quanti denari hauerà di biſogno. Coſi ſtarà l'eſſempio.

Meſi	Gior.	Scu.	Giul.	Baio.	Anni.		Scudi.	Baioc.
7.	13.	200.	7.	$8\frac{2}{7}$.	6?	fanno	1956.	$7\frac{\ }{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$

Qui nel primo numero gli meſi, & nel terzo gl'anni s'hanno da ridurre à giorni. Et à far queſto, biſogna conſiderare, che meſi quelli ſiano, perche non tutti li meſi hanno il medeſimo numero di giorni. Percioche ſe porremo li primi 7. meſi, incominciando da Gennaro, conterrano li detti 7. meſi nell'anno commune giorni 212. come quì vedi. (Ma nell'anno biſeſtile 213. atteſo che all'hora il Febraro ha giorni 29.) aggiógendo li 13. giorni ſi faranno giorni 225. Da poi ſi deue conſiderare quanti anni biſeſtili ſi contengano in detti 6. anni. Percioche per ogni anno biſeſtile ſi deue aggiongere 1. giorno à giorni 365. d'vn anno commune. Onde ſe noi porremo, che ſi contenghino due anni biſeſtili, moltiplicaremo 6. anni per 365. giorni, & al prodotto numero aggiongeremo 2. acciò ſi faccino giorni 2192. Similmente nel numero di mezo s'hanno da ridurre li ſcudi, & giulij à baiocchi, li quali ſaranno in tutto $20078\frac{2}{7}$. tal che l'eſſempio ridotto ſtia coſi.

Genn.	31.
Febr.	28.
Mar.	31.
Apr.	30.
Mag.	31.
Giug.	30.
Lug.	31.
	212
	13
	225

Gior.

Gior.	Baioc.	Gior.		Baioc.
225.	$20078\frac{2}{7}$.	2192?	fanno	$195607\frac{\ }{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$.

Vltimamente s'haurà da ridurre il quarto numero ritrouato di baiocchi à ſcudi, & giulij. Et trouerai tutti quelli baiocchi fare ſcudi 1956. giulij 0. baiocchi $7\frac{\ }{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$. Tanti danari ſaranno neceſſari à quel ſcolaro in quelli 6. anni, delli quali due ne ſiano biſſeſtili.

Al medeſimo modo doppo l'operatione ſempre s'ha da ridurre la moneta del quarto numero alla maggiore, ſe ſi può. Coſi ancora li peſi, ouero miſure à maggiori peſi, ouero miſure; come l'oncie à libre; li palmi, ouero piedi à paſſi, & li paſſi à miglia.

V. Vno ha fatto in 7. giorni miglia 210. Domando in quanti giorni farà miglia 1600. caminando ogni giorno ſenza ſcemare, ò accreſcere il corſo. Coſi ſtarà l'eſſempio. Queſtione 5.

Miglia	Gior.	Miglia.		Gior.
210.	7.	1600?	fanno	$53\frac{\ }{2}\frac{7}{1}\frac{0}{0}$.

Queſto rotto $\frac{\ }{2}\frac{7}{1}\frac{0}{0}$. d'vn giorno nel quarto numero ſe moltiplicaremo il Numeratore per 24. & il numero prodotto diuideremo per il Denominatore, ſi ridurrà à hore 8.

VI. Se vn campo di 400. paſſi quadrati è ſtato cõprato per ſcudi 100. giulij 7. baiocchi 8. quanto coſtarà vn campo di 1000. paſſi quadrati, & 4. piedi quadrati, & 3. palmi quadrati? Coſi ſtarà l'eſſempio. Queſtione 6.

Paſſi	Scudi.	Giul.	Baioc.	Paſſi.	Piedi.	Palm.
400.	100.	7.	8.	1000.	4.	3?

fanno Baioc. $25199\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}$.

Ridotti li ſcudi, & li giulij del ſecondo numero à baiocc. & li paſſi, & li piedi del terzo numero à palmi dando 16. palmi quadrati à vn piede quadrato, & 25.

piedi

piedi quadrati à passo quadratto; & ridotti li passi del primo numero ancora à palmi, dando à vn passo quadrato 400.palmi quadrati, così starà l'essempio.

Palmi	Baiocch.	Palmi		Baiocch.
160000.	10078.	400067?	fanno	$25199\frac{1}{8}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}\frac{5}{0}$.

Il quarto numero de baiocc. contiene scudi 251. giul. 9. baiocc $9\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}$.

Questione 7. VII. In vna fiera con 44. scudi sono state compre 52. braccia di vna certa sorte di panno. Quanto adunque costaranno 260. braccia del medesimo panno? Così starà l'essempio.

Brac.	Scudi.	Bracc.		Scudi.
52.	44.	260?	fanno	220.

Questione 8. VIII. Vno hà compro 52. braccia di panno per 44. scudi. Quante braccia adunque comprarà con 220. scudi? L'essempio starà così.

Scudi.	Bracc.	Scudi.		Bracc.
44.	52.	220?	fanno	44.

Questione 9. IX. Vno ha compro con certa somma di denari 52. braccia di panno, & per il medesimo prezzo ha compro di poi 260. braccia di panno, le quali costorno scudi 220 Quanto adunque spese da prima? L'essempio s'ordinarà di questo modo.

Bracc.	Scudi.	Bracc.		Scudi.
260.	220.	52?	fanno	44.

Questione 10. X. Comprò vno con 44. scudi alcune braccia di panno, & al medesimo prezzo vn'altro di poi con 220. scudi ne comprò 260. braccia. Quante braccia adunque ne comprò il primo? così starà l'essempio.

Scudi.	Bracc.	Scudi.		Bracc.
220.	260.	44?	fanno	52.

Ho

HO posto questi quattro vltimi essempi, nelli quali li medesimi quattro numeri della regola del tre in varij modi tra di loro scambiano i luoghi, di maniera che ogn'vno di quelli, come incognito, da gl'altri tre numeri conosciuti si ritroui; affinche tu intendi, in che modo ti debbi gouernare nell'altre questioni simili à queste.

REGOLA DEL TRE, CHE CHIAMANO Euersa, ouero voltata all'indietro. Cap. XVIII.

HAVEMO detto, ne i quattro numeri della regola del tre essere la medesima proportione del primo al secondo, che è del terzo al quarto: & conseguentemente, (come dalla prop. 14. del lib. 5. di Eucl. si caua) se il primo è maggiore, ò minore del terzo, il secondo parimente essere maggiore, ò minore del quarto. Il che in tutti li essempi proposti fin quì può esser manifesto. Hora suole accadere alle volte, che quanto è maggiore il primo del terzo, tanto debbe essere minore il secondo del quarto; & quanto è minore il primo del terzo, tanto debbia essere maggiore il secondo del quarto. Per il che all'hora si dourà tenere strada contraria di quella, che già nel la regola del tre insegnato habbiamo; cioè si dourà moltiplicare il primo numero per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Ma quando questa regola del tre voltata all'indietro (che così la chiamano) si debba vsare, la ragione naturale facilmente ce n'insegnarà, & manifestamente dalli seguenti essempi si può conoscere, delli quali il primo sia q̃sto. *Per la regola del tre voltata all'indietro in che modo se ne caui il quarto numero.*

Questione 1. I. SI compra da vno, per fare vna veste, 9 braccie di panno, la larghezza del quale è di tre palmi. Quante braccia adunque, per fare la medesima veste, ouero vn'altra simile, bisognarà comprarne d'vn' altro panno, la larghezza del quale sia di 2. palmi? Perche la questione è del panno, che ha la larghezza di

I za di

za di 2. palmi, coſi ſtarà l'eſſempio.

Palmi di largh.	*Brac.*	*Palmi di largh.*		*Bracc.*
3.	9.	2?	*fanno*	$13\frac{1}{2}$.

Quì tu vedi chiaramente, che quanto è più ſtretto il ſecondo panno, tanto più Brac. ſono neceſſarie. Per la qual coſa, ancorche il primo numero ſia maggiore del terzo, non dimeno non per queſto il ſecondo numero deue ancora eſſere maggiore del quarto, ma minore, di modo che la medeſima proportione, che ha il terzo al primo, habbia il ſecondo al quarto. Di qui è che il primo ſi deue moltiplicare per il ſecondo, & diuidere il numero prodotto per il terzo: perche acciò ſi ſerui la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, ſi come e ſtato detto, & qui ſi vede.

Palmi di largh.	*Palmi di largh.*	*Bracc.*		*Bracc.*
2.	3.	9?	*fanno*	$13\frac{1}{2}$.

Queſtione 2. II. VNO pigliò in preſto da vn'altro ſcudi 4000. per 3. anni, li quali quando li reſtituì, non ne volſe pigliare frutto veruno, ma lo rechieſe ſolamente, che all'incontro gl'impreſtaſſe ancora denari. Gli diede dunque in preſto 7480. ſcudi. Quanto tempo adunque coſtui deue ritenere queſti denari, acciò venga ſodisfatto del ſeruitio fatto di 4000. ſcudi, che gli haueua preſtati? Perche il numero di 7480. ſcudi porta ſeco la queſtione, ſi douranno diſporre li numeri in queſto modo.

Scudi	*Anni.*	*Scudi*		*Anni*	*Gior.*	*Hore.*
4000.	3.	7480?	*fanno*	1.	220.	$13.\frac{\ }{1}\frac{8}{8}\frac{9}{7}$.

Ancora quì è coſa chiara, douerſi maggior frutto à ſcudi 7480. che à ſcudi 4000. in tempo vguale: & per queſto eſſer di biſogno di manco tempo, che 3. anni per guadagnare il medeſimo frutto, che ſi deue à 4000. ſcudi in 3. anni. Onde, ancorche il primo

mo numero ſia minore, che il terzo, non però ſarà il ſecondo minore che'l quarto, ma maggiore; in tal modo, che il terzo al primo habbia la medeſima proportione, che'l ſecondo ha al quarto. Onde è che ſi dourà moltiplicare il primo per il ſecondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Perche à ſeruare la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, ſi come è ſtato detto, & quì è manifeſto.

Scudi	*Scudi.*	*Anni.*		*Anni.*	*Gior.*	*Hore.*
7480.	4000.	3?	*fanno*	1.	220.	$13\frac{\ }{1}\frac{8}{8}\frac{9}{7}$.

III. QVANDO vna miſura di grano ſi compra à 6. ſcudi, il pane compro per vn baiocco, ſecondo l'ordine di alcuna città, ha di peſo oncie 10. Hor ſe la medeſima miſura di grano ſi compra à 4. ſcudi, ouero à 8. quanto deue eſſere il peſo del medeſimo pane? Coſi ſtaranno li eſſempi. *Queſtione 3.*

Scudi.	*Oncie.*	*Scudi.*		*Oncie.*
6.	10.	4?	*fanno*	15.
6.	10.	8?	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.

La ragione ſteſſa detta, che quanto il grano è à più buon mercato, tanto più debbia peſare il pane, & quanto il grano è più caro, tanto manco il pane d'vn medeſimo prezzo debbia peſare. Imperoche tal proportione deue eſſere di 4. ſcudi à 6. ouero de 8. à 6. quale è del peſo di 10. oncie al peſo incognito, che ſi cerca. Onde ſecondo la regola del tre, ò delle proportioni, coſi s'hauerebbono da diſporre i numeri.

Scudi.	*Scudi.*	*Oncie.*		*Oncie.*
4.	6.	10?	*fanno*	15.
8.	6.	10?	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.

Questione 4. IV. TRENTA lauoranti fanno vn'opera in 4. anni. In quanto tempo adunque finiranno la medesima 50 lauoranti, ouero 20? Ouero quanti lauoranti la finiranno in 2. anni, & giorni 146? Ouero in anni 4 & giorni 292? Questo essempio in quattro modi proposto cosi starà, ridotti prima li anni à giorni nelli vltimi due essempi.

Lauor.	*Anni.*	*Lauor.*		*Anni.*	*Gior.*
30.	4.	50?	*fanno*	2.	146.
30.	4.	20?	*fanno*	6.	0.

Gior.	*Lauor.*	*Gior.*		*Lauor.*
1460.	30.	876?	*fanno*	50.
1460.	30.	1752?	*fanno*	25.

Perche quanto più sono lauoranti, tanto manco tempo bisogna, & quanto manco sono, tanto piu tempo ci vuole. Cosi ancora, quanto manco tempo è, tanto piu lauoranti bisogna, & quanto è piu tempo, tanto meno lauoranti. Adunque secondo la regola del tre, ò delle proportioni, cosi si porrebbono li numeri.

Lauor.	*Lauor.*	*Anni.*		*Anni.*	*Gior.*
50.	30.	4?	*fanno*	2.	146.
20.	30.	4?	*fanno*	6.	0.

Gior.	*Gior.*	*Lauor.*		*Lauor.*
876.	1460.	30?	*fanno*	50.
1752.	1460.	30?	*fanno*	25.

Questione 5. 5. Vno essercito assediato, nel quale sono 8500. soldati, ha da viuere per 11. mesi, ma non ci è speranza alcuna di liberarsi dall'assedio, ne d'hauere soccorso,

corso,

corso, se non doppo 25 mesi. Quanti soldati adunque si deuono ritenere, acciò li basti il vitto per 25. mesi? Cosi si douranno assettare li numeri.

Mesi.	*Soldati.*	*Mesi.*		*Soldati.*
11.	8500.	25?	*fanno*	3740.

Si douranno adunque ritenere 3740. soldati, perche à tanti bastarà il vitto per 25. mesi. Onde si douranno cassare 4760. & mandarli via.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA. Cap. XIX.

AVVIENE che tal volta si pongano più che tre numeri conosciuti, ma talmente, che siano sempre tre principali, & l'altri à quelli aggionti manco principali, li quali ò denotano il tempo, ò il guadagno, ò il danno. Il che quando auuiene, si fa la regola del tre cõposta, & all'hora ouero s'hauerà da fare la regola del tre due, ò tre volte; ouero s'hauerà da moltiplicare ogni numero per li numeri à quello aggionti, acciò si faccino solamente tre numeri conosciuti, per li quali se ne caui il quarto incognito; Ouero s'haurà da tentare qualche altra via. Il che dalli essempi, che seguono, sarà manifesto; nelli quali si risolueranno varie questioni intorno al guadagno, & perdita, interuenendoci ancora diuersità di tempi, & varietà di guadagno à ragione di tanto per 100.

La regola del tre cõposta, che cosa sia & quando si faccia.

I. Sono 8. che viuono in compagnia, & ciascun di loro paga 6. scudi il mese. Quanto adunque sarà il prezzo del vitto di tutti per quattro anni? Questa questione cosi si proporrebbe bene. Vno il mese paga scudi 6. Quanto adunque pagaranno 8. in 4. anni, cioè in 48. mesi? Cosi si porranno li numeri. Questione 1.

Compagni.	*Mese.*	*Scudi.*	*Compagni.*	*Mesi.*
1.	1.	6.	8.	48?

fanno 2304. *Scudi.*

Doue tu vedi, che'l primo numero d'vn compagno ha aggionto vn mese, & il terzo di 8. compagni ne ha aggionti 48. mesi. Prima adunque così si ordinarà la regola del 3. Se vno paga 6. scudi, quanti ne pagaranno 8? come quì si vede.

Compagno.	Scudi.	Compagni.		Scudi.
1.	6.	8?	fanno	48.

Pagano dunque 8. compagni in vn mese 48. scudi, quando vno ne paga 6. in vn mese. Di poi vn altra volta così si disporrà la regola del 3. Se in vn mese pagano 48. scudi quanto pagaranno in 48. mesi? come quì stà espresso.

Mesi.	Scudi.	Mesi.		Scudi.
1.	48.	48.	fanno	2304.

TVTTAVIA piu breuemente si risoluerà la medesima questione, se si moltiplicaranno tre di loro tanto li due numeri posti nel primo luogo della questione, quanto li due posti nel terzo luogo, acciò si faccino tre numeri soli della regola del 3. in questo modo.

	Scudi.			Scudi.
1.	6.	384?	fanno	2304.

Perche da questa moltiplicatione ne nasce maggior numero di compagni per vn mese, che è vguale al minor numero per piu mesi. Come dalla moltiplicatione di 8. compagni per 48. mesi si producono 384. compagni per vn mese. Perche se in ogni mese sono 8. compagni, senza dubbio in 48. mesi, se sempre si s'accostassero nuoui compagni, si fariano 384. compagni: & così tanto pagaranno quelli 384. compagni in vn mese, quanto 8. compagni in 48 mesi Questa è la causa, perche s'hanno da moltiplicare li numeri principali per li aggionti manco principali, che significano tempo, ouero alcuna altra cosa, pur

che

che non siano della medesima cosa, che viene significata per li numeri principali; perche altrimente non sarebbono due numeri, ma vno. Come se in vn luogo siano posti scudi, baiocchi, & quattrini, si riputaranno questi tre numeri per vn solo, essendo che sono della medesima cosa, ouero che tutti significano moneta. Et la medesima ragione è proportionalmente nelle altre questioni di questa sorte.

II. PER 200. lib. di certe mercantie portate per 100. miglia si pagano scudi 4. Quanto adunque si doueranno pagare per 300. lib. portate per 400. miglia? Così li numeri si disporranno. Questione 2.

Lib.	Miglia	Scudi	Lib.	Miglia	Scudi.
200.	100.	4.	300.	400?	fanno 24.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, & li due del terzo luogo tra di loro, si faranno tre numeri della regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			Scudi.
20000	4.	120000?	fanno	24.

SE questa medesima questione vorremo sciorre per la regola del 3. replicata due volte, così starà il primo essempio.

Lib.	Scudi.	Lib.		Scudi.
200.	4.	300?	fanno	6.

Et così si douerebbono pagare scudi 6. per 300. lib. portate per 100. miglia, per le quali sono state portate le 200. lib. Ma perche le 300. libre s'hanno da condurre per 400. miglia, così di nuouo nel secondo luogo starà l'essempio.

Miglia.	Scudi.	Miglia.		Scudi.
100.	6.	400?	fanno	24.

3. TRE persone consumano vn Rubio di grano Questione 3.

I 4 com-

compro per 3. scudi in 5. settimane. Quanta adunque è la spesa di ciascuno in vn dì? Così si doueranno ordinare li numeri.

Persone.	*Settimane.*	*Scudi.*	*Persone.*	*Gior.*
3.	5.	3.	1.	1?

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. *cioè quattrini* $11\frac{3}{7}$.

Ma ridotte le 3. settimane à giorni, à fine che'l primo numero, & terzo siano simili, così starà l'essempio

Pers.	*Giorni.*	*Scudi.*	*Pers.*	*Gior.*
3.	35.	3.	1.	1?

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. *cioè quattrini* $11\frac{3}{7}$.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, & li due del terzo tra di loro, si disporranno i tre numeri della regola del tre in questo modo.

Scudi.		*Scudi.*	*Quattrini.*
105	3.	1? *fanno* $\frac{3}{105}$.	*cioè.* $11\frac{3}{7}$.

Per la regola del tre due volte replicata così si risoluerà questa questione.

Pers.	*Scudi.*	*Pers.*	*Scudi.*
3.	3.	1?	1.

Di più.

Gior.	*Scudi.*	*Gior*	*Scudi.*	*Quattrini.*
35.	1.	1?	*fanno* $\frac{1}{35}$.	*cioè*, $11\frac{3}{7}$.

Questione 4. 4. SE 300. scudi in quattro anni guadagnano 100. scudi. Che cosa guadagnaranno scudi 1580. in 7. anni? Moltiplicati li scudi, che si espongono al guadagno, per il tempo aggiontoli, così starà l'essempio.

Scudi.			*Scudi.*
1200.	100.	11060?	*fanno* $921\frac{2}{3}$.

Per

Per la regola del tre due volte replicata, così l'essempio starà.

Scudi.	*Scudi del guadag.*	*Scudi.*	*Scudi del guadag.*
300.	100.	1580?	*fanno* $526\frac{2}{3}$.

Di più.

Anni.	*Scudi.*	*Anni.*	*Scudi.*
4.	$526\frac{2}{3}$.	7.	*fanno* $921\frac{2}{3}$.

V. Vno con 10. scudi in tre mesi hà guadagnato 4. scudi. In quanto tempo adunque con 100. scudi guadagnarà 2000. scudi? Questa questione in nissun modo si può ridurre alla simplice regola del tre, per esser'il tempo, nel quale li 100. scudi deuono guadagnare 2000. scudi, non conosciuto; donde nasce, che questo tempo non si possa moltiplicare per li 100. scudi. Et però per districcarla si douerà adoprare la regola del tre due volte, in questo modo. *Questione* 5.

Scudi.	*Scudi di guadag.*	*Scudi.*	*Scudi di guadag.*
10.	4.	100? *fanno*	40.

Et così 100. scudi guadagnaranno 40. scudi in tre mesi, nelli quali 10. scudi hanno guadagnato scudi 4. Per la qual cosa, per sapere, in quanto tempo 100. scudi siano per guadagnare 2000. scudi, si disporrà la seconda volta la regola del 3. in questo modo.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi.*	*Mesi.*
40.	3.	2000? *fanno*	150.

Di modo che se 10. scudi di tre mesi guadagnano 4. scudi, li 100. scudi ne guadagnaranno 2000 scudi in 160. mesi. Il che facilmente si prouarà, se la questione si proporrà in questo modo. Se 10. scudi in tre mesi guadagnano 4. scudi; in 150. mesi quanto guadagnaranno 100. scudi?

Impe-

Imperoche si ritrouarà essere il guadagno scudi 2000 come quì si vede.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi*	*Scudi.*	*Mesi.*		*Scudi.*
10.	3.	4.	100.	150.	*fanno*	2000.

Perche se ciascuno tempo si moltiplicarà per il suo denaro, starà l'essempio ridotto alla semplice regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			*Scudi.*
30.	4.	15000?	*fanno*	2000.

Questione 6. VI. Se 100. scudi in 8. mesi guadagnano 20. scudi, in quanto tempo li medesimi 100. scudi ne guadagnaranno scudi 3000? L'ordine delli numeri starà in questo modo.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi.*		*Mesi.*
20.	8.	3000?	*fanno*	1200.

Perche quando s'espone sempre la medesima somma al guadagno, non è necessario di porla tra li altri numeri. Et il medesimo si farà ancora, quando si propone il medesimo tempo, si come nel seguente essempio apparirà.

Questione 7. VII. Se 300 scudi in 7. mesi guadagnano 45. scudi, quanto guadagnaranno 1780. scudi nelli medesimi 7. mesi? Cosi starà l'essempio.

Scudi.	*Scudi di guadag.*	*Scudi.*		*Scudi di guadag.*
300.	45.	1780?	*fanno*	267.

Questione 8. VIII. Se ad ogni soldato ciaschedun mese si desse 4. scudi, quanti denari si spenderebbono per 13000. soldati in 9. mesi? Cosi starà l'essempio.

Soldati.	*Mese.*	*Scudi.*	*Soldati.*	*Mesi.*		*Scudi.*
1.	1.	4.	13000.	9?	*fanno*	468000.

Se

Questione 9. IX. Se à 10. caualli ogni giorno si danno 7. misure d'orzo, ò di auena, quante misure si douranno dare, secondo la medesima distributione, à 100. caualli in 20. giorni? Cosi starà l'essempio.

Caual.	*Gior.*	*Misure.*	*Caual.*	*Gior.*		*Misure*
10.	1.	7.	100.	20?	*fanno*	1400.

Questione 10. X. Se 12. mietitori mietono 20. pezzi di terreno in 9. giorni, in quanto tempo 30. mietitori mieteranno 45. pezzi? Quì è necessaria la regola del tre due volte replicata, ma nel primo luogo però la Euersa; perche 30. mietitori hanno di bisogno di manco tempo per mietere 20. pezzi, che li 12. mietitori. Cosi adunque starà la regola del tre Euersa.

mietit.	*gior.*	*mietit.*		*gior.*
12.	9.	30?	*fanno*	$3\frac{3}{5}$.

Et cosi in giorni $3\frac{3}{5}$. mieteranno 30. mietitori 20. pezzi. Per la qual cosa di nuouo così starà l'essempio per la regola ordinaria del tre.

pezzi	*gior.*	*pezzi*		*gior.*
20.	$3\frac{3}{5}$.	45?	*fanno*	$8\frac{\;}{1}\frac{3}{\;}\frac{\;}{0}$.

Questione 11. XI. A Roma il ducato d'oro vale giulij $11\frac{1}{2}$. cioè baioc. 115. Quanti adunque pigliarò di questi ducati per 1000 scudi, delli quali ogn'vno vaglia 10. giuli, ò vero 100. baioc.? O vero, se 20. ducati d'oro fanno 23. scudi, quanti ducati si faranno con 1000. scudi? L'vno, & l'altro essempio starà in questo modo, ridotti prima li 1000. scudi à baioc. 100000. nel primo essempio.

Baioc.	*Ducat.*	*Baioc.*		*Ducati.*
115.	1.	100000?	*fanno*	$869\frac{1}{2}\frac{3}{3}$.

Scudi.	*Ducat.*	*Scudi.*		*Ducat.*
23.	20.	1000?	*fanno*	$869\frac{1}{2}\frac{3}{3}$.

Quanti

Questione 12. XII. Quanti ſcudi riceueremo per 4000. ducati, ſe lo ſcudo vale 100. baiocchi, & il ducati 115. baiocchi? Ouero ſe 20. ducati vagliono 23 ſcudi, quanti ſcudi ſi conterranno in 4000. ducati? Ridotti li 4000. ducati del primo eſſempio a baiocchi 460000. coſi ſtarà l'vno, & l'altro eſſempio.

Baioc.	*Scudi.*	*Baioc.*		*Scudi.*
100.	1.	460000?	*fanno*	4600.

Ducati.	*Scudi.*	*Ducati.*		*Scudi.*
20.	23.	4000?	*fanno*	4600.

Questione 13. XIII. Vn mercante ha compro 300. libre d'vna certa mercantia per ſcudi 60. & deſidera ſapere, quãto guadagnarà per 100. ſe vende queſte medeſime 300. libre ſcudi 64. Ouero quanto perderà per 100. ſe le venderà per 57. ſcudi. Quì è manifeſto, ch'egli per 60. ſcudi vuole guadagnare 4 ſcudi: ouero perdere 3. ſcudi, come è chiaro, ſe il minor prezzo ſi cauarà dal maggiore. Di adunque, Se 60. ſcudi guadagnano 4. ouero ne perdono 3. quanto ne guadagnarãno, ouero ne perderanno ſcudi 100?

Scudi.	*Guad di Scudi.*	*Scudi.*		*Guad. di Scudi.*
60.	4.	100?	*fanno*	$6\frac{2}{3}$.

Scudi.	*Danno di Scudi.*	*Scudi.*	*Danno di Scudi.*
60.	3.	100?	5.

Questione 14. XIV. Và cercando tra ſe vn mercante, quãto habbi da ſpendere in 100. libre d'vna certa mercantia, che poi le medeſime vendute à 64. ſcudi diano di guadagno ſcudi $6\frac{2}{3}$. per 100. Chiara coſa è, che colui, che vuole guadagnare $6\frac{2}{3}$. per 100. vuole, che li 100. ſcudi creſchino à $106\frac{2}{3}$. Dì adunque, Se ſcudi $106\frac{2}{3}$. che contengono il prezzo di 100. ſcudi inſieme col guadagno di ſcudi $6\frac{2}{3}$. prouengono da 100. ſcudi, da che verranno li 64. ſcudi, che contengono il prezzo inco-

gnito delle 100. libre inſieme col guadagno ancora incognito, che renda $6\frac{2}{3}$. per 100?

prez. & guad.	*Scudi.*	*prez. & guad.*		*Scudi.*
$106\frac{2}{3}$.	100.	64?	*fanno*	60.

Si doueranno adunque comprare 100. libre per ſcudi 60. perche vendute dipoi per 64. ſcudi danno di guadagno ſcudi 4 ma per 100.

XV. E ſtata compra vna gioia, che ſe ſi venderà per 200. ſcudi, ſi perdono ſcudi 10. per 100. Quanto adunque coſtò quella gioia? Quì ancora è chiaro, che colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. Dì adunque, Se 90. ſcudi ſi fanno da 100. da che ſi faranno ſcudi 200? *Questione 15.*

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
90.	100.	200?	*fanno*	$222\frac{2}{9}$.

Coſtò adunque quella gioia ſcudi $222\frac{2}{9}$. Et à prouarlo dirai, Se da ſcudi $222\frac{2}{9}$. ſi fanno ſcudi 200. quanti ſi faranno da 100? Perche trouarai, che ſi faranno 90. ſcudi, & però farſi il danno di 10. ſcudi per 100. come quì vedi.

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
$222\frac{2}{9}$.	200.	100?	*fanno*	90.

Ouero dirai, ſe per ſcudi $222\frac{2}{9}$. perdo ſcudi $22\frac{2}{9}$. (perche ſe quella gioia è ſtata cõpra per ſcudi $222\frac{2}{9}$. & ſi riuende per ſcudi 200. è coſa chiara, che ſi perde ſcudi $22\frac{2}{9}$.) per 100. ſcudi che perderò? Perche trouarai il danno di 10. ſcudi, come quì ſi vede.

Scudi.	*Danno di Scudi.*	*Scudi.*		*Danno di Scudi.*
$222\frac{2}{9}$	$22\frac{2}{9}$.	100?	*fanno*	10.

XVI. Vno hà compro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che ſe haueſſe ſpeſo 3. ſcudi meno, & do- *Questione 16.*

& dopò l'haueſſe riuendute à 3600. ſcudi, haueria guadagnato 10. per 100. Quanto adunque coſtorno quelle 1000. canne di panno? Perche quello, che deſidera di guadagnare 10. per 100. vuole di 100. fare 110. però dirai coſi. Se 110. ſi fanno da 100. da che ſi faranno 3600? come quì vedi.

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
110.	100.	3900?	*fanno*	$3272\frac{8}{11}$.

Se adunque haueſſe voluto guadagnare ſolamente 10. per 100. ſarebbono coſtate quelle 1000. canne di panno ſcudi $3272\frac{8}{11}$. Perche ſe ſcudi $3272\frac{8}{11}$. danno 3600. ſcudi, è neceſſario, che 100 ſcudi diano ſcudi 110. & però 10. ſcudi ſi guadagneranno da 100. come quì ſi vede.

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
$3272\frac{8}{11}$.	3600.	100?	*fanno*	110.

Ouero ſe ſcudi $3272\frac{8}{11}$. guadagnano ſcudi $327\frac{3}{11}$. (perche chi compra vna coſa per ſcudi $3272\frac{8}{11}$. & di poi la riuende per ſcudi 3600. neceſſariamente viene à guadagnare ſcudi $327.\frac{3}{11}$.) per forza 100. ſcudi quadagnaranno 10. ſcudi, come quì ſi vede.

Scudi.	*guad. di* Scudi	*Scudi.*	*guad*	*di* Scudi.
$3272\frac{8}{11}$.	$327\frac{3}{11}$.	100?	*fanno*	10.

Ma perche nella queſtione è ſtato aggionto, che colui guadagnarebbe 10. per 100. ſe haueſſe compro quelle 1000. canne di panno 3. ſcudi meno, & l'haueſſe vendute à 3600. ſcudi, è coſa chiara, che hà ſpeſo 3. ſcudi più delli ſcudi $3272\frac{8}{11}$. Per la qual coſa quelle 1000. canne di panno ſaranno coſtate ſcudi $3275\frac{8}{11}$.

Queſtione 17. X V I I. Vno hà compro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che ſe li fuſſero coſtate 6. ſcudi di più, & poi

& poi fuſſero ſtate vendute à 3600. ſcudi, n'haurebbe perſo 10. ſcudi per 100. Quanto adunque fù il prezzo di quelle 1000. canne? Perche colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. però dirai, Se 90. ſi fanno da 100. da che ſi faranno 3600.

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
90.	100.	3600?	*fanno*	4000.

Se adunque haueſſe perſo ſolamente 10. per 100. ſarebbono coſtate 1000. canne di panno ſcudi 4000. Perche ſe 4000. ſcudi danno ſcudi 3600. biſogna che ſcudi 100. diano ſcudi 90. che è coſa chiara. Ouero ſe 4000. ſcudi perdono 400. ſcudi (Peroche che compra alcuna coſa per 4000. ſcudi, & ne vende la medeſima à ſcudi 3600. perde al certo ſcudi 400.) neceſſariamẽte ſcudi 100. ne perderanno 10. come tù vedi quì.

Scudi.	*Danno di Scudi.*	*Scudi.*		*Danno di Scudi.*
4000.	400.	100?	*fanno*	20.

Ma perche nella queſtione è ſtato aggionto, ch'egli hauerebbe perſo 10. per 100. ſi haueſſe cõpre le 1000. canne à ſcudi 6. di più, & che poi l'haueſſe vendute per ſcudi 3600. è coſa chiara, ch'hauerà ſpeſo ſcudi 6. manco di 4000. Per la qual coſa 1000. canne di panno coſtorno ſcudi 3994.

X V I I I. Chi vende vna mercantia à 20. baiocchi la libra, guadagna 30. per 100. Quanto adunque guadagnarà, ſe la venderà à maggior prezzo, come dire à 14. baiocchi? Quì prima è neceſſario cercare, quanto coſta vna libra, che venduta à 20. baiocchi, dia di guadagno 30. per 100. come hauiamo inſegnato nella queſtione 14. in queſto modo. Se 130. (cioè il prezzo, che è 100. & il guadagno, che è 30.) vengono da 100. come da prezzo, da che veranno 20. baiocchi, che contengono il prezzo incognito d'vna libra, & ancora inſieme il guadagno incognito, che renda 30. per 100? *Queſtione 18.*

130.

130. 100. 20? *fanno* $15\frac{5}{13}$.

Coſtarà dunque vna lib. $15\frac{5}{13}$. baioc. Perche di quì naſcerà, ſe baioc. $15\frac{5}{13}$. (vendendo vna libra à baioc 20.) guadagnano baioc $4\frac{8}{13}$. che con 100. baioc. ſi guadagnano baioc. 30. come tu vedi quì.

$15\frac{5}{13}$. $4\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 30.

Hora trouato il prezzo d'vna lib. eſſere baioc. $15\frac{5}{13}$ è coſa chiara, ſe vna lib. ſi venderà a baioc. 24. che da baioc. $15\frac{5}{13}$. ſi guadagnaranno baioc. $8\frac{8}{13}$. Per la qual coſa da baiocc. 100. ſi guadaranno baioc. 56. come quì vedi.

$15\frac{5}{13}$. $8.\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 56.

Queſtione 19. XIV. Chi vende 100. lib. d'vna certa mercantia à 10 ſcudi, perde 10 per 100. Quanto adunque perderà per 100. ſe la venderà a minor prezzo, cioè a 8. ſcudi? Quì ancora è neceſſario prima cercare, quanto coſtano quelle 100. lib. che vendute a 10. ſcudi diano di danno 10 per 100. ſi come hauiamo inſegnato nella queſtione 15. in queſto modo. Se 90. ſi fanno da 100. (perche chi perde 10. per 100. fa 90. da 100.) da qual numero ſi faranno 10?

90. 100. 10? *fanno* $11\frac{1}{9}$.

Si ſono compre adunque quelle 100. lib a ſcudi $11\frac{1}{9}$. Perche da quì ſeguitarà, Se ſcudi $11\frac{1}{9}$. (vendendo quelle 100. lib. a 10. ſcudi) perdono ſcudi $1\frac{1}{9}$. che con ſcudi 100. ſi perdano 10. come quì tu vedi.

$11\frac{1}{9}$. $1\frac{1}{9}$. 100? *fanno* 10.

Ritrouato in queſto modo il prezzo di quelle 100. lib. eſſere ſcudi $11\frac{1}{9}$. è coſa chiara, che ſe le medeſime 100. lib. ſi vendano a ſcudi 8. che da ſcudi $11\frac{1}{9}$. ſi viene

ſi viene à perdere ſcudi $3\frac{1}{9}$. Per la qual coſa per 100. ſcudi ſe ne perderanno 28. come qui tu vedi.

$11\frac{1}{9}$. $3\frac{1}{9}$. 100? *fanno* 28

Queſtione 20. XX. Vn Mercante ha compro in Portogallo 50000. lib. di pepe à ſcudi 10000. & iui per dogana pagò ſcudi 500. Et il nolo di là fino in Italia coſtò ſcudi 300. Et nel porto s'è pagata vn'altra gabella di ſcudi 200. Dopò la vettura del mare fino à Fiorenza coſtò 100. ſcudi; & lì è ſtata pagata vn'altra gabella di 100. ſcudi. Et vltimamente alli Miniſtri mandati per quel traffico per lor mercede, & vitto ſono ſtati dati ſcudi 1000. Hora ſtà in dubio, à quanto habbia da vendere la libra, acciò che ſopra ogni ſpeſſa guadagni 2. giulij per libra. Qui prima è neceſſario raccorre in vna ſomma tutte le ſpeſe fatte, acciò ſi habbia il prezzo, che con tutte quelle ſpeſe s'è ſpeſo per le 50000. libre. La quale ſomma contiene nel dato eſſempio 12200 ſcudi. Per il che ſe 50000 libre coſtano 12200 ſcudi, ouero 122000. giulij, vna libra coſtarà giulij $2\frac{11}{25}$. come qui vedi.

	Scudi.
Pepe.	10000.
Dog.	500.
Nolo.	300
Dog.	200.
Vettur.	100.
Dog	100.
Miniſt.	1000
	12200.

lib.	*giul.*	*lib.*		*giul.*
50000.	122000.	1?	*fanno*	$2\frac{11}{25}$.

Adunque ſe ogni libra ſi venderà giulij $4\frac{11}{25}$. ſi guadagnarà per ciaſcuna giulij 2.

REGOLA DELLE COMPAGNIE.

Cap. XX.

La regola delle compagnie quã do ſerue, & come ſi fa.

SEGVITA la regola delle Compagnie di grande vtilità, & molto vſata da Mercanti, la quale in vero tutta depende dalla regola del tre, come de gl'eſſempi, che ſeguiranno, ſi farà manifeſto. Et ſerue queſta regola, quando piu perſone fanno compagnia, doue ciaſcuno mette vna certa ſomma di denari, & ſi fa in queſto modo. Si raccogliono li denari di tutti in vna ſomma, & il numero raccolto ſi pone nel primo luogo della regola del tre, & nel ſecondo luogo ſi pone il guadagno commune, ò il danno, che prouiene dal denaro di tutti, & vltimamente nel terzo luogo ſi pongono li denari di ciaſcheduno ſeparatamente, &c. Di maniera che tante volte s'ha da fare la regola del tre, quanti ſono gl'intereſſati nella compagnia. Ma quando interuiene diuerſità di tempi, ſi doueranno moltiplicare li denari di ciaſcuno per il ſuo tempo, innanzi che ſi raccoglino tutti li denari in vna ſomma. Dopò ſi doueranno raccorre in vna ſomma queſti numeri prodotti, per trouare il primo numero nella regola del tre. Et nel terzo luogo ſi porranno li numeri prodotti dalla moltiplicatione de i denari di ciaſcuno nel ſuo tempo ſeparatamente, poſto però di nuouo il guadagno, ò il danno commune, nel luogo di mezzo. Il che nelli eſſempi ſarà manifeſto: delli quali il primo ſia queſto.

Quante volte la regola del tre ſi ha da fare nella regola delle compagnie

Che ſi debba fare nel la regola delle compagnie, quando ci è diuerſità di tempi.

Queſtione 1.

I. Quattro Mercanti fatta compagnia hanno guadagnato in certe fiere 6000. ſcudi. Il primo di quelli diede ſolamente 60. ſcudi. Il ſecondo 100. Il terzo 120. & il quarto 200. Si dubita hora, quanto di quel guadagno deui hauere ciaſcun di quelli, hauendo riſguardo al denaro, che ha meſſo. Primamente ſi deue raccorre la ſomma delli denari di tutti,

che

che è 480. ſcudi. Di poi ſi deue fare quattro volte la regola del tre, in queſto modo. Se 480. Sudi, che ſono li denari raccolti dalli denari di tutti, hanno guadagnato ſcudi 6000. che guadagnaranno ſcudi 60. che ſcudi 100. che 120. & che 200. che ciaſcheduno ha poſto? come qui ſi vede.

Scudi	guad. de Scu.	Scudi.		Guad di Scudi.
480	6000.	60?	fanno	750. del primo
		100?		1250 del ſecõdo
		120?		1500. del terzo
		200?		2500 del quar.
				6000.

Fatta l'operatione, come vuole la regola del tre trouarai il primo douer pigliare ſcudi 750. Il ſecondo 1250. il terzo 1500. & il quarto 2500.

La proua di queſto ſarà, ſe li guadagni di tutti in vna ſomma raccolti faranno tutto il guadagno, come nel propoſto eſſempio vedi eſſere ſtato fatto.

Queſtione 2.

II. Tre Mercanti comprate, che hanno delle mercantie, caricano vna naue. Le mercantie del primo coſtorno ſcudi 300. del ſecondo ſcudi 500. del terzo ſcudi 180. Dopò ſopragionta vna gran tempeſta, ſono ſtate buttate in mare le mercantie più graui, che coſtauano ſcudi 400 & ſono conuenuti tra loro, che queſta perdita ſia commune. Quanto danno adunque toccarà à ciaſcuno à ragione delle mercãtie di ogn'vno? Raccolganzi in vna ſomma li ſcudi di tutti, & il numero raccolto 980. ſi ponga nel primo luogo nella regola del tre, & il danno commune nel ſecondo, & li denari di ciaſcheduno nel terzo, come qui vedi.

Scudi.	Dãno di Scu.	Scudi		Danno di Scudi.
980.	400.	300?	fanno	$122\frac{4}{9}\frac{4}{8}\frac{0}{0}$. pri.
		500?		$204\frac{}{9}\frac{2}{8}\frac{0}{0}$. ſecũ.
		180?		$73\frac{4}{9}\frac{6}{8}\frac{0}{0}$. tertij.

Il primo adunque perderà ſcudi $122\frac{4}{9}\frac{4}{8}\frac{0}{0}$. il ſecondo $204.\frac{}{9}\frac{8}{8}\frac{0}{0}$. & il terzo $73\frac{4}{9}\frac{6}{8}\frac{0}{0}$.

Tre

Questione 3. III. Tre vogliono comprare 4000. libre di Zuccaro, che si stimano da 500 scudi. Il primo però ne vuole lib. 1300. il secondo 1460. & il terzo le libre 1240. che restano. Quanto adunque pagarà ciascuno di loro? Di, Se 4000. libre vagliono 500. scudi quanto valeranno 1300. & quanto 1460. & quanto 1240. libre, quali ciascheduno vuole pigliare? Et ritrouerai il primo douer pagare scudi $162\frac{1}{2}$. Il secondo $182\frac{1}{2}$ & il terzo 155. come qui vedi.

Lib.	Scudi.	Lib.		Scudi.	
4000.	500.	1300?	fanno	$162\frac{1}{2}$.	del primo
		1460?		$182\frac{1}{2}$.	del secondo
		1240?		155	del terzo

Questione 4. IV. Tre fatta compagnia, hanno guadagnato scudi 1000. Il primo ha messo scudi 200. li quali dopò 8. mesi ridimandò. Il secondo diede scudi 450. & dopò 6. mesi gli rihebbe. Il terzo finalmente pose scudi 500. & gli lasciò nel traffico 10. mesi. Quanto adunque toccarà à ciascuno di guadagno, hauendo risguardo alli denari, & tempo? Moltiplichisi il denaro d'ogn'vno per il suo tempo, & li numeri prodotti si raccolgano in vna somma per il primo numero della regola del tre. Et nel secondo si ponghi il guadagno, & nel terzo quei tre numeri prodotti. Nel nostro essempio dalli denari del primo per il suo tempo si fanno scudi 1600. Dalli denari del secondo per il suo tempo, 2700. Dalli denari del terzo per il suo tempo, 5000. & la somma raccolta da questi numeri è 9300. Cosi adunque starà l'essempio.

Guad.	di Scudi			Guad. di Scudi.	
9300.	1000.	1600?	fanno	$172\frac{4}{93}$	del primo
		2700?		$290\frac{30}{93}$.	del secondo.
		5000?		$537\frac{59}{93}$	del terzo.

Questione 5. V. Tre fatta compagnia hanno guadagnato scudi 1000. Il primo ha posto scudi 300. per 10. mesi. Il secondo hà posto scudi 700. Il terzo scudi 800. Et il primo del guadagno ha pigliato scudi 500. Il secódo 300. & il terzo 200. Quanto tempo adunque sono stati nel traffico li denari dell'altri due? Perche, come nella questione precedente è stato detto, s'ha da moltiplicare li denari di ciascuno nel suo tempo, moltiplicaremo per tanto li denari del primo per il suo tempo, & faremo 3000. Et da questo prodotto viene il guadagno del primo. Acciò dunque sappiamo, da quali prodotti prouenghino li guadagni de gl'altri due, diremo; Se 500. scudi (che è il guadagno del primo) viene da 3000. da che verranno 300. & 200. scudi, che sono li guadagni delli altri due? come qui si vede:

Guad di Scudi		Guad. di Scudi.		
500.	3000.	300?	fanno	1800. del secondo.
		200?		1200. del terzo.

Adunque il tempo del secondo moltiplicato per il denaro suo fa 1800. & del terzo, 1200. Per il che se partiremo 1800. per 700. cioè per li denari del secondo, ritrouaremo mesi $2\frac{4}{7}$. ne i quali dal secondo sono stati esposti al guadagno li scudi 700. Cosi se partiremo 1200. per 800. cioè per li denari del terzo, ritrouaremo mesi $1\frac{1}{2}$. per il terzo.

Esperimentarai questo esser cosi, se in questo modo proporrai la compagnia. Tre fatta compagnia, hanno guadagnato scudi 1000. Il primo hà posto scudi 300. per 10. mesi. Il secondo scudi 700. per mesi $\frac{4}{7}$. Il terzo scudi 800. per mesi $1\frac{1}{2}$. Quanto adunque ciascheduno à ragione delli suoi denari, & à proportione del tempo pigliarà dal guadagno? Se moltiplicaremo li denari di ciascuno per il suo tempo, faremo delli denari del primo nel suo tpéo, 3000. scudi Delli denari del secondo per il suo tempo, 1800. & delli denari del terzo nel suo tempo, 1200. & questi tre prodotti fanno la somma di 6000. Cosi adunque starà l'essempio.

Guad di Scudi. 6000.1000. { 3000? 1800? 1200? } *fanno* { 500. *primo.* 300. *secondo.* 200. *terzo.* } *Guad. di Scudi.*

Doue tu vedi esser riuscito il guadagno di ciascuno, come nella questione si proponeua. Adunque li tempi delli due vltimi sono stati ritrouati giustamente.

Questione 6. VI. Quattro hanno fatto compagnia di durarsi due anni, & hanno guadagnato scudi 10000. Il primo nel principio della compagnia pose scudi 3000. & dopò passato l'ottauo mese ne cauò da quelli scudi 1000. Dopò nel principio del vigesimo mese ha posto di nuouo scudi 1200. Il secondo da principio hà dato scudi 2400. & dopò passati 6. mesi, ne ha leuato scudi 800. ma al principio del decimosesto mese di nuouo ne pose scudi 1400. Il terzo nel principio della compagnia pose scudi 2000. & passati 7. mesi ripigliò tutti li suoi denari, ma nel principio del decimoottauo mese di nuouo pose scudi 1600. Il quarto finalmente nel principio del settimo mese pose scudi 1800. & dopò 4. mesi finiti ne repigliò scudi 900. ma nel principio del decimosettimo mese di nuouo diede scudi 1500. Quanto adunque ciascheduno pigliarà dal commune guadagno à ragione delli suoi denari, & tempo? Qui diligentemente s'ha da ricercare, quanti denari ciascuno ha posto, & per quanto tempo, &c. Il che acciò si faccia piu chiara, l'essempio proposto esplicaremo in questa mniera.

PERCHE il primo nel principio della compagnia ha dato scudi 3000. & ne rihebbe 1000. doppo 8. mesi finiti, è cosa chiara, quello hauer posto nel commun traffico scudi 3000. per 8. mesi. Moltiplicando adunque 3000. per 8. faremo 24000. Et perche dopò 8. mesi passati ne cauò scudi 1000. è cosa certa, essere restati in compagnia commune scudi 2000. insino al fine del decimonono mese, quando nè porto di nuouo altri denari. Leuando adunque 8. mesi da 19. rimangono 11. mesi, nelli quali espose sola-

solamente scudi 2000. & moltiplicando 2000. per 11.
faremo 22000. Dopò questo perche di nuouo diede
scudi 1200. nel principio del vigesimo mese insino al
fine del secondo anno, è cosa manifesta, che s'ag-
giongeremo questi 1200. scudi alli 200. scudi, quello
nel commun traffico hauer hauuto per quei 5. mesi,
che restauano dalli due anni, scudi 3200. Moltiplican
do adunque 3200. per 5. faremo 16000. Hora racco-
gliendo insieme questi prodotti 24000. 22000. 16000.
in vna somma, faremo 62000. il qual numero sarà,
quanto pose il primo, prodotto però dalli denari, &
tempo del medesimo.

PARIMENTE perche il secondo per 6. mesi
diede scudi 2400. percioche passato il 6. mese, ne
leuò scudi 800. moltiplicaremo per tanto 2400. per
6. & faremo 14400. Et perche nel principio del de-
cimosesto mese, si dice che pose nuoui denari, è cosa
chiara, esso dal principio del settimo mese insino al
fine del decimoquinto, cioè per 9. mesi hauere hauu-
to nella compagnia commune scudi 1600. che auan-
zano, leuati, che saranno scudi 800. da 2400. Molti-
plicando adunque 1600. per 9. faremo similmente
14400. Dopò perche si dice nel principio del deci-
mosesto mese di nuouo hauere posto scudi 1400. è
cosa chiara, questo denaro essere stato dato fuori
per li 9. mesi restanti delli due anni. Alli quali se s'ag-
giongeranno scudi 1600. che ancora stanno nel com-
mun traffico, si faranno scudi 3000. che per quelli
vltimi 9. mesi furno nel traffico commune. Molti-
plicando adunque 3000. per 9. faremo 27000. & rac-
colti questi tre prodotti 14400. 14400. 27000. in
vna somma, faremo 55800 per il numero del secon-
do, prodotto però dalli denari, & dal tempo del
medesimo.

DOPPO questo perche il terzo per 7. mesi ha
contribuito scudi 2000. poi che 7. mesi passati, se li
ripigliò, moltiplicaremo per tanto 2000. per 7. &
faremo 14000. Ma perche al principio del deci-
moottauo mese di nouo diede fuora scudi 1600. mol-

4 K tipli-

tiplicaremo 1600. per 7. (perche tanti mesi restano delli due anni) & faremo 11200. & raccolti questi due prodotti 14000. 11200. in vna somma, faremo 25200. cioè il numero prodotto dalli denari, & del tempo del terzo Mercante.

PERCHE finalmente il quarto nel principio del settimo mese per 4. mesi pose scudi 1800. moltiplicaremo 1800. per 4. & faremo 7200. Ma perche finiti li 4. mesi ripigliò scudi 900 lasciando solo scudi 900. che furno nel traffico per 6. mesi dal principio dell'vndecimo mese insino al fine del decimosesto mese, quando di nuouo pose denari, moltiplicaremo 900. per 6. faremo 5400. Ma perche nel principio del decimosettimo mese pose di nuouo scudi 1500. insino al fine delli due anni, alli quali se aggiongeremo scudi 900. che ancora sono nel commun traffico, faremo 2400. Moltiplicando adunque 2400. per 8. mesi, che restano delli due anni, faremo 19200. & raccolti questi tre prodotti 7200. 5400. 19200. in vna somma, feremo 31800. per il numero prodotto dalli denari, & tempo del quarto Mercante.

HORA raccogliendo in vna somma questi quattro numeri 62000. 55800. 25200. 31800. che sono prodotti dalli denari, & tempi di ciascheduno, faremo 174800. per il primo numero della regola del tre, & nel secondo sarà il guadagno commune, & nel terzo il numero prodotto dalli denari, & tempi di ciascuno, come nella quarta questione è stato detto. Cosi adunque stara l'essempio.

174800. 10000. $\left\{\begin{matrix}62000?\\55800?\end{matrix}\right\}$ $\left\{\begin{matrix}25200?\\31800?\end{matrix}\right\}$

fanno $\left\{\begin{matrix}3546\frac{1}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{4}\frac{2}{8}. \\ 3192\frac{}{1}\frac{3}{7}\frac{3}{4}\frac{4}{8}. \\ 1441\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{3}{4}\frac{2}{8}. \\ 1819\frac{}{1}\frac{3}{7}\frac{8}{4}\frac{8}{8}.\end{matrix}\right.$ *del primo. / del secondo. / del terzo. / del quarto.*

Tre

VII. Tre fanno compagnia. Il primo pone scudi *Questione 7.*
400. il secondo scudi 300. & baiocchi 86. Il terzo scudi 1000. giulij 7. baiochi 9. Et in questo traffico hanno hauuto mala sorte; & hanno scapitato di tutta la somma scudi 160. Quanto è adunque il danno di ciascuno? Ridotta ogni cosa à baiocchi, si faranno per il primo 40000. baiocchi per il secondo 30086 & per il terzo 100079. la somma di quali è 170165. Cosi adunque starà l'essempio.

	Baioc.		Danno di Baioc.
Se	170165.	*fanno*	10000.

Che faranno. Baioc. $\left\{\begin{matrix}40000?\\30086?\\100079?\end{matrix}\right\}$ *fanno* Danno di Baioc. $\left\{\begin{matrix}2350\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{2}{0}\frac{2}{1}\frac{5}{6}\frac{0}{5}. \\ 1768\frac{}{1}\frac{}{7}\frac{8}{0}\frac{2}{1}\frac{8}{6}\frac{6}{5}. \\ 5881\frac{}{1}\frac{4}{7}\frac{6}{0}\frac{6}{1}\frac{3}{6}\frac{5}{5}.\end{matrix}\right.$

VIII. Tre hanno fatto compagnia, il primo portò scudi 200. & gli lasciò nella compagnia 12. mesi. Il secondo contribuì scudi 240. Il terzo pose vna collana d'oro, il prezzo della quale ridomandò passati 10. mesi. Il guadagno acquistato fù di scudi 138. & fatta la debita distributione, il primo hebbe scudi 60. il secondo 48. & il terzo 30. Quanti mesi adunque lasciò il secondo li denari contribuiti nella compagnia, & quanti scudi è stata stimata la collana d'oro, acciò le dette portioni del guadagno si douessero à ciascuno? Perche il denaro di ciascheduno deue essere moltiplicato per il suo tempo, moltiplicaremo li 200. scudi del primo per 12. mesi, & faremo 2400. Per questo numero gli toccorno di guadagno scudi 60. Dì adunque, acciò tù sappi, con che numero il secondo acquistò il guadagno di scudi 48. Se 60. scudi vennero da 2400. donde sono venuti scudi 48? Come quì vedi.

Questione 8.

60. 2400. 48? *fanno* 1920.

Et ritrouarai 1920. il qual numero è prodotto da scudi

ſcudi 240. del ſecondo nel ſuo tempo. Partendo adunque il detto numero 1920. per 240. ne verranno meſi 8. nelli quali li denari del ſecondo furono nel traffico. Di nuouo acciò tù ſappi, che con numero il terzo habbi acquiſtato il guadagno di ſcudi 30. dì, Se il guadagno di ſcudi 60. naſce da 2400. donde verrà il guadagno di ſcudi 30. del terzo? Ouero ſe il guadagno di ſcudi 48. è prouenuto da 1920. donde verrà il guadagno di ſcudi 30. del terzo? Come quì vedi.

60.	2400.	30?	*fanno*	1200.
48.	1920.	30?	*fanno*	1200.

Peroche ſempre ritrouarai il numero 1200. il quale è prodotto da 10. meſi del terzo nelli ſuoi denari, cioè nel prezzo della collana. Partendo adunque queſto numero 1200. per 10. meſi, ne vſcirà il valor della collana, cioè ſcudi 120. li quali il terzo per 10. meſi poſe nel traffico.

Conoſcerai, che la coſa ſtà così, ſe in queſto modo proponerai la compagnia. Tre fatta compagnia, hanno guadagnato ſcudi 138. Il primo ha dato ſcudi 200. per 12. meſi. Il ſecondo ſcudi 240 per 8. meſi, & il terzo ſcudi 120. per 10. meſi. Quanto adunque del guadagno ſi deue a ciaſcuno di loro? Peroche moltiplicati li denari di ciaſcuno per il ſuo tempo, ritrouarai il guadagno di ciaſcuno, ſi come è ſtato detto nella queſtione, come quì ſi vede.

Guad. di Scudi. — *Guad di Scudi.*

5520. 138. { 2400? 1920? 1200? } *fanno* { 60. *del primo.* 48 *del ſecondo.* 30. *del terzo.* }

Queſtione 9. I X. Tre fatta compagnia da durare per vn anno, hanno guadagnato vna certa ſomma di ſcudi. Il primo da principio poſe 1000. ſcudi. Il ſecondo doppo paſſati due meſi diede certa ſomma di denari. Finalmente

mente il terzo 4. meſi dopò'l ſecondo poſe ancor lui non ſo che ſomma di denari, che non ſi ſa. Finita però la compagnia, participorno tutti vgualmente del guadagno. Quanto adunque il ſecondo, & quanto il terzo diede in queſta compagnia? Moltiplicando li 1000. ſcudi del primo per 12. meſi, nelli quali li laſciò nella compagnia, ſi faranno ſcudi 12000. & tanto à punto ſi deue fare ancora dalli denari del ſecondo nel ſuo tempo, & parimente dalli denari del terzo nel ſuo tempo, poiche deuono hauere vgual guadagno. Et perche il ſecondo laſciò nel traffico li ſuoi denari 10. meſi, ſe partiremo 12000. per 10. ritrouaremo li deri del ſecondo eſſere ſtati ſcudi 1200. Ma ſe li partiremo per 6. meſi, nelli quali il terzo eſpoſe li ſuoi denari, ritrouaremo li denari del terzo eſſere ſtati ſcudi 2000. Perche in queſta maniera dalli denari di ciaſcuno nel ſuo tempo ſi produrrà il numero 12000. che terrà il terzo luogo nella regola del tre, & per ciò tutti tre haueranno vgual guadagno, qualunque ſia ſtato quel guadagno commune. Perche ſe il guadagno commuue per eſſempio fuſſe ſtato ſcudi 900. & queſti tre numeri 12000. 12000. 12000. che dalli denari di ciaſcuno da per ſe nel proprio tempo ſono prodotti, ſi raccoglieſſero in vna ſomma, coſi ſtarebbe l'eſſempio.

36000. 900. { 12000? 12000? 12000? } *fanno* { 300. 300. 300. }

X. Tre in vn commun traffico hanno guadagnato ſcudi 190. li quali così tra di loro hanno diſtribuiti, *Queſtione 10.* che la parte del primo fuſſe tre volte più della parte del ſecōdo, & quattro volte più della parte del terzo. Et il primo poſe per 12. meſi ſcudi 80. il ſecondo diede li ſuoi denari per 8. meſi: & il terzo per 4. Quanto adunque ciaſcheduno di queſti due vltimi hanno poſto in queſta compagnia, & che coſa ciaſcuno hà preſo del guadagno? Moltiplica li denari del primo, cioè

cioè ſcudi 80 per il ſuo tempo, cioè per 12. meſi, & farai 960. Di queſto numero pigli $\frac{1}{3}$. cioè 320. Et ſimilmente $\frac{1}{4}$. cioè 240. Percioche queſti ſono li numeri, che ſi deuono produrre dalli denari delli due vltimi nelli ſuoi tempi. Perche à queſto modo il guadagno del ſecondo ſarà $\frac{1}{3}$. del guadagno del primo, & il guadagno del terzo ſarà $\frac{1}{4}$ del medeſimo, ſi come anco il numero 320. dal quale ne naſce il guadagno del ſecondo, è $\frac{1}{3}$. del numero 960. dal quale ſi produce il guadagno del primo, & il numero 240. che partoriſce il guadagno del terzo, è $\frac{1}{4}$. del medeſimo numero 960. Se adunque partiremo 320. per 8. meſi del ſecondo, ritrouaremo ſcudi 40. che furono inueſtiti dal ſecondo. Et ſe diuideremo 240. per 4. meſi del terzo, ſi produrranno 60. ſcudi per il terzo. Perche a queſto modo li denari di ciaſcheduno da per ſe moltiplicati per li ſuoi tempi produrranno li numeri 960. 320. 240. il primo di quali è triplo del ſecondo, & quadruplo del terzo. Donde ne ſegue, che ancora i guadagni haueranno le medeſime proportioni, come quì vedi.

$$1520.\ 190.\ \left\{\begin{matrix}960?\\320?\\240?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}120.\\40.\ \textit{di guadagno}\\30.\end{matrix}\right.$$

Queſtione 11. XI. Tre fatta compagnia, poſero nel commune traffico ſcudi 1520. & hanno guadagnato ſcudi 190. quali (hauendo riſguardo alli denari, che ciaſcheduno ha poſto) così tra loro l'hanno partiti. Il primo ha hauuto 120. il ſecondo 40. Che coſa duque ha hauuto il terzo, & che coſa ciaſcheduno poſe in detta compagnia? Se ſi cauarà il guadagno del primo, di poi quello del ſecondo da tutto il guadagno, rimarrà il guadagno del terzo, ſcudi 30. Conoſciuto adunque il guadagno di ciaſcheduno da per ſe, dirai, Se tutto il guadagno di 190. ſcudi è prouenuto dalli denari communi di ſcudi 1520. da che ha origine il guadagno del primo di 120. ſcudi, & il guadagno del ſecondo

condo

condo di ſcudi 40. & il guadagno del terzo di ſcudi 30? Et ritrouarai il primo hauer portato nella compagnia ſcudi 960. il ſecondo 320. & il terzo 240. come quì vedi.

$$190.\ 1520.\ \left\{\begin{matrix}120?\\40?\\30?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}960\ \textit{del primo.}\\320\ \textit{del ſecondo.}\\240\ \textit{del terzo.}\end{matrix}\right.$$

La proua ſi farà, ſe dirai. Se 1520. che è la ſomma delli denari, che ciaſcheduno contribuì, hanno guadagnato 190. quanto guadagnaranno 960 320. & 240? Perche ritrouarai li guadagni eſſere 120 40. & 30.

XII. Tre fatta compagnia, portarono in quella 1520. ſcudi, con li quali hanno guadagnato ſcudi 190. Il primo, fatta la diſtributione, hebbe ſcudi 1080. il qual numero è compoſto dal ſuo capitale, & dal guadagno, che gli toccò per conto delli denari, che poſe. Similmente il ſecondo gigliò ſcudi 360. & il terzo 270. Quanto adunque ciaſcheduno poſe, & quanto ha guadagnato? Fatta vna ſomma delli denari, che tutti hanno poſti, & dal cõmun guadagno, la quale è 1710. dirai; Se 1710. cioè il capitale. & guadagno di tutti prouengono da 1520. cioè dali denari di tutti, da che verranno 1080. che è il numero, che contiene li denari, & il guadagno del primo? & donde naſceranno 360. cioè il denaro, & guadagno del ſecondo? & da qual numero ſi produrranno 270. il qual numero contiene li denari, & guadagno del terzo? Et ritrouarai in queſto modo li denari, che ciaſcheduno da per ſe ha poſto, come quì è chiaro. Queſtione 12.

$$1710.\ 1520.\ \left\{\begin{matrix}1080?\\360?\\270?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}960.\ \textit{del primo.}\\320.\ \textit{del ſecondo.}\\240.\ \textit{del terzo.}\end{matrix}\right.$$

Leuando adunque li denari di ciaſcuno del numero, che li tocca, reſtarà il guadagno ſolo. Così ritrouarai

il

il guadagno del primo eſſere ſcudi 120. del ſecondo 40.& del terzo 30.

Queſtione 13. XIII. Due in vn traffico commune hanno guadagnato ſcudi 200. delli quali al primo ne toccorno ſcudi 50. Il ſecondo però diede il doppio più del primo, & di più ſcudi 8. Quanto adunque l'vno, & l'altro hà poſto? Perche il primo ha guadagnato ſcudi 50. è coſa chiara, il ſecondo, che ha poſto il doppio più, hauer guadagnato ſcudi 100. & perciò gl'altri 50. ſcudi, che auanzano di tutto il guadagno di 200. ſcudi, eſſer guadagno di ſcudi 8. li quali di più il ſecōdo poſe. Adunque per hauere li denari, che l'vno, & l'altro poſe, dirai; Se 50. ſcudi che reſtorno, prouengono da 8. ſcudi, li quali il ſecondo di più diede, da che ſi produrranno 50. ſcudi, che il primo ha guadagnato, & da che li 100. ſcudi che ha guadagnato il ſecondo? Et ritrouarai in queſto modo il primo hauer poſto ſcudi 8. & il ſecondo 16. come quì vedi.

$$50.\quad 8.\quad \left\{\begin{matrix}50?\\100?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}8.\\16.\end{matrix}\right.$$

Se adunque aggiongerai 8. a 16. ſcudi del ſecondo, farai 24. ſcudi, che il ſecondo poſe in quella compagnia.

La proua di queſto ſarà, ſe 8. ſcudi, & 24. che l'vno, & l'altro contribuirno, raccorrai in vna ſomma, che è 32. & dirai; Se 32. hanno guadagnato 200. quanto guadagnaranno 8. & quanto 24? Perche ritrouarai il guadagno del primo eſſere 50. & del ſecondo 150. come quì vedi.

$$32.\quad 300.\quad \left\{\begin{matrix}8?\\24?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}50.\\150.\end{matrix}\right.$$

Queſtione 14. XIV. Due fecero compagnia. Il primo poſe ſcudi 120. & il ſecondo 180. & pigliorno vn Procuratore con queſta conditione, che dal guadagno pigliaſſe 10. per 100. Il guadagno però è ſtato 1000. ſcudi. Quan-

Quanto adunque deue hauere il Procuratore, & l'vno, & l'altro di quelli? Dì; Se 100. danno 10. al Procuratore, che daranno 1000? & ritrouarai ſcudi 100. che ſi deuono al Procuratore a ragione di 10. per 100. Leuati adunque queſti 100. ſcudi da tutto il guadagno, cioè da tutti 1000. ſcudi, reſtano ſcudi 900. per il guadagno dell'vno, & dell'altro. Dì adunque; Se 300. ſcudi, che amendue poſero, hanno guadagnato ſcudi 900. quanto guadagnaranno ſcudi 120. & quanto 180? come quì ſi vede.

$$300.\quad 900.\quad \left\{\begin{matrix}120?\\180?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}360.\\540.\end{matrix}\right.$$

XV. Tre ferno compagnia, & guadagnorno ſcudi 1520. Il primo contribuì ſcudi 1080. & il ſecondo 360. ma il terzo poſe tanti denari, che gli toccorno del guadagno ſcudi 240. Quanto adunque queſto terzo poſe, & quāto ha guadagnato ciaſcheduno di quei due primi? Leua ſcudi 240. che il terzo ha guadagnato, da tutto il guadagno di ſcudi 1520. & auanzaranno per il guadagno delli due primi, ſcudi 1280. Dì adunque; Se 1440. ſcudi, che il primo, & ſecondo poſero, hanno guadagnato 1280. quanto guadagneranno ſcudi 1080. del primo, & quanto ſcud. 360. del ſecondo? & ritrouarai il guadagno del primo eſſere 960. & del ſecondo 320. come quì vedi. *Queſtione 15.*

$$1440.\quad 1280.\quad \left\{\begin{matrix}1080?\\360?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}960.\\320.\end{matrix}\right.$$

Percioche in queſta maniera il guadagno di tutti ſarà ſcudi 1520. Ma per ſapere, quanti denari poſe il terzo, Dì; Se il guadagno delli primi due di ſcudi 1280. ha origine di ſcudi 1440. li quali ſono ſtati poſti da loro nella detta compagnia, donde verrà il guadagno di ſcudi 240. del terzo? Et ritrouarai 270. ſcudi, come quì vedi.

1280.

1280. 1440. 240? *fanno* 270.

Questione 16. XVI. Tre hanno posto vguali somme di denari,& hanno guadagnato scudi 1000. in vn'anno. Il primo lasciò il suo denaro in compagnia 7. mesi. Il secondo leuò il suo doppo 6. mesi, ma il terzo lasciò il suo insino alla fine dell'anno. Quanto adunque ciascheduno pigliarà del guadagno? Raccolti tutti li mesi, ne i quali lasciorno li suoi denari, che faranno la somma di 25. dirai? Se 25. mesi guadagnano 1000. quanto guadagnaranno 7. mesi,& quanto 6.& quanto 12? come qui è stato fatto.

$$25.\quad 1000.\quad \left\{\begin{matrix}7?\\ 6?\\ 12?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}280.\\ 240.\\ 480.\end{matrix}\right.$$

Che questo sia vero, è cosa chiara, atteso che li guadagni di tutti fanno scudi 1000. che si diceua tutti hauere guadagnati.

Lo prouarai nondimeno a questo modo. Fingi, che ciascuno habbia posto scudi 100. & moltiplicali per il tempo di ciascuno,& farai 700 600.& 1200. Raccolti doppo tutti questi numei in vna somma, che è 2500. dì; Se 2500. guadagnano 1000. quanto guadagnaranno 700. 600. & 1200? Imperoche ritrouarai li medesimi guadagni, che prima, come qui vedi.

$$2500.\quad 1000.\quad \left\{\begin{matrix}700?\\ 600?\\ 1200?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}280.\\ 240.\\ 480.\end{matrix}\right.$$

Questione 17. XVII. Quattro in compagnia hanno guadagnato scudi 340. li quali così tra loro sono stati distribuiti, hauendo risguardo alli denari, che posero, che quante volte il secondo ha hauuto 5. tante volte il terzo habbia hauuto 9. & quante volte il terzo hauuto 7. tante volte il quarto habbia hauuto 11. & finalmente

mente quante volte il quarto ha hauuto 9. tante volte il primo habbia hauuto 13. Il primo diede scudi 286. Quanto adunque gl'altri hanno posto, & quanto ciascheduno hà riportato dal guadagno? Qui s'esprimono le proportioni delli guadagni, & conseguentemente ancora delli denari, dalli quali vengono li guadagni. Imperoche li guadagni sono proportionali alli denari posti. Perche adunque il primo tante volte deue hauere 13. quante volte il quarto 9. sarà la proportione delli denari esposti la medesima, che è da 13. à 9. per amor che vn medesimo numero moltiplicando 13. & 9. produce li denari dell'vno, & dell'altro, poiche tante volte in quelli del primo deuono essere contenuti li 13. quante volte in questi del quarto li 9. Dì adunque; Se 13. danno scudi 286. che il primo ha posto, quanto daranno 9? & ritrouarai scudi 198. che il quarto pose, come qui vedi.

13. 286. 9? *fanno* 198.

Doue tu vedi, tante volte essere contenuto il 9. in 198. quante volte il 13. in 286. si ritroua.

Ma perche si dice, che il quarto deue hauere 11. tante volte, quante volte il terzo ha 7. sarà per tanto tal proportione di 198. alli denari del terzo, che è da 11. à 7. Di adunque; Se 11. danno 198. quanto daranno 7? & ritrouarai li denari esposti dal terzo essere scudi 126. come qui si vede.

11. 198. 7? *fanno* 126.

Doue ancora è manifesto, tante volte essere contenuto il 7. nel 126 quante volte il 11. in 198. si ritroua.

Di nuouo perche il terzo tante volte deue hauere 9. quante volte il secondo ha 5. sarà per questo tal proportione di 126. alli denari del secondo, che è da 9. à 5. Di adunque; Se 9 danno 126 quanto mi daranno 5? Et ritrouarai li denari posti dal secondo essere scudi 70. come qui si vede.

9. 126. 5? *fanno* 70.

Doue ancora ſi vede, tante volte ritrouarſi il 5. in 70. quante volte il 9. in 126. ſi contiene.

Hauuti in queſta maniera, li denari, che ciaſchedun poſe, ritrouaremo il guadagno di quelli, come nell'altre compagnie. Imperoche raccolti li denari di tutti in queſta ſomma 680. diremo; Se 680. guadagnano 340. quanto guadagnaranno 286. 70. 126. 198. che il primo, ſecondo, terzo, & quarto hanno poſto? come qui ſi vede.

680. 340. {286? 70? 126? 198?} *fanno* {143. *del primo.* 35. *del ſecondo.* 63. *del terzo.* 99. *del quarto.*}

Doue chiaramente tu vedi, tutti li guadagni fare 340. & tante volte eſſere contenuto il 13. in 143. quante volte il 9. in 99. & tante volte il 5. in 35 quante volte il 9 in 63. & tante volte il 7. in 63. quante volte 11. in 99.

Queſtione 18. XVIII. Tre vogliono partire tra di loro ſcudi 760 con queſta conditione, che ogni volta che il primo hauerà 10. ſcudi, il ſecondo n'habbia 7. & il terzo 2. Quanto adunque hauranno da pigliare per vno? Raccogli inſieme 10. 7. & 2. acciò habbi 19. Dopò di? Se 19. danno 760. quanto daranno 10. 7. & 2? come qui vedi.

19. 760. {10? 7? 2?} *fanno* {400. *del primo.* 280. *del ſecondo.* 80. *del terzo.*}

Queſtione 19. XIX Quattro vogliono partire tra di loro ſcudi 785. con queſto patto, che quante volte il primo hauerà 10. tante volte il ſecondo habbia 7. ma quante volte il ſecondo hauerà 14. tante volte il terzo habbia 3. & vltimamente quante volte il terzo hauerà 12. tante volte il quarto habbia 9. Quanto adunque ciaſcheduno pigliarà? Acciò ſi renda piu facile l'operatione, ſi douerà cominciare dall'vltimo, cioè dal quarto il quale per maggior facilità poniamo hauere vna volta 9. Hauerà adunque il terzo vna volta 12. Ma perche quante volte il terzo ha 3. tante volte il ſecondo deue hauer 14. ſe partiremo il numero 12. del terzo per 3. ritrouaremo il Quotiente 4. che moſtra nel 12. quattro volte eſſere contenuto il 3. Moltiplicaremo adunque 14. per il detto Quotiente 4. & ritrouaremo 56 cioè il numero del ſecondo, nel quale il 14. tante volte ſi contiene, quante volte il 3. nel 12. ſi ritroua. Et perche quante volte il ſecondo ha 7. tante volte il primo deue hauer 10. Se partiremo 56. cioè il numero del ſecondo, per 7. ritrouaremo il Quotiente 8. che moſtra nel 56. eſſere contenuto il 7. otto volte. Moltiplicaremo adunque 10. per queſto Quotiente 8. & produrremo 8. cioè il numero del primo, nel quale tante volte ſi contiene il 10. quante volte il 7. in 56. Et coſi le parti del numero dato 785. deuono hauere le proportioni di queſti numeri 80. 56. 12. 9. Perche in queſta maniera tante volte il primo hauerà 10. quante volte il ſecondo 7. Et tante volte il ſecondo 14. quante volte il terzo 3. Et quante volte il terzo 12. tante volte il quarto 9. Raccolti adunque quei numeri in vna ſomma, che ſarà 157. di; Se 157. danno 785. quanto daranno 80. 56. 12. & 9? come qui vedi.

158. 785. {80? 56? 12? 9?} *fanno* {400. *del primo.* 280. *del ſecondo.* 60. *del terzo.* 45. *del quarto.*}

In vn'altro modo coſi ſi ſcioglierà la medeſima queſtione propoſta. Perche quando il primo ha 10. il ſecondo ha 7 porremo 10. per il primo, & 7. per il ſecondo. Dopò perche quando il ſecondo ha 14. il terzo ha 3. diremo; Se 14. del secondo sono 7. quanto saranno 3. del terzo ? & ritrouaremo $1\frac{1}{2}$. & tal proportione hauerà la positione del secondo alla positione del terzo, quale ha 7. à $1\frac{1}{2}$. cioè tante volte saranno 14. nel 7 quante volte il 3. in $1\frac{1}{2}$. Di nuouo perche, quando il terzo hà 12. il quarto hà 9. diremo; Se 12. del terzo sono $1\frac{1}{2}$. quanto saranno 9. del quarto ? & ritrouaremo $1\frac{1}{8}$. & tal proportione hauerà la positione del terzo alla positione del quarto, quale ha $1\frac{1}{2}$. à $1\frac{1}{8}$. cioè tante volte saranno 12. nel $1\frac{1}{2}$. quante volte il 9. nel $1\frac{1}{8}$. Hora raccogliendo questi numeri 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in vna somma faremo $19\frac{5}{8}$. Onde diremo; Se $19\frac{5}{8}$. danno 785. quanto daranno 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$? come qui vedi.

$$19\tfrac{5}{8}.\quad 785.\quad \left\{\begin{matrix}10?\\ 7?\\ 1\tfrac{1}{3}.\\ 1\tfrac{1}{8}.\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}400.\ \textit{del primo.}\\ 280.\ \textit{del secondo.}\\ 60.\ \textit{del terzo.}\\ 45.\ \textit{del quarto.}\end{matrix}\right.$$

Questione 20. XX. Quattro Capitani, sei Alfieri, & 100. Soldati nel sacco d'vna città presero vna casa, doue fecero bottino di 72400. scudi, li quali tra di loro così hanno partiti, che quante volte ciascheduno Capitano pigliò 8. tante volte ogni Alfiere ne prese 5. & ogni soldato 3. Quanto adunque toccarà à ciascuno di quella preda ? Moltiplica il numero 4. delli Capitani per 8. cioè per il numero, che tante volte ciascheduno Capitano deue hauere, quante volte gl'altri 5. & 3. & farai 32. Similmente moltiplica il numero 6. delli Alfieri per 5. & il numero 100. delli soldati per 3 & farai 30. & 300. faranno la somma 362. Di adunque; Se 362. danno 72400. quanto daranno 32. 30. & 300? come qui vedi.

$$362.\quad 72400.\ \left\{\begin{matrix}32?\\ 30?\\ 300?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}6400.\\ 6000.\\ 60000.\end{matrix}\right.$$

Si che

Si che li quattro Capitani pigliorno da quella pre-
da 6400. scudi, & li sei Alfieri 6000 & li cento sol-
dati 60000. che tutti insieme fanno la somma delli
scudi settantadoi milia, e quattrocento ritrouata.
Hora se partiremo li scudi 6400. delli Capitani per
il numero 4. delli Capitani, ritrouaremo ciascun di
loro hauere hauuto scudi 1600. Et se diuideremo li
6000 scudi delli Alfieri per sei, ritrouaremo esser toc-
cato à ciascuno scudi mille. Et finalmente se li scudi
sei millioni delli soldati deuideremo per cento ri-
trouaremo ciascheduno hauere hauuto scudi sei cen-
to. Doue chiaramente tu vedi, tante volte il otto
essere contenuto nel mille, e sei cento, quante volte
il cinque nel mille, & il terzo nel seicento, cioè du-
cento volte.

XXI. Trouandosi vno vicino à morte, che haueua *Questione*
vna figliuola, & vn figliuolo, il quale si diceua essere 21.
morto nella guerra, così lasciò, che fusse partita
tra la moglie, & la figliuola la heredità di scudi
18088. che la moglie ne hauesse $\frac{2}{3}$. & la figliuola
$\frac{1}{3}$. Ma se per sorte il figliuolo ritornasse, che esso
ne hauesse $\frac{2}{3}$. Hora accade, ch'el figliuolo ritornò.
In che modo adunque questa heredità ha da essere
distribuita, acciò si satisfaccia alla volontà del Testa-
tore? E cosa chiara, questa domanda non potersi intē-
dere così, come suonano le parole. Perche se il figli-
uolo ne piglia $\frac{2}{3}$ la moglie non ne potrà hauere $\frac{2}{3}$. &
la figliuola $\frac{1}{3}$. Per la qual cosa tutti gl'Aritmetici
espongono la volontà del Testatore essere stata, che
il figliuolo ne hauesse il doppio piu della moglie, &
la moglie il doppio piu che la figliuola, si come la
proportione di queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$. che è dupla
(perche la minutia $\frac{2}{3}$. contiene due volte la minutia
$\frac{1}{3}$.) par che mostri. Si che il numero 18088. si doue-
rà diuidere in tre parti, in tal modo, che la prima cō-
tenga la seconda due volte, & la seconda abbracci si-
milmente la terza due volte, cioè che habbino pro-
portione dupla continua. Il che si farà in questo mo-
do. Poni la terza essere 1. Sarà la seconda adunque 2.

 & la

& la prima 4? che tutte fanno 7 Di adunque, Se 7. danna 18088. che daranno 4. 2. 1? come qui vedi.

7. 18088. { 4? 2? 1? } *fanno* { 10336. *del figliuolo.* 5168. *della moglie.* 2584. *della figliuola.*

Questione 22. XXII. Tre trouorno vna borſa con ſcudi 3042. li quali coſi tra di loro diſtribuirono. Il primo pigliò $\frac{1}{2}$. il ſecondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{4}$. Quanto adunque toccò à ciaſcuno? Qui ancora ſi vede manifeſtamente, la queſtione non poterſi intendere, come ſuonano le parole. Perche ſe il primo ne haueſſe pigliato $\frac{1}{2}$. & il ſecondo $\frac{1}{3}$. non haurebbe potuto il terzo pigliarne $\frac{1}{4}$. Perche queſte tre minutie ſono più d'vn'intiero, atteſo, che fanno $1\frac{1}{12}$. Per queſto il ſenſo è, che il numero dato ſi diuida in tre parti, le quali habbino le medeſime proportioni tra di loro, che queſte minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. Et per fare queſto, ſi ritroui vn numero numerato dalli Denominatori. Il minimo numero qui è 12. ritrouato per quello, che hauemo ſcritto nel cap. 10. Da queſto numero pigli $\frac{1}{2}$. cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. le quali parti raccogliendo inſieme hauerai 13. Di adunque; Se 13. danno 3042. quanto daranno 6. 4. & 3? come qui vedi.

13. 3042. { 6? 4? 3? } *fanno* { 1404. *primo.* 936. *ſecondo.* 702. *terzo.*

La proua ſarà queſta. Riduci le date minutie alla medeſima denominatione, come dire à $\frac{6}{12}$. $\frac{4}{12}$. $\frac{3}{12}$. Perche queſte minutie haueranno le medeſime proportioni, che hanno li Numeratori. Et le medeſime hanno li tre numeri ritrouati 1404. 936. 702. che è coſa manifeſta.

Queſtione 23. XXIII. Tre hanno trouato vn ſacchetto con 1407. ſcudi, li quali coſi tra di loro partirno. Il primo ne pigliò $\frac{1}{2}$. il ſecondo $\frac{3}{5}$. il terzo $\frac{8}{11}$. Quanto adunque

que

que ciaſcuno ne pigliò? Qui ancora il ſenſo è, che il dato numero ſi diuida in tre parti proportionali alle date minutie, altrimente ſaria impoſſibile, che la queſtione poteſſe ſtare. Ritrouato adunque per il cap. 10. il minimo numero 110. che contiene le dette minutie, pigli la ſua metà, 55. & tre quinti, 66. & otto vndecimi, 80. & tutte queſte parti raccogli in vna ſomma 201. & di; Se 201. danno 1407. quanto daranno 55. 66. & 80? come qui vedi.

201. 1407. { 55? 66? 80? } *fanno* { 385. *del primo.* 462. *del ſecondo.* 560. *del terzo.*

La proua ſi farà, come nella queſtione paſſata. Perche ridotte le date minutie alla medeſima denominatione, come dire à $\frac{55}{110}$. $\frac{66}{110}$. $\frac{80}{110}$. haueranno li tre numeri ritrouati le medeſime proportioni, che hanno queſte minutie, cioè li Numeratori di quelle, ch'è coſa chiara.

XXIV. Quattro vogliono partire tra di loro ſcudi 396 in tal modo che'l primo ne habbia $\frac{1}{2}$. & di più 10. Il ſecondo $\frac{3}{5}$. manco 20. Il terzo $\frac{1}{3}$. & di più 8. Et finalmente il quarto $\frac{1}{4}$. manco 6. Quanto adunque ciaſcuno ne pigliarà? In queſta ſorte di queſtioni leua da tutta la ſomma li numeri, che oltra le parti dette ſi deuono pigliare, & aggiungi li altri numeri, che deuono mancare à dette parti, alla medeſima ſomma. Come qui, leua 10. & 8 rimarrà 378. aggiongi di nuouo 20. & 6 & farai 404. Dopò ritrouato il minimo numero 60. che contiene le date minutie, del quale $\frac{1}{2}$. è 30. & $\frac{3}{5}$. 36. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. li quali numeri tutti fanno 101. Di adunque; Se 101. danno 404. (il qual numero è fatto dalla raccolta, & ſottrattione delli dati numeri de tutta la ſomma 396.) che daranno 30. 36. 20. & 15. come qui vedi. Queſtione 24.

$$101. \quad 404. \quad \begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l}30?\\36?\end{array}\right\} \\ \left\{\begin{array}{l}20?\\15?\end{array}\right\} \end{array} \quad \textit{fanno} \quad \begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l}120.\ \textit{del primo.}\\144.\ \textit{del secondo.}\end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l}80.\ \textit{del terzo.}\\60.\ \textit{del quarto.}\end{array}\right. \end{array}$$

Adunque questi quattro numeri ritrouati hanno le medesime proportioni, che le date minutie : Ma in vna somma raccolti fanno 404. & non 396. come propone la questione . Che se al primo aggiongerai 10.per fare 130. & dal secondo leuarai 20. per far restare 124. & al terzo aggiongerai 8. per fare 88. & finalmente dal quarto leuarai 6. per far restare 54. faranno questi quattro numeri , 369. Ma acciò che habbino le dette proportioni , si haueranno da leuare prima, & aggiongere quelli numeri, che sono stati aggionti & leuati : Si che veramente 130. à 124. habbia la medesima proportione che $\frac{1}{2}$. à $\frac{3}{5}$. se prima si cauaranno 10. da quello , & à questo s'aggiongeranno 20. Di modo che con ragione se dirà, il numero 130.contenere $\frac{1}{2}$.& di più 10. ma il numero 124. contenere $\frac{3}{5}$.manco 20.&c.

Questione 25. XXV. E vna cisterna, che ha da basso tre cãnelle disuguali ; aperta la maggiore si versa tutta l'acqua in 2. hore , & aperta la mezzana , si versa tutta in 3. hore , & finalmente aperta la minore , si versa tutta in 6.hore . In quanto tempo adunque vscirà fuora tutta l'acqua , aprendosi tutte tre le canelle , posto che da principio insino al fine per ciascheduna vẽghi l'acqua fuora sempre vniformamente nel medesimo modo ? Ritrouato il minimo numero , che sia misurato da i tempi espressi nella questione, cioè dalle hore 2.3.& 6.il quale qui è 6.dirai; Se la maggior cannella in 2.hore vota vna cisterna,quante cisterne votarà in 6.hore ? & ritrouarai 3. Similmente , se la cannella mezzana vota vna cisterna in 3 hore, quante cisterne votarà in 6.hore?& ritrouarai 2.Di piu,se la cannella piu piccola vota vna cisterna in 6.hore,quante cisterne votarà in 6.hore?& ritrouarai 1.come qui vedi.

Hore

$$\begin{array}{cccc} \textit{Hore.} & \textit{Cisterna.} & \textit{Hore.} & \textit{Cisterna.} \\ \left.\begin{array}{l}2.\\3.\\6.\end{array}\right\} & 1. & 6? & \left\{\begin{array}{l}3.\\2.\\1.\end{array}\right. \end{array}$$

Hora raccolti in vna somma questi tre numeri ritrouati 3.2.1.per fare 6. dì; Se 6.cisterne si votano in 6.hore,in quanto tempo se ne votarà vna?& ritrouarai in vna hora.Il che prouarai in questo modo. Se la maggior cannella vota tutta la cisterna in 2. hore, & la mezzana in 3. & la più piccola in 6. quanta parte della cisterna ciascheduna cannella votarà in 1.hora? come quì è stato posto .

$$\begin{array}{cccc} \textit{Hore.} & \textit{Cisterna.} & \textit{Hore.} & \textit{Cisterna.} \\ \left.\begin{array}{l}2.\\3.\\6.\end{array}\right\} & 1. & 1? & \left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}.\\\frac{1}{3}.\\\frac{1}{6}.\end{array}\right. \end{array}$$

Perche ritrouarai , che la maggior cannella vota $\frac{1}{2}$. della cisterna, & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vna cisterna intiera.

Questa medesima questione così ancora si può proporre. In vna cisterna, che ha nella cima tre cannelle disuguali; la maggiore riempie la cisterna in 2 hore, la mezzana in 3. & la più piccola in 6. Adunque in quanto tempo tutte insieme empiranno la cisterna? & ritrouarai, che in 1.hora.

Similmente così ancora si può proporre . Sono tre maestri; il primo finisce vn'opera in 2.anni: il secondo in 3. & il terzo in 6. Adunque in quanto tempo tutti insieme finiranno la medesima opera? & ritrouarai,che in 1 anno.

Ma le questioni di questa sorte si possono ancora risoluere in questo modo . Cerchisi per la regola del tre,quant'acqua ciascuna cannella votarà in vn'hora, & li tre numeri ritrouati si raccolghino in vna somma . Perche se questa somma farà 1.cisterna, si ricer- *Vn'altro modo di sciorre q̃sta sorte di questioni.*

carà

carà vn'hora, acciò tutte le cannelle votino tutta la cisterna;ma se non sarà 1 cisterna, si ritrouarà il tempo desiderato per la regola del tre,come in questo essempio sarà manifesto. Sono tre maestri. Il primo finisce vna certa opra in 6 anni. Il secondo in 9. Il tarzo in 18. In quanto tempo adunque tutti insieme la medesima opra finiranno? Dì; Se il primo finisce in 6. anni vn'opra,& il secondo in 9.& il terzo in 18.quanto farà ciascuno in vn'anno? come qui vedi.

Anni.	*Opra.*	*Anni.*	*Opra.*
6.			$\frac{1}{6}$.*del primo.*
9.	1.	1?	$\frac{1}{9}$.*del secondo.*
18.			$\frac{1}{18}$.*del terzo.*

Tutti questi tre numeri ritrouati fanno $\frac{1}{3}$. Dì adunque;Se $\frac{1}{3}$.dell'opra ricirca vn'anno,quāti anni ricercarà vn'opra intiera? & ritrouarai 3.anni. Il che prouarai,come di sopra,secondo che quì vedi.

Anni.	*Opra.*	*Anni.*	
6.			$\frac{1}{2}$.*del primo.*
9.	1.	3?	$\frac{1}{3}$.*del secondo.*
18.			$\frac{1}{6}$.*del terzo.*

Imperoche ritrouarai, il primo finire in 3. anni, $\frac{1}{2}$. dell'opra: il secondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vn'opra intiera.

Se il primo essempio si risoluesse in questo modo, subito nella prima operatione s'hauerebbe l'intento; perche in vna hora tutta la cisterna si vota, come dalla operatione della proua del detto essempio è manifesto.

Questione 26. XXVI. E vna cisterna, che ha vna cannella nella bocca,per la quale s'empie in 4.hore,ma nel più basso del fondo n'ha vn'altra cannella, per la quale in 6.hore si vota. Se adunque di continuo v'entri,& esca dell'acqua, in quanto tempo la cisterna s'empierà? Primieramente è necessario di ritrouare, quanta parte

te della cisterna (posta nella conditione) in vn'hora s'empirà, in questo modo. Se in 4.hore s'empie vna cisterna, quanta parte s'empirà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{4}$. di cisterna. Di nuouo, se in 6. hore si vota vna cisterna, quanta parte se ne votarà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{6}$. di cisterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{6}$. da $\frac{1}{4}$. restarà $\frac{1}{12}$.di cisterna;& tanta parte di cisterna s'empierà in vn'hora. Dì adunque; Se $\frac{1}{12}$. di cisterna ricerca vn'hora, quanto tempo vorrà vna cisterna? & ritrouarai 12. hore; & in tante hore la cisterna s'empierà. Il che prouarai in questo modo esser vero. Se in 4. hore s'empie vna cisterna, in 12. hore quante cisterne s'empieranno?& ritrouarai 3.cisterne. Di più se in 6. hore si vota vna cisterna, in 12. hore quante cisterne si votaranno? & ritrouarai 2.cisterne,le quali se leuarai dalle 3.ritrouate,restarà vna cisterna piena.

Et se alcuno dicesse, la cisterna per la cannella di sopra s'empie in 3. hore,& per quella da basso si vota in 8. hore, si risoluerà nel medesimo modo la questione,se dirai; Se in 3.hore s'empie vna cisterna, quanta parte se n'empierà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{3}$. di cisterna. Di più, se in 8.hore si vota vna cisterna,quanta parte se ne votarà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{8}$.di cisterna.Se adunq. leuarai $\frac{1}{8}$.di $\frac{1}{3}$. restaranno $\frac{5}{24}$. & tanta parte della cisterna s'empierà in vn'hora. Dì adunque; Se $\frac{5}{24}$. di cisterna ricercano vn'hora, che tempo ricercarà vna cisterna? & ritrouarai hore $4\frac{4}{5}$. nel qual tempo tutta la cisterna s'empierà. Il che così prouarai Se in 3. hore s'empie 1. cisterna in hore $4\frac{4}{5}$. quante cisterne s'empieranno? & ritrouarai $1\frac{3}{5}$. Di più, se in 8. hore si vota vna cisterna, in hore $4\frac{4}{5}$. quante cisterne si votaranno? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. che se leuarai $\frac{3}{5}$. da $1\frac{3}{5}$. restarà vna cisterna piena.

Forse più breuemente se spediranno queste medesime questioni,se si cercarà, quanta parte della cisterna s'empie in quelle hore, nelle quale tutta s'empirebbe, se niente ne vscisse. Il che così si farà nella prima questione. Dì; Se 6. hore votano vna cisterna, *Vn'altro modo di spedire questa questione.*

quan-

quanta parte ne votaranno 4. hore? & ritrouarai $\frac{2}{3}$. & se cauarai $\frac{2}{3}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 4. hore, se non ne vscisse niente) restarà $\frac{1}{3}$. di cisterna, che in 4. hore s'empierà. Dì adunque di nuouo, Se $\frac{1}{3}$. di cisterna ricerca 4. hore, che ricercarà vna cisterna? & ritrouarai 12. hore, come prima.

Ma nell'vltima questione, dì; Se 8. hore votano vna cisterna, quanta parte ne votaranno 3. hore? & ritrouarai $\frac{3}{8}$. & se leuarai $\frac{3}{8}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 3. hore, se non n'vscisse niente) restaranno $\frac{5}{8}$. di cisterna, che in 3. hore s'empieranno. Dì adunque di nuouo, Se $\frac{5}{8}$. di cisterna vogliono 3. hore, che vorrà vna cisterna? & ritrouarai hore $4\frac{1}{5}$. come prima.

* * *

REGOLA DI ALLIGATIONE

OVERO DI LIGAMENTO.

Cap. XXI.

SOGLIONO spesse volte li Aritmetici mescolare varie mercantie di varij prezzi di tal sorte, che statuito vn certo prezzo mezzano, se ne comprino tutte con quello. Il che fanno per vna certa regola, che la dimandano di Alligatione, ouero di Ligamento; percioche in essa si legano varie mercantie, in vn certo modo, ad'vn prezzo solo, come dalli essempi, che seguiranno, sarà manifesto. *La regola della Alligatione, che cosa sia*

I. Sono due sorte di vino: 1. misura del primo costa baiocchi 20. & 1. misura del secondo si vende à baiocchi 12. Quanto adunque si dourà pigliare dell'vno, & dell'altro, accioche 1. misura vaglia 15. baiocchi? Poni vn prezzo sotto l'altro, & alla banda sinistra di quelli metti il prezzo statuito, il quale è mezzo trà li due dati prezzi. *Questione 1.* *La regola della Alligatione, come si faccia.*

Prezzo di mezzo.	*Prezzi.*	*Differenze.*
	20.	3.
15.		
	12.	5.
		8.
		Somma delle Differenze.

Doppo paragoni l'vno, & l'altro prezzo dato con il prezzo statuito, & la differenza dell'vno, & dell'altro poni alla parte destra delli prezzi, scambieuolmête però, cioè la differêza del maggior prezzo appresso al minor prezzo, & la differenza del minor prezzo appresso al maggiore: & queste differenze raccogli in ſomma, come nel eſſempio vedi.

Doppo queſto diſponi la regola del tre due volte, talmente, che la ſomma delle differenze tenghi il primo luogo, & 1.miſura il ſecondo, & l'vna, & l'altra differenza il terzo, come quì vedi.

8. 1. $\left\{\begin{matrix} 3? \\ 5? \end{matrix}\right\}$ *fanno* $\left\{\begin{matrix} \frac{3}{8} \\ \frac{5}{8} \end{matrix}\right.$ *del primo.* / *del ſecondo.*

Dì adunque; Se la ſomma 8.delle differenze da 1.miſura, che darà ciaſcheduna differenza 3 & 5? & ritrouarai del primo vino douerſi pigliare $\frac{3}{8}$.d'vna miſura; & del ſecondo $\frac{5}{8}$. & coſi farà 1. miſura da tutte due, che coſtarà baiocchi 15. Il che coſi prouarai. Dì; Se 1.miſura del primo vino vale 20.baiocchi, che varranno $\frac{3}{8}$? Similmente, Se 1.miſura del ſecondo vino vale 12.baiocchi, che verranuo $\frac{5}{8}$. come quì vedi.

1.	20.	$\frac{3}{8}$.	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.
1.	12.	$\frac{5}{8}$.	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.

Peroche ritrouarai, che li due prezzi fanno 15.baiocchi, come ſi propone.

Queſtione 2. II. Sono due ſorti di argento non purgato. La libra del primo vale ſcudi 30.& la libra dell'altro vale ſcudi 24. Adunque accioche 1.libra vaglia ſcudi 28. quanto argento dell'vno, & dell'altro ſi dourà pigliare? Fatta la Alligatione, come nella precedente queſtione, Dì; Se la ſomma 6.delle differenze da 1.libra, che darà ciaſcheduna differenza 4.& 2? come quì vedi.

Prezzo di mezzo.	*Prezzi.*	*Differenze.*
	30.	4.
	24.	
28.		2.
		6.
	Somma delle Differenze.	

6. 1. $\left\{\begin{matrix} 4? \\ 2? \end{matrix}\right\}$ *fanno* $\left\{\begin{matrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{matrix}\right.$ *. del primo.* / *. del ſecondo.*

Perche in queſto modo hauerai 1.lib. d'argento, che coſtarà 28. ſcudi. Et per farne la proua, Di; Se 1.libra del primo argento vale 30. ſcudi, che varranno $\frac{2}{3}$. di vna lib.? Di più ſe 1.lib. del ſecondo argento vale 24. ſcudi, che valerà $\frac{1}{3}$? come quì vedi.

1.	30.	$\frac{2}{3}$.	*fanno*	20.
1.	24.	$\frac{1}{3}$?	*fanno*	8.

Et coſi 1.libra coſtarà 28. ſcudi, come ſi propone.

III. La libra di pepe vale 4.giulij La libra di garofoli 3. giulij. La libra di cannella 6.giulij. La libra di zaffarano 18· giulij. La libra di zenzero 8. giulij. Quanto adunque ſe ne dourà pigliare da ciaſcuna coſa, acciò 1.libra coſti 7.giulij? Quando ſi propongono più coſe da alligarſe, in varij modi ſi può fare la alligatione, purche ciaſcheduna almeno vna volta ſi leghi. Però che può ciaſchedun prezzo con vn'altro qual ſi voglia, ouero con più, eſſere legato al prezzo mezzano, di modo però, che il detto prezzo ſtatuito ſia mezzano tra li due, che ſi legano à eſſo; ouero vguale à d'vno di quelli, & in niſſuna maniera maggior, ò minor di tutti due, come ſarà chiaro in queſto eſſempio, che dichiararemo con varie alligationi. *Queſtione 3.*

Nota, che poſſa eſſer fatta l'alligatione d'vn medeſimo eſſempio in varij modi.

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*		*Differenze.*
	Pepe.	4.	1.
	Garof.	3.	3.
7.	*Cannella.*	6.	1.
	Zaffarano.	10.	4.
	Zenzero.	8.	3. 1.
			13.
	Somma delle Differenze.		

Prima adunque legaremo li prezzi del pepe, & del zen-

zenzero al prezzo mezzano, le differenze delli quali sono 3.& 1. poste scambieuolmente. Doppo li prezzi del garofolo,& del zaffarano,le differenze delli quali sono 4. & 3. ancora poste scambieuolmente. Vltimamente,perche riman solo la cannella, legaremo il prezzo di quella con il prezzo del zenzero,per essempio, le differenze delli quali sono 1. & 1. scritte ancora scambieuolmente. La somma di tutte le differenze è 13. Ma le differenze incontro del zenzero fanno 4. Percioche sempre s'hanno da raccorre in vna somma le più differenze poste incontro d'alcun prezzo medesimo. Dì hora; Se la somma 13. delle differenze da 1. che darà ciascheduno differenza 1. 3. 1. 4. & 4? come quì vedi.

Che si debba fare, quãdo più differenze si pongono all'incõtro del medesimo prezzo.

$$13.\quad 1.\quad \begin{Bmatrix} 1? \\ 3? \\ 1? \\ 4? \\ 4? \end{Bmatrix}\quad \textit{fanno}\quad \begin{cases} \frac{\;1\;}{1\quad 3}.\ \textit{Pepe.} \\ \frac{\;3\;}{1\quad 3}.\ \textit{Garof.} \\ \frac{\;1\;}{1\quad 3}.\ \textit{Cannella.} \\ \frac{\;4\;}{1\quad 3}.\ \textit{Zaffarana.} \\ \frac{\;4\;}{1\quad 3}.\ \textit{Zenzero.} \end{cases}$$

Imperoche in questo modo hauerai 1. libra di tutte queste cose,che costarà 7. giulij. Et per farne la proua, Dì; Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, che varrà $\frac{\;1\;}{1\quad 3}$? Di più, Se 1 lib. de garofoli vale 3. giulij, che varranno $\frac{\;3\;}{1\quad 3}$? Di più, Se 1. lib. di cannella vale 6. giulij, che valerà $\frac{\;1\;}{1\quad 3}$? Di più, Se 1. lib. di zaffarano vale 10. giulij, che varranno $\frac{\;4\;}{1\quad 3}$? Di più, Se 1. lib. di zenzero vale 8. giulij, che varranno $\frac{\;4\;}{1\quad 3}$? come quì vedi.

$$1.\ \begin{Bmatrix} 4. \\ 3. \\ 6. \\ 10. \\ 8. \end{Bmatrix}\ \textit{che}\ \begin{Bmatrix} \frac{\;1\;}{1\quad 3}. \\ \frac{\;3\;}{1\quad 3}. \\ \frac{\;1\;}{1\quad 3}. \\ \frac{\;4\;}{1\quad 3}. \\ \frac{\;4\;}{1\quad 3}. \end{Bmatrix}\ \textit{fanno}\ \begin{cases} \frac{\;4\;}{1\quad 3}.\ \textit{di Pepe.} \\ \frac{\;9\;}{1\quad 3}.\ \textit{di Garof.} \\ \frac{\;6\;}{1\quad 3}.\ \textit{di Cann.} \\ 3\frac{\;1\;}{1\quad 3}.\ \textit{di Zaffar.} \\ 2\frac{\;6\;}{1\quad 3}.\ \textit{di Zenz.} \end{cases}$$

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone.

In vn'altro modo si farà l'alligatione, se li prezzi del

del pepe, & del zenzero si legaranno al prezzo mezzano; Et così li prezzi del pepe, & del zaffarano; Dopò li prezzi del garofolo,& del zenzero; & di nuouo li prezzi del garofolo, & del zaffarano; & finalmente li prezzi della cannella,& del zaffarano;& li prezzi della cannella, & del zenzero,si come è stato fatto in questo essempio. Ne in questo essempio è possibile di fare più legamenti. Perche li prezzi del pepe,del garofolo, & della cannella non possono essere legati tra di loro, essendo che ciascheduno è minore del prezzo mezzano statuito, & così ciascheduno di quelli solamente due volte può essere legato: Et delli vltimi due l'vno, & l'altro tre volte,cioè con ciascheduno delli tre primi: Ma tra di loro non possono essere legati, non essendo il prezzo statuito di 7. giulij, tra di loro mezzano, ò ad'vno di loro vguale, ma minore di tutti due. Dì adunque; Se la somma 28. delle differenze da 1. lib. che darà ciascheduna differenza 4. 4. 4. 8. & 8? come quì vedi.

Vn'altro modo di alligare questa terza questione.

Prezzo mezzano.

	Prezzi.		*Differenze.*		
	Pepe.	4.	1.	3.	
	Garof.	3.	1.	3.	
7.	*Cannella.*	6.	3.	1.	
	Zaffarano.	10.	3.	4.	1.
	Zenzero.	8.	3.	4.	1.

Somma delle Differenze.

$$28.\quad 1.\quad \begin{Bmatrix} 4? \\ 4? \\ 4? \\ 8? \\ 8? \end{Bmatrix}\quad \textit{fanno}\quad \begin{cases} \frac{\;4\;}{2\quad 8}.\ \textit{di Pepe.} \\ \frac{\;4\;}{2\quad 8}.\ \textit{di Garof.} \\ \frac{\;4\;}{2\quad 8}.\ \textit{di Cannella.} \\ \frac{\;8\;}{2\quad 8}.\ \textit{di Zaffarano.} \\ \frac{\;8\;}{2\quad 8}.\ \textit{di Zenzero.} \end{cases}$$

Et così farai 1. lib. di tutte le spetie dette, che costarà 7. giulij. Et per prouarlo, dì; Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, quanto varranno $\frac{\;4\;}{2\quad 8}$? Di più, Se 1. lib. de garo-

garofoli vale 3.giulij, quanto valeranno $\frac{}{2}\frac{4}{}\frac{}{8}$?&c. come tù vedi quì essere stato fatto.

Vn'altra alligatione di questa questione.

$$1.\ \begin{Bmatrix}4.\\3.\\6.\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}10.\\8.\end{Bmatrix}\ che\ \begin{Bmatrix}\frac{}{2}\frac{4}{}\frac{}{8}\\ \frac{2}{2}\frac{4}{}\frac{8}{8}\\ \frac{}{2}\frac{4}{}\frac{}{8}\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}\frac{2}{2}\frac{8}{}\frac{8}{8}\\ \frac{2}{2}\frac{8}{}\frac{8}{8}\end{Bmatrix}\ fanno\ \begin{Bmatrix}\frac{1}{2}\frac{6}{8}.\ di\ Pepe.\\ \frac{1}{2}\frac{2}{8}.\ di\ Garof.\\ \frac{2}{2}\frac{4}{8}.\ di\ Cannel.\\ 2\frac{2}{2}\frac{4}{8}.\ di\ Zaffara.\\ 2\frac{}{2}\frac{}{8}.\ di\ Zenz.\end{Bmatrix}$$

Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone nella questione.

Si può ancora fare in vn'altro modo l'alligatione del medesimo essépio, se li prezzi del pepe, & del zaffarano si legaranno; dopò li prezzi del garofolo, & del zẽzero, & finalmente li prezzi della cannella, & del zenzero. Come tù puoi vedere in questo essempio. Dì adunque; Se la somma 13. delle differenze dà 1. lib che darà ciascheduna differenza. 3. 1. 1. 3. & 5? come quì vedi.

Prezzo di mezzo	Prezzi.		Differenze.	
	Pepe.	4.	3.	
	Garof	3.	1.	
7.	Cannella	6.	1.	
	Zaffarano	10.	3.	
	Zenzero.	8.	4.	1.
			13.	
	Somma delle Differenze.			

$$13.\ \ 1.\ \begin{Bmatrix}3?\\1?\\1?\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}3?\\5?\end{Bmatrix}\ fanno\ \begin{Bmatrix}\frac{}{1}\frac{3}{}\frac{}{3}.Pepe.\\ \frac{}{1}\frac{1}{}\frac{}{3}.Garof.\\ \frac{}{}\frac{1}{}\frac{}{}.Cannella.\\ \frac{1}{1}\frac{3}{}\frac{3}{3}.Zaffarano.\\ \frac{}{1}\frac{5}{}\frac{}{3}.Zenzero.\end{Bmatrix}$$

Perche cosi hauerai 1.lib.di tutte queste spécie per 7. giulij. Il che prouarai, come di sopra.

Di

Di maniera, che vedi poter essere fatta in varij modi la alligatione, se più cose, che due, sono da essere legate insieme, pur che il prezzo, di mezo sia sempre minore dell'vn prezzo, che si lega, & maggior dell'altro, ouero vguale all'vno, & maggiore, ò minore dell'altro. Ma benche per varie alligationi sempre habbi il proposto peso delle cose, che si mescolano insieme, per il prezzo mezzano statuito, non però pigliarai sempre li medesimi pesi delle cose, che si mescolano insieme, come dalli proposti essempi è manifesto.

Che s'habbia da osseruare nelle alligationi di più cose.

IV. La canna di panno rosso vale 4. scudi. La canna di panno verde vale 6. scudi. Et la canna di panno nero vale 10. scudi. Vuole vno di tutti questi panni 80. canne per 480. scudi. Quante adunque di ciascun panno ne pigliarà? In questa sorte di questioni è necessario prima cercare il prezzo di vna canna mescolata da tutti. Il che cosi farà nel nostro essempio. Se 80. canne mescolate vagliano 480. scudi, che valerà 1.canna? & ritrouarai 6.scudi, che è il prezzo di 1. canna mezzano tra il prezzo del panno di più bon mercato, & il prezzo del panno più caro. Che se in questo modo si ritrouasse vno prezzo non mezzano, sarebbe impossibile la questione. Come se dicesse alcuno. Vuole vno da tutti li panni detti 80.canne per 300. ouero per 900. scudi, saria impossibile la questione. Perche se 80. canne vagliono 300. scudi, valerà vna canna scudi $3\frac{3}{4}$. il qual prezzo è minore del prezzo del panno di più bon mercato. Onde ne del panno più vile potrà alcuno hauere 80 canne per 300 scudi, non che ne possa hauere di tutti panni 80. canne. Di nuouo; Se 80. canne vagliono 900. scudi, valerà vna canna scudi $11\frac{1}{4}$. il qual prezzo è maggiore del prezzo del panno più caro. Onde con 900. scudi comprarà vno molto più canne, che 80. del panno più caro, & perciò molto più ne comprerà, se di tutti ne vorrà pigliare alcune canne. Ma ritorniamo al nostro essempio.

Questione 4.

La questione della alligatione quando è impossibile.

Ritrouato il prezzo mezzano di vna canna, faciasi

ciasi

ciasi l'alligatione, come di sopra, si come quì è fatto. Prima hauiamo legati li prezzi 4.& 10.al prezzo mezzano 6. Doppo li prezzi 6. & 10. Dì adunque; Se la somma 10. delle differenze dà 80. canne,(perche tante ne vuole pigliare colui di tutte tre le sorti di panno) che darà ciascuna differenza 4. 4. & 2? come quì è stato fatto.

Prezzo mezzano.		*Prezzi.*	*Differenze.*
	Rosso.	4.	4.
6.	*Verdo.*	6.	4.
	Nero.	10.	2. 0.
			10.
	Somma delle Differenze.		

10. 80. {4? 4? 2?} *fanno* {32. *del rosso.* 32. *del verde.* 16. *del nero.*}

Perche così di quelli tre panni si pigliaranno 80. canne per 480.scudi.Il che così prouarai. Se 1.canna vale 6.scudi, (perche questo prezzo mezzano è stato ritrouato di vna canna mescolata di tre panni)che valeranno 32.canne del panno rosso,& 32.del verde, & 16.del nero? come quì vedi.

1. 6. {32? 32? 16?} *fanno* {192. *del rosso.* 192. *del verde.* 96. *del nero.*}

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 480. scudi.

Che se non haueßimo legato il prezzo del panno verde co'l prezzo del panno nero, ma co'l prezzo del panno rosso, si farebbe la seguente alligatione: Ma haueressimo ritrouato altri numeri. Perche haueremo detto; se la somma 8. delle differenze da 80. can-

canne, che darà chiascheduna differenza 4. 2. & 2? come quì vedi.

Prezzo mezzano.		*Prezzi.*	*Differenze.*
	Rosso.	4.	4. 0.
6.	*Verde.*	6.	2.
	Nero.	10	2.
			8.
	Somma delle Differenze.		

8. 80. {4? 2? 2?} *fanno* {40. *del rosso.* 20. *del verde.* 20. *del nero.*}

La proua si farà, come prima, se dirai; Vna canna vale 6. scudi, che valeranno 40. canne del panno rosso, & 20.del verde,& 20.del nero? Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare scudi 480.

V. Sono quattro sorti di vini: Vn boccale del primo vale baiocchi 21. del secondo 27. del terzo 30. & del quarto 40. Vuole vno mescolare 300. Boccali di tutti, con questo patto, & conditione, che chiaschedun boccale vaglia baiocchi 33. Quanto adunque pigliarà da ciascuno? Quì è neces- *Questione 5.*

Prezzo di mezzano.	*Prezzi.*	*Differenze.*
	21.	7.
	27.	7.
33.	30.	7.
	40.	12. 6. 3.
		42.
	Somma delle Differenze.	

necessario di legare li tre primi prezzi con l'vltimo al prezzo mezzano di baiocchi 33. per essere quei tre minori di questo prezzo mezzano, come qui si vede nel dato essempio. Dì adunque; Se la somma 42 delle differenze danno 300 boccali, che darà ciascheduna differenza 7.7.7. & 21? come quì si vede.

42.	300.	7?	*fanno*	50. *del primo.*
		7?		50 *del secondo.*
		7?		50 *del terzo.*
		21?		150 *del quarto.*

Imperoche così farai 300.boccali, delli quali ciascheduno costarà baiocchi trentatre. Et per prouarlo, dirai; Se la somma quarantadue delle differenze dà vn boccale, che darà ciascheduna differenza 7.7.7.& 21? come quì vedi.

42.	1.	7?	*fanno*	$\frac{1}{6}$. *del primo.*
		7?		$\frac{1}{6}$ *del secondo.*
		7?		$\frac{1}{6}$. *del terzo.*
		21?		$\frac{1}{2}$. *del quarto.*

Et così hauerai vn boccale mescolato di tutte quattro quelle sorti di vino. Di adunque di nuouo; Se vn boccale del primo vino vale 21.baiocco, che vale $\frac{1}{6}$. di boccale? Et se vn boccale del secondo vino vale vintisette, che valerà $\frac{1}{6}$? Et se vn boccale del terzo vino vale trenta, che valerà $\frac{1}{6}$? Et finalmente se vn boccale del quarto vino vale quaranta, che valerà $\frac{1}{2}$? come quì vedi.

1.	21.	*che*	$\frac{1}{6}$.	*fanno*	$3\frac{1}{2}$ *del primo.*
	27.		$\frac{1}{6}$.		$4\frac{1}{2}$. *del secondo.*
	30.		$\frac{1}{6}$.		5. *del terzo.*
	40.		$\frac{1}{2}$		10. *del quarto.*

Quali prezzi tutti fanno baiocchi 33. come si propone.

Più breuemente però così si potrà fare la proua. Perche se vn boccale deue valere trentatre baiocchi, valeranno 300 boccali 9900. baiocchi. Diremo adunque; Se 300. boccali vagliono 9900. baiocchi, che valeranno cinquanta boccali del primo vino, & che cinquanta del secondo, & cinquanta del terzo, & 150. del quarto? come quì vedi.

300.	9900.	50?	*fanno*	1650. *del primo.*
		50?		1650. *del secondo.*
		50?		1650. *del terzo.*
		150?		4950. *del quarto.*

Percioche ritrouarai tutti li prezzi fare 9900. baiocchi.

VI. Vno con 400. scudi vuole comprare 400. libre di varie spetie, come dire, garofoli, pepe, cannella, zenzero, noci moscate, & zaffarano, delle quali questi sono li prezzi per ordine d'ogni libra. Giulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Adunque quante libre pigliarà di ciascuna sorte, per fare, che habbia 400. libre per 400. scudi? Quì come nella quarta questione è stato detto, s'hà da ritrouare il prezzo mezzano di vna libra, al quale si deue fare l'alligatione, in questo modo. Se 400.lib. vagliono 400. scudi, che valerà vna libra? & ritrouarai vno scudi, cioè, dieci giulij. Ma perche, come hauemo detto, si possono fare varie alli- *Questione 6.*

Prezzo mezzano.		*Prezzi.*	*Differenze.*	
10.	*Garof.*	7.	1.	6.
	Pepe.	7.	2.	6.
	Cannella.	9.	2.	
	Zenzero.	11.	4.	
	Noci moscate.	12.	3.	1.
	Zaffarano.	16.	4.	3.
			32.	
			Somma delle Differenze.	

gationi, legaremo prima li garofoli co'l zenzero, & zaffarano. Doppo il pepe con le noſci moſcate, & zaffarano. Vltimamente la cannella con le noci meſcate, come tù vedi eſſere fatto quì. Doppo diremo; Se la ſomma trentadue delle differenze da 400. libre, che darà ciaſcuna differenza 7. 8. 2. 4. 4. & 7? come quì vedi.

		7?		$87\frac{1}{2}$.	di Garofoli.
		8?		100.	di Pepe.
32.	400.	2?	fanno	25.	di Cannella.
		4?		50.	di Zenzero.
		4?		50.	di Noci moſcate
		8?		$87\frac{1}{2}$.	di Zaffarano.

Imperoche ritrouarai 400. libre, che valeranno 400. ſcudi, & ciaſcheduna libra coſtarà 10. giulij. Il che prouarai, come nella precedente queſtione è ſtato detto.

Si poſſono fare in queſta queſtione molte altre diuerſe alligationi, come in queſti quattro eſſempi quì poſti ſi vede.

Prezzo mezzano	Prezzi.	Differenze.
	6.	1. 2. 6.
	7.	1. 2. 6.
	9.	1. 2. 6.
	11.	4. 3. 1.
10.	12.	4. 3. 1.
	16.	4. 3. 1.
		51.
	Sõma delle Differẽze.	

Prezzo mezzano	Prezzi.	Differenze.
	6.	1.
	7.	2.
	9.	6.
10.	11.	4.
	12.	3.
	16.	1.
		17.
	Sõma delle differẽz.	

Prez-

Prezzo mezzano	Prezzi	Differenze
	6.	6.
	7.	2.
	9.	1.
10	11.	1.
	12.	3.
	16.	4.
		17.
	Somma delle diferenze.	

Prezzo mezzano	Prezzi	differenze
	6.	2.
	7.	1.
	9.	6.
10	11.	3.
	12.	4.
	16.	1.
		17.
	Somma delle differ.	

Perche nel primo ciaſcheduno delli tre primi prezzi è legato con tutti li tre vltimi. Et nel ſecondo, il primo con il quarto, & il ſecondo con il quinto, & il terzo con il ſeſto. Dopò nel terzo, il primo con il ſeſto, & il ſecondo con il quinto, & il terzo con il quarto. Nel quarto finalmente, il primo con il quinto, & il ſecondo con il quarto, & il terzo con il ſeſto. Et coſi in ſimili queſtioni poſſono eſſer fatte piu alligationi tra di loro diuerſe.

VII. VNO vuole vna ſtatua d'argento di 300. lib. Queſtione 7.
Se gl'offeriſcono due ſorti di argento. La libra del primo vale 30. ſcudi, del ſecondo 20. li qual coſi tra di loro vuole meſcolare, che 1. lib. coſti 24. ſcudi. Quanto adunque pigliarà di ciaſcheduno argento, acciò che habbia 300. lib. ogni vna delle quali coſti 23. ſcudi? Coſi starà l'alligatione, come qui vedi. Di adũque; Se la ſomma 10. delle diffe-

Prezzo di mezzo.	Prezzi.	Differenze.
	30.	4.
24.		
	20.	6.
		10.
	Somma delle Differenze.	

renze

renze da 300. lib. che darà ciascheduna differenza 4. & 6? come qui vedi.

$$10.\quad 300.\quad \left\{\begin{matrix} 4? \\ 6? \end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix} 120.\textit{del primo Argento.} \\ 180.\textit{del secondo Argento.} \end{matrix}\right.$$

Perche così ritrouarai 300. libre di argento, delle quali ciascheduna vale 24. scudi. Il che prouerai, come nella questione 5. è stato detto.

REGO-

REGOLA DEL FALSO
DI SEMPLICE POSITIONE,
Cap. XXII.

La regola del falso p che così sia detta.

FRA le altre regole dell'Aritmetica non tiene l'vltimo luogo la regola del falso, che così si chiama, non perche c'insegni il falso, ma perche dal falso posto, & imaginato da noi ce ne mostri à cauare il vero: Il che fa, ponendo qual si voglia numero, che pare di douere sodisfare alla questione proposta, ancorche veramente non sodisfaccia. Et è questa regola di due sorti. Perche l'vna si chiama di semplice positione, nella quale si fa vna positione solamente di vn numero, che si crede douer sodisfare alla questione: & l'altra si domanda di doppia positione, cioè nella quale si fanno due positioni di due numeri, delli quali l'vno, & l'altro si pensa, che debbia sodisfare alla questione.

La regola del falso è di due sorti.

Ma tra queste due regole è gran differenza. Peroche tutto quello, che si scioglie per la prima, si può sciorre anco per la seconda, ma non all'incontro. Perche infinite quasi q[illegible]oni si risoluono per la seconda, che à niun modo si possono districare per la prima. Imperoche sotto la prima si contengono solamente quelle questioni, nelle quali s'esprimono tali parti, ouero numeri, che hanno la medesima proportione ne i numeri piccoli, che ne i grandi. Quali sono $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$. &c. Di piu li numeri dupli, tripli, quadrupli, &c. Si che assai sarrebbe, se si esplicasse solamente la seconda regola. Ma perche per la prima moltissime questioni si sciogliono molto piu breuemente, che per la seconda, trattaremo breuemente dell'vna, & dell'altra, cominciando dalla prima, come piu facile.

La differẽza ch'è tra le due regole del falso.

Nota.

PROPOSTA adunque qual si voglia questione da sciorsi per la regola del falso di vna semplice positione, pongasi qual si voglia numero, che si cre-

La regola del falso di semplice

da

da sia per sodisfare alla questione;&questo s'essamini secondo il tenore della questione. Imperoche se ogni cosa s'accordarà, il numero posto sarà quello, che si cerca. Ma se la cosa starà altrimente, sarà stata falsa la positione del numero da noi imaginato. Per il che da qsto falso s'hauerà da cauare il vero con l'aiuto della regola del tre, si come nelli essempi si esplicarà.

Questione 1. I. TRE si accordono di voler comprare vna casa per 2700 scudi. Il secódo vuole dare il doppio più che'l primo, & il terzo tre volte piu ch'el secondo. Quanto adunque ciascheduno spendarà? In questa questione niente altro si cerca, se non, che il numero 2700. si partisca in tre parti, con questa conditione, che la seconda sia doppia della prima, & la terza tripla della seconda. Poni adunque, che il primo paghi quanti scudi ti pare, cioè scudi 6. Adunque secondo il tenore della questione, il secondo darà 12. cioè il doppio del primo, & il 3. darà 36. cioè il triplo del secondo. Ma tutti questi tre numeri fanno 54. scudi, douendo secondo la questione fare 2700. Di adunque Se 54. prouennero dalla falsa positione di 6. scudi del primo, da qual vero ponimento prouerannno 2700? & ritrouarai il primò hauere dato 300. scudi, & perciò il secondo 600. & il terzo 1800. i quali tre numeri tutti fanno 2700.

SI potrebbe ancora ritrouare li denari del secondo, & del terzo dal ponimento dell'vno, e dell'altro, dicendo così. Se 54. vengono dalla falsa positione di 12. scudi del secondo, & dalla falsa positione di 36. scudi del terzo, da che verranno 2700? Imperoche si ritrouarebbe li denari del secondo essere scudi 600. & del terzo 1800. Ma è più espediente, che si cerchi per la regola del tre, li denari d'vno solamente. Perche da questi con facilità si ritrouaranno li denari dell'altri, secondo il tenore della questione.

Li medesimi numeri à punto haueresti ritrouato, se per il primo hauessi posto vn'altro numero, che 6. & perciò per il secondo vn'altro che 12. & per il terzo vn'altro che 36.

II. Do-

II. Domandato vno quanti denari hauesse in cassa, rispose di non saperlo, ma questo di certo hauere Questione 2.
inteso del suo fattore, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. del suo denaro faccino à punto 4700. scudi. Quanti denari adunque ne ha hauuto costui? Qui si cerca vn numero, del quale $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. insieme faccino 4700. Poni adunque colui hauere 60. scudi. (Et per fuggire li numeri rotti più che si può, sempre si deue porre vn numero, che contenga li rotti espressi nella questione, come nel cap. 10. habbiamo insegnato, quale qui è il 60.) del quale $\frac{1}{3}$. è 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quali parti tutte fanno 47. douendo secondo la questione fare 4700. Di adunque; Se 47. prouennero da 60. il qual numero falsamente hauemo posto, da qual verranno 4700? & ritrouaremo che da 6000. & tanti scudi haueua nella cassa. Perche $\frac{1}{3}$. contiene 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. quali parti tutte fanno 4700.

III. Domandato vn maestro di scola, quanti scolari haueua, rispose se io ne hauesse di piu vna volta táti quanti ne hò, & se ne aggiógesse $\frac{1}{2}$. di essi, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di più 1. ne hauerei 112. Adúque quáti scolari haueua? Questa questione così pposta nó si può districare per questa regola, per amor che l'vnità, della quale nell'vltimo luogo si fa mentione, non può hauere la medesima proportione con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & con il doppio d'vn numero picciolo, che ha con le medesime parti, & co'l doppio d'vn numero grande. Ma se si leuarà 1. dal numero 112. che nella questione si deue produrre all'hora si sciorrà la questione proposta. Perche all'hora non si cerca altro, che vn numero, il quale due volte preso insieme con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso facci 111. Perche se alla fine s'aggiongerà 1. si farà 112. Poni adunque colui hauere hauuto 12. scolari. Se adunque s'aggiongeranno altre tanti scolari, n'hauerà 24. Et se di nuouo s'aggiongerà $\frac{1}{2}$. di loro, cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. n'hauera 37. Ma doueuano essere 111. accioche aggiontoli 1. ne hauesse 112. Di adunque; Se 37. vennero da 12. da che verranno 111? Et ritrouarai quello hauere hauuto 36. Questione 2.

scola-

scolari. Perche se s'aggionge altre tanti, ne hauerà 72.alli quali se s'aggiongerà $\frac{1}{2}$.$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{4}$.cioè 18. 12.& 9.si faranno 111. aggiontogli finalmente 1. si faranno 112.

Questione 4. IV. VNO hà compro vn cauallo, vn giardino, & vna casa per 5000. scudi con questo patto, che'l giardino li cosi quattro volte più che'l cauallo, & la casa cinque volte più che il giardino. Quanto adunque comprò il cauallo, & quanto il giardino, & quãto la casa? Qui si cerca, che'l numero dato 5000. si diuida in tre parti in tal modo, che la seconda sia quadrupla della prima,& la terza quintupla della seconda.Et è questa questione simile alla prima. Poni adunque il cauallo valere scudi 30. Il che posto, valerà il giardino 120.scudi, & la casa 600. li quali numeri tutti fanno 750. Ma douerebbono fare 5000. Di adonque; Se 750. prouennero da 30 da che verranno 5000?Et ritrouarai 200. & tanti scudi fu compro il cauallo,& per ciò'l giardino costò scudi 800.& la casa 4000. li quali numeri tutti fanno 5000. scudi.

Questione 5. V. VNO andando da Venetia in Gierusalem per visitare il santo Sepolcro, spese nel viaggio $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. delli suoi denari: ma ritornato à casa ritrouò esserli auanzati scudi 36. Quanti denari adunque portò seco colui? Qui si cerca vn numero, del quale se si leuano $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. restino 36. Poni colui hauere hauuto scudi 300. dal quale numero se tu ne leui $\frac{2}{3}$. cioè 200 & $\frac{1}{5}$.come dire,60.ne restano 40.& ne doueuano restare solamente 36?Di adunque;Se 40.vennero da 300. da che verranno 36? & ritrouarai 270. & tanti scudi hebbe.Perche leuati $\frac{2}{3}$.cioè 180.& $\frac{1}{5}$. come dire 54. ne restano 36.

CHE se alle volte auuerrà, che le parti espresse nella questione eccedino l'vnità, & che per ciò non si possino sottrarre dal numero posto, sarà la questione impossibile. Come se dicesse alcuno. Dammi vn numero,che se da quello,ne caui $\frac{2}{3}$.& $\frac{3}{5}$. rimanghino 36. sarà la questione impossibile. Perche $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. eccedono l'vnità, & per questo non si possono

cauare

cauare dal numero 300.da noi posto. Perche $\frac{2}{3}$.sono 200.& $\frac{3}{5}$.sono 180.le quali parti insieme fanno 380. il quale non si può leuare dal 300.

VI. CERCISI vn numero,del quale $\frac{1}{2}$.$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{4}$.$\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. faccino 522. Poni quel numero essere 60. del quale $\frac{1}{2}$.$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{4}$.$\frac{1}{5}$.& $\frac{1}{6}$ cioè 30.20.15.12.& 10.fanno 87.Et noi vogliamo 522.Di adunque; Se 87. vennero da 60. da che verranno 522? & ritrouarai 360. Perche $\frac{1}{2}$.$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{4}$.$\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$. di questo numero 360. sono 180.120 90 72 & 60 che fanno 522. *Questione* 6.

VII. Vno ad vn'altro, che gli domandaua, quanti denari hauesse, rispose, di hauer tanti scudi,che se à quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di piu 100.scudi, sarebbono 300.scudi. Adunque quanti denari hebbe? Acciò che questa questione si risolua per questa regola, s'hanno prima da leuare li 100. scudi dalli 300. si come hauemo detto nella 3. questione,& ricercare vn numero,che aggiongendosegli $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso si faccino 200. cioè il numero, che resta dopò d'hauer cauati 100. dal 300. Percioche all'hora aggiontoli 100 si faranno 300.come si propone nella questione. Poni adunque quel numero essere 24.del quale $\frac{1}{2}$.è 12.& $\frac{1}{3}$.8. & $\frac{1}{4}$. 6. le quali parti tutte aggionte à 24. fanno 50. Et noi vogliamo che faccino 200. Di adunque ; Se 50. nacquero da 24. da che risultaranno 200? Et ritrouerai 96 & tanta fu la somma delli scudi.Perche $\frac{1}{2}$.contiene 48.& $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$.24. li quali numeri tutti fanno 104.& aggionti à 96.fanno 200. al qual numero se finalmente li s'aggiongeranno 100. si faranno 300. *Questione* 7.

VIII. VNO volendo macinare 500.rubij di grano, andò da vn'molinaro, che haueua 5.macine, la prima delle quali per hora macinaua 7. rubij, la seconda 5.la terza 4. la quarta 3. la quinta 1. In quanto tempo adunque tutto il grano si macinarà, adoprandosi tutte le macine, & quanto grano se ne deue porre sopra ciascheduna macina? Poni in 4 hore. Il che posto, la prima mola macinarà 28 rubij, la seconda 20. la terza 16. la quarta 12. & la quinta 4. li *Questione* 8.

quali

quali rubij tutti fãno 80. Ma come dice la questione, deuono essere 500. Di adunque; Se 80. rubij nacquero da 4 hore, da quante hore risulteranno 500. rubij? & ritrouarai 25. hore. Perche in tante hore la prima mola macinarà 175. rubij, & la seconda 125. la terza 100. la quarta 75. & la quinta 25. li quali in tutto sono 500. rubij. Et tanti rubij s'hanno da mettere in ciascheduna mola, quanti rubij essa macina in 25. hore.

Questione 9. IX. Vno essendo andato à vna certa fiera, hà guadagnato con li denari, che portò con seco, tanto, che il guadagno insieme con li denari che portò, fu tre volte piu delli denari portati seco. Et dopò con questi denari in altre fiere hà guadagnato tanti denari, che il guadagno insieme cõ li denari portati à queste altre fiere fu cinque volte piu di questi denari Finalmẽte cõ questi denari in altre fiere hà guadagnato tanto, che il guadagno insieme con li denari, che vltimamente haueua, fu quattro volte piu di questi denari; & ritrouò dopò, che haueua 40000. scudi. Quanti denari adunque portò alla prima fiera? In questa questione si cerca vn numero, che moltiplicato per 3. & il numero prodotto per 5. & questo numero prodotto per 4. facci 40000. Poni quel numero essere 10. il quale se lo moltiplicarai per 3. farai 30. per il guadagno insieme col denaro nelle prime fiere. Et se moltiplicarai 30. per 5. farai 150. per il guadagno insieme co'l denaro nelle seconde fiere. Et se finalmente moltiplicarai 150. per 4. farai 600. per il guadagno insieme cõ il denaro nelle terze fiere. Ma noi hauiamo detto colui hauer trouato nelle terze fiere 40000. scudi. Di adũque; Se 600. nacquero da 10. da che verranno 40000? & ritrouerai 666. $\frac{2}{3}$. & tanti scudi portò seco colui alle prime fiere. Perche se moltiplicaremo 666$\frac{2}{3}$. per 3. faremo 2000 per il guadagno & denaro nelle prime fiere. Dopò se moltiplicaremo 2000. per 5. produrremo 10000. per il guadagno, & denaro nelle seconde fiere. Et finalmente se moltiplicaremo 10000. per 4 produrremo 40000. per il guadagno, & denaro nelle terze fiere.

X. Cer-

X. Cerchisi vn numero, che moltiplicandolo per 4. & il numero prodotto per 3 & questo numero prodotto per 6. & à questo numero prodotto aggiũgendo 10. si faccia 800. Questa questione per questa regola non si può sciorre, se prima non si leua 10. dal 800. per la ragione detta nella terza questione. Caui dunque 10. dal 800. & rimarrà 790. & questo numero è quello, che s'hà da produrre dalle moltiplicationi espresse nella questione. Perche se à quello si aggiongerà 10. si farà il numero 800. Poni il numero, che si cerca, essere 10. Il quale se lo moltiplicarai per 4. farai 40. il qual numero moltiplicato per 3. farà 120. Finalmẽte questo numero moltiplicato per 6. produrrà 720 Ma doueua produrre 790. Di adunque; 720. nacquero da 10. da che si produrranno 790? & ritrouerai 10$\frac{3}{3}\frac{5}{6}$. & questo è il numero, che si cerca. Perche se moltiplicarai 10$\frac{3}{3}\frac{5}{6}$. per 4 farai 43$\frac{8}{9}$. il qual numero di nuouo moltiplicato per 3. farà 131$\frac{2}{3}$. il quale se finalmẽte moltiplicarai per 6. produrrai 790. & aggiontoli 10. hauerai 800. *Questione* 10.

XI. Vn vecchio ad vno, che li domandaua della sua età, rispose, di hauere tanti anni, che se à quelli s'aggiõgesse $\frac{1}{2}$. di quelli che hà, & dalla somma si leuasse $\frac{1}{4}$. di quella; ne hauerebbe 99. anni. Quãti anni adunque hebbe? Qui s'ha da ritrouare vn numero, al quale se si agiongerà $\frac{1}{2}$. di quello, & della somma si cauarà $\frac{1}{4}$. della medesima somma, ne auanzi il numero 99. Poni colui hauere hauuto 80. anni. Se adunque si aggiongerà $\frac{1}{2}$ di quelli, cioè 40. anni, si faranno 120. dalli quali se si leuarà $\frac{1}{4}$. cioè 30. auanzaranno 90. Ma si dice, douere auanzare 99. Di adunque; se 90. nacquero da 80. da che nascerãno 99? & ritrouarai 88 & tanti anni hebbe quel vecchio. Perche se à quelli aggiongerai $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 44. farai 132. dalli quali se ne leuarai $\frac{1}{4}$. cioè 33. ne rimarranno 99. *Questione* 11.

XII. Apparisce la sommità d'vna torre di 24. palmi, & dice vno, che $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. della medesima torre sono coperti dalli edifitij, che li stanno attorno. Adunque quanta è l'altezza di tutta la torre? *Questione* 12.

N Qui

Qui s'ha da cercare vn numero, che se da quello se ne leui $\frac{1}{3}$. & di più $\frac{2}{5}$. restino 24. Poni quel numero essere 30. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 10. & $\frac{2}{5}$. cioè 12. restano 8. Ma noi vogliamo, che rimanghino 24. Di adunque; Se 8. nascono da 30 da che nasceranno 24? & ritrouerai 90. & tanta è l'altezza della torre. Perche se leuarai $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. cioè 30. & 36. rimarranno 24.

Questione 13. XIII. E vna hasta, della quale $\frac{1}{3}$. è bianco, & $\frac{1}{5}$ è nero, & $\frac{2}{9}$. sono di colore azurro, & ne auãzano 12 palmi rossi. Quanta è adunque la longhezza di quell'hasta? Qui ancora s'ha da cercare vn numero, che se da quello si leuarà $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. quello, che auanza, sia 12. Poni quel numero essere 45. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 15. & $\frac{1}{5}$. cioè 9. & $\frac{2}{9}$. cioè 10. ne rimangono 11 Ma ne doueuano restare 12. Di adũque; Se 11. nacquero da 45. da che riusciranno 12? & ritrouerai $49\frac{1}{11}$. & di tanti palmi è la longhezza di quell'hasta. Perche $\frac{1}{3}$. di quella contiene palmi $16\frac{4}{11}$. ma $\frac{1}{5}$. contiene $9\frac{9}{11}$. & $\frac{2}{9}$. sono palmi $10\frac{10}{11}$. li quali numeri tutti leuati dalla longhezza dell'hasta di palmi $49\frac{1}{11}$. rimangono 12. palmi.

Questione 14. XIV. VNO per 30 braccia di panno bianco, & 40. braccie di panno nero spese scudi 660. & costò ogni braccio di panno nero il poppio piu di ciascun braccio di panno bianco. Quanto adunque costò vn braccio di panno bianco, & quanto vn braccio di panno nero? Poni vn braccio di panno bianco essere costato 4. scudi, & perche il prezzo di vn braccio di panno nero è doppio maggiore, è necessario, vn braccio di panno nero essere costato scudi 8. Dalche siegue, che 30 braccia di panno bianco costano 120. scudi, & 40 braccia di panno nero vagliano scudi 320. li quali scudi tutti fanno scudi 440. Ma noi hauemo detto, che ha speso scudi 660. Di adunque; Se 440. nacquero da 4. da che nasceranno 660? & ritrouarai 6. scudi per il prezzo d'vn braccio di panno bianco, & perciò scudi 12. per il prezzo d'vn braccio di panno nero. Perche in questo modo 30. braccia di panno

no bianco costorno scudi 180. & 40. braccia di panno nero valeranno scudi 480. li quali scudi tutti fanno scudi 660.

REGOLA DEL FALSO

DI DOPPIA POSITIONE, *Cap.* XXIII.

PROPOSTASI qual si voglia questione da districarsi per la regola del falso di doppia positione, pongasi qual si voglia numero ò piccolo, ò grande, il quale si essamini secondo il tenore della questione. Perche se sarà conforme à quello, che si cerca, sarà sciolta la questione; ma se non, si notarà l'eccesso, ouero'l difetto, cioè quello, in che dal vero ci discostiamo, insieme con la lettera P. ouero M. delle quali quella significa Piu, & questa Meno, secondo che'l errore auanza il vero, ò manca da quello. Dopò pongasi di nuouo qualche altro numero, ò maggiore, ò minore del primo, il quale si essamini nel medesimo modo, &c. Perche da questa doppia positione, & doppio errore, si cauarà il vero, che si cerca, in questo modo. *La regola del falso di doppia positione come si faccia.*

SE nell'vna, & l'altra positione l'errore è fatto per eccesso, ò per mancamento, sottraggasi il minore errore del maggiore, & il numero, che resta, si serbi per il partitore. Dopò il numero posto la prima volta si moltiplichi per il secondo errore, & il numero la seconda volta posto si moltiplichi per il primo errore; & il minor numero prodotto si caui del maggiore. Perche se il numero, che resta, si diuiderà per il partitore già ritrouato, cioè per la differenza delli errori, ci darà il Quotiente il numero desiderato, che sodisfarà alla questione proposta. *Quando l'vna, & l'altra positione eccede la verità ò da quella mancasi fa la sottratione d'vn errore dall'altro &c.*

Quãdo vna positione eccede, & l'altra mãca dalla verità, si sommano insieme li errori, &c

Ma se nell'vna positione si farrà errato per eccesso, & nell'altra per difetto, s'haueranno da raccorre li due errori in vna somma per fare il partitore. Et similmente s'haueranno da raccorre in vna somma quelli due numeri, che dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori, come è stato detto, si produrranno, per fare il numero, che s'ha da diuidere, &c. Il che si farà chiaro, & manifesto dalle questioni

Questione I.

I. CERCHISI vn numero, che cauandosi dalla metà sua il $\frac{1}{3}$. & il $\frac{1}{4}$. rimanghino 300. Pongasi il numero 24. cioè, che habbia la parte $\frac{1}{2}$. espressa nella questione, & che $\frac{1}{2}$. di quello contenga l'altre parti espresse, cioè $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. acciò si schifino li rotti il più che sia possibile. Il qual numero facilmente si ritrouarà, se si farà vn numero, che habbia l'vltimi rotti, & quello poi si raddoppiarà. Suolsi questo numero la prima volta pigliato porre dalla banda sinistra nella superior parte d'vna croce à questo effetto costrutta, & l'errore nella parte inferiore dalla medesima banda sinistra, & finalmente la lettera P. ouero M. secondo che quello errore hà superato il vero, ò da quello mãcato in mezo della medesima parte sinistra. Non altrimente il numero la seconda volta posto con l'errore, & la lettera P. ouero M. si suole collocare dalla parte destra della medesima croce, come vedi esser fatto nel nostro essempio.

24. X 96.
M M
295. 280.
15.
il partitore.

Questo numero proposto 24. così si essaminarà secondo il tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 12. dal qual numero s'ha da sottrarre $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Il $\frac{1}{3}$. del numero 12. è 4. & $\frac{1}{4}$. è 3. li quali numeri leuati del 12. ne restano 5 Ma doueuano restare 300. Hauemo adunque errato dalla verità per mancamento di 295. vnità; & però questo errore s'hà da notare

con

con la lettera M.

PONGASI la seconda volta il numero 96. il quale così si essaminarà secondo'l tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 48. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 48. sono 16. & 12. che cauati da 48. lasciano 20. ma doueuano lasciare 300. Adunque habbiamo di nuouo mancato dalla verità in 280. vnità; & perciò questo errore s'ha da notare ancora con la lettera M.

HORA perche nell'vno, & l'altro ponimento hauemo mancato della verità, sottrarremo il minor errore del maggiore, & rimarrà il partitore 15. che scriueremo nella parte inferiore della croce. Dopò moltiplicaremo il numero 24. posto la prima volta per 280. cioè per il secondo errore, & il numero 96. la seconda volta posto per 295. cioè per il primo errore, & la sottrarremo il minor numero prodotto 6720 dal magiore 28320. & restarà il numero 21600. che s'hà da partire. Perche questo numero diuiso per il partitore 15. ritrouato darà il Quotiente 1440. che è il numero desiderato. Perche $\frac{1}{2}$. di esso e 720. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 720 sono 240. & 180 li quali numeri cauati da 720. lasciano 300. come nella questione si proponeua.

MA sciogliamo questa medesima questione per due altri numeri, che eccedono la verità, & dopò per altri, delli quali l'vno ecceda la verità, & l'altro da quella manchi. Pongasi adunque la prima volta il numero 4800 del quale $\frac{1}{2}$. è 2400. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 2400. sono 800. & 600 li quali numeri cauati da 2400. lasciano 1000. ma doueuano lasciare 300. solamente. Adunque habbiamo ecceduto la verità in 700. vnità; & perciò scriueremo questo errore

4800. X 2400.
P P
700. 200.
500.
il partitore.

insieme con la lettera P. nella parte sinistra della croce. Pongasi la seconda volta il numero 2400 del quale il $\frac{1}{2}$. e 1200. & di questo il $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sono 400. & 300. li quali numeri leuati da 1200. ne rimangono 500. Ma doueuano solamente restare 300. Adunque di nuouo habbiamo ecceduto la verità in 200. vnità. Il quale eerore notaremo similmente con la lettera P. Hora sottratto il minore errore del maggiore, restarà il partitore 500. & fatta la moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, come è stato detto: & sottratto il minore numero prodotto 960000. dal maggiore 1680000. restarà il numero 720000. che s'hà da diuidere. Il quale partito per 500. darà il Quotiente 1440. come prima.

Di nuouo poniamo la prima volta il numero 2400. il quale essaminato secondo la questione proposta, trouaremo l'eccesso 200. il quale errore si dourà scriuere con la lettera P. Poniamo la seconda volta il numero 96. il quale essaminato al medesimo modo, ritrouaremo il difetto 280. che s'ha da scriuere con la lettera M. Et perche in vna positione habbiamo ecceduto la verità, & nell'altra mancato dal vero, s'haueranno da aggiongere insieme li errori, acciò si componga il partitore 480. Similmente s'haueranno da raccorre in vna somma li due numeri prodotti dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, cioè 672000. & 19200. acciò si faccia il numero, che s'ha da diuidere, 691200. Perche partito questo numero 691200. & 480. si farà il Quotiente 1440. come prima.

2400.	X	96.
P		M
200.		280.
	480.	
	il partitore.	

Questione 2. II. ALESSANDRO Magno in vn ragionamento familiare, che hebbe vn giorno cō Calisthene filoso-

filosofo, occorrendogli à caso (come accade) far mentione dell'età, gli parlò in questo modo. Io hò due anni piu di Efestione, ma Clito ha l'età di amendue di noi, & quattro anni di più: Et cosi fra tutti tre hauiamo 96. anni, quanti apunto dicono che visse tuo padre. Quanti anni haueua adunque all'hora Alessandro, Efestione, & Clito? Qui vedi il numero 96. douersi diuidere in tre parti, in tal modo però, che la prima auanzi la secōda di due vnità, & la terza auāzi la prima, & la secōda giōte insieme di quattro vnità. ouero douersi trouare tre numeri, il primo de' quali auāzi il secōdo in due vnità & il terzo ecceda li primi due sōmati insieme in quatro vnità, & ch' tutti tre insieme, faccino 96. Poni dunque, ch' Alessādro hauesse 20. anni, & perciò Efestione 18. & Clito 42. Peroche cosi l'età d'Alessandro viene à superare l'età d'Efestione di 2. anni, & Clito hauerà l'età di tutti due, cioè 38. anni, & di piu 4. anni, come si propone nel quesito. Ma perche questi numeri 20. 18. & 42. fanno solamente 80. douendo fare 96. ne segue, che hauiamo mancato dal vero in 16. vnità. Poni adunque di nuouo, che gl'anni d'Alessandro fussero 30. & perciò quelli d'Efestione, 28. & quelli di Clito, 62. quali tutti insieme fanno 120. Ma douerebbono fare solamente 96. Hauiamo adunque ecceduto la verità in 24. vnità. Hora aggionti insieme i numeri de gl'errori, atteso, che l'vno ha mancato dal vero, & l'altro ha ecceduto il vero, si farà per il partitore il numero 40. Di piu fatta la moltiplicatione di 20. per 24. & di 30. per 16. & li prodotti 480. & 480. sommati insieme si faranno 960. che partiti per 40. si verrà à fare il Quotiente 24 & tanti

20.		X		30.
18.				28:
42.	M		P	62.
—				—
80.				120.
16.				24.
		40.		
		il partitore.		

ſono gl'anni, che haueua all'hora Aleſſandro Magno, & perciò ſecondo il tenore della queſtione, quelli d'Efeſtione furono 22. & di Clito 50. che tutti inſieme fanno 96. anni.

Queſtione 3. III. TRE hanno vna certa quantità di denari, cioè 44. ſcudi. Il ſecondo ne hà due volte piu che'l primo, & di più 4. ſcudi, ma il terzo, ne hà tanti, quanti il primo, & il ſecondo inſieme, & di più 6. ſcudi. Quanti adunque ne ha ciaſcuno? Qui vedi il numero 44. douerſi diſtribuire in tre parti, di modo tale, che la ſeconda ſia doppia della prima, & contenga di piu 4. ma la terza ſia vguale alla prima, & ſeconda inſieme, & contenga 6. di più. Ouero douerſi cercare tre numeri, delli quali il ſecondo contenga il primo due volte, & di più 4. ma il terzo contenga il primo & ſecondo inſieme vna volta, & di piu 6. Poni adunque il primo hauere 10. Il che poſto, hauerà il ſecondo 24. cioè il doppio del primo, & di più 4. ma il terzo hauerà 40. cioè tanto, quanto il primo & ſecondo inſieme, & 6. di piu; li quali tré numeri fanno 74. Ma douerebbono fare ſolamente 44. Adunque ſi è trapaſſata la verità in 30. vnità. Poni di nuouo il primo hauere 6. Adunque horà il ſecondo 16. & il terzo 28. li quali tre numeri fanno 50. Ma doueriano fare ſolamente 44. Adunque ſi è di nuouo eccedura la verità in 6. Vnità. Hora fatta la ſottrattione del minore errore dal maggiore, poiche l'vno, & l'altro errore ha ecceduto la verità, rimarrà il partitore 24.

10.		X		6.
24.				16.
40.	P		P	28.
—				—
74.				50.
30.				6.
		24.		
		partitore.		

Fatta di piu la moltiplicatione di 10. per 6. & di 6. per 30. & ſottratto quel prodotto 60. da queſto 180. reſtarà il numero 120. che s'ha da partire: il quale partito per 24. ſi farà il Quotiente 5. Tanto adunque

que hà il primo, & perciò il ſecondo 14. & il terzo 25. li quali tre numeri in vna ſomma raccolti fanno 44.

SE ſi moltiplicaſſero li numeri, che habbiamo poſti hauere il ſecondo, & il terzo, per li medeſimi errori, &c. ſi ritrouariano li numeri, che vanno veramente il ſecondo, & il terzo. Come da 24. per 6. ſi fanno 144. & da 16. per 30. ſi fanno 480. ma ſottratto quel numero da queſto, reſtano 336. Il qual numero partito per il partitore 24. ritrouato, ſi farà il Quotiente 14. per il numero del ſecondo. Di più, da 40. per 6. ſi fanno 240. & di 28. per 30. ſi fanno 840. ma ſottratto quel numero da queſto, reſtarà il numero 600. il quale partito per il partitore 24. ſi farà il Quotiente 25. per il numero del terzo. Ma meglio è, che ritrouato il numero del primo, ſi cerchino gli altri ſecondo'l tenore della queſtione, cioè, in quel modo, che l'vno, & l'altro numero falſamente poſto è ſtato eſſaminato. Alcuna volta nondimeno tornarà più commodo ritrouare gl'altri numeri in quel modo, che il primo è ſtato ricercato, come ſarà manifeſto nella 6. queſtione.

IV. Si cerchino tre numeri, che faccino 60. ma il ſecondo contenga il primo due volte, & di più 4. & il terzo contenga il primo, & il ſecondo, & di più 6. *Queſtione 4.* Queſta queſtione è ſimile in tutto alla antecedente. Poni il primo numero eſſere 6. & perciò il ſecondo 16. & il terzo 28. li quali tre numeri fanno 50. Ma doueuano fare 60. Adunque ſi è fatto errore per difetto in 10. Poni di nuouo il primo numero

6.		X		8.
16.				20.
28.	M		P	34.
—				—
50.				62.
10.				2.
		12.		
		il partitore.		

eſſere 8. & perciò il ſecondo 20. & il terzo 34. li quali tre numeri fanno 62. Ma doueriano fare 60. Adunque

que hauemo trapassato il vero in 2. Fà, come la regola commanda, & ritrouarai il primo numero essere $7\frac{2}{3}$. & conseguentemente il secondo $19\frac{1}{3}$. & il terzo 33. li quali tre numeri fanno 60.

Questione 5. V. Diuidasi il numero 30. in due parti, la prima delle quali con 60. faccia vn numero triplo del numero composto dalla seconda parte, & da 20. Poni la prima parte essere 20. & perciò la seconda 10. La prima con 60. fa 80. & la seconda con 20. fa 30. Ma doueria il numero 80. esser triplo del numero 30. secondo la pronuntiatione dell'essempio, il che non è, ma il numero 90. è triplo al numero 30. Hauiamo mancato adunque dal vero in 10. vnità. Poni di nuouo la prima parte essere 24. & per questo la seconda 6. La prima con 60. fa 84. & la seconda con 20. fa 26. Ma douerai il numero 84. secondo il tenore della questione, esser triplo del numero 26. il che non è, ma il numero 78. è triplo del numero 26. Adunque hauemo ecceduto la verità in 6. vnità. Fà hora come la regola commanda, & ritrouarai la prima parte essere $22\frac{1}{2}$. & per questo la seconda $7\frac{1}{2}$. Imperoche la prima con 60. fa $82\frac{1}{2}$. & la seconda con 20. fa $27\frac{1}{2}$. del qual numero quello è triplo.

20.		24.
10.		6.
— M	X	P —
10.		6.
	16.	
	il partitore.	

In vn'altro modo si può districare questa questione. Perche doppo che nella prima positione hauemo conosciuto, la prima parte 20. con 60. fare 80. & la seconda parte 10. con 20. fare 30. del qual numero quello doueua essere triplo; s'hauerà da cõsiderare, di qual numero sia triplo il numero 80. & trouaremo, che è triplo del numero $26\frac{2}{3}$. Onde essendo il numero 30. maggiore che $26\frac{2}{3}$. in $3\frac{1}{3}$. haueremo per questo ecceduto la verità in $3\frac{1}{3}$. Di nuouo, doppo che nella seconda positione è stato visto la prima parte 24. con 60. fare 84. & la seconda parte 6. con 20. fare 26. del qual numero quello doueria essere triplo; s'hauerà da considerare, di qual numero sia triplo il numero 84. & trouaremo, che è triplo del numero 28. dal quale il numero 26. manca in due vnità. Hauemo dunque mancato dalla verità in 2. Fà hora secondo la regola, & ritrouarai la prima parte essere $22\frac{1}{2}$. & la seconda $7\frac{1}{2}$. come prima. Ma il primo modo par più comodo, poiche per quella più facilmente si schifano i numeri rotti.

20.		24.
10.		6.
— P	X	M —
$3\frac{1}{3}$.		2.
	$5\frac{1}{3}$.	
	partitore.	

Questione 6. VI. Cerchinsi tre numeri, delli quali il primo aggionto a 73. sia doppio de gl'altri due; ma il secondo con 73. sia triplo de gl'altri due; & finalmente il terzo con 73. sia quadruplo de gl'altri due. Poni il primo numero essere 1. ouero qual si voglia altro numero dispari, accioche aggiõto a 73. faccia numero paro, cioè che possa hauere la metà senza rotto, poiche il primo con 73. deue fare vn numero doppio de gl'altri due. Perche adunque 1. con 73. fa 74. il qual numero secondo la questione proposta, deue essere doppio de gl'altri due, è necessario, che gl'altri due insieme siano 37. Et perche il secondo con 73. deue fare vn numero triplo del primo, (che è 1.) & del terzo insieme, s'hauerà per tanto diuidere (come nella precedente questione è stato insegnato) il numero 37.

Essempio principale.

1.		3.
$10\frac{1}{4}$.		$12\frac{1}{2}$.
$26\frac{3}{4}$. P	X	P $25\frac{1}{2}$.
— —		— —
$54\frac{3}{4}$.		$36\frac{1}{2}$.
	$18\frac{1}{4}$.	
	partitore.	

in

in [...] due parti, la prima delle quali con 73. faccia vn numero triplo del numero, che dalla ſeconda parte, & dall'vno ſi compone: Et coſi auanti che la propoſta queſtione ſi ſciogliа, è neceſſario ſcioglierne vn'altra, che occorre in eſſa operatione.

Poni adunque la prima parte di 37. eſſere 2. & perciò la ſeconda 35. La prima parte 2. con 73. fa 75. & la ſeconda parte 35. con 1. fa 36 del qual numero non è triplo il numero 75. ma il numero 108. Adunque hauemo mancato dal vero in 33. vnità, concioſia che di tante vnità il noſtro numero 75. ſia minore del numero 108. Poni di nuouo la prima parte eſſere 5. & perciò la ſeconda 32. La prima con 73.

Eſſempio manco principale.

2.		X		5.
35.				32.
—	M		M	—
33.				21.

12.

partitore.

fa 78 & la ſeconda con 1. fa 33. del qual numero non è triplo il numero 78. ma il numero 99 Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 21. vnità. Fà hora ſecondo il precetto della regola del falſo, & ritrouarai la prima parte eſſere $10\frac{1}{4}$. & perciò la ſeconda $26\frac{3}{4}$.

Adunque ſe il primo numero della queſtione è 1. ſarà il ſecōdo $10\frac{1}{4}$. & il terzo $26\frac{3}{4}$. perche coſi il primo numero con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il ſecondo con 73. fa il triplo dell'altri due. Se adnnque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, ſarà ſodisfatto alla queſtione.

Eſſempio principale.

1.		X		3.
$10\frac{1}{4}$.				$12\frac{1}{2}$.
$26\frac{3}{4}$.				$25\frac{1}{2}$.
—	P		P	—
$54\frac{3}{4}$.				$36\frac{1}{2}$.

$18\frac{1}{4}$.

partitore.

ſtione. Ma il terzo con 73. fa il numero $99\frac{3}{4}$. il quale non è quadruplo del numero $11\frac{1}{4}$ che ſi compone dal primo, & ſecondo, ma il numero 45 è quadruplo del numero $11\frac{1}{4}$. Adunque hauemo trapaſſato la verità in $54\frac{3}{4}$.

Hora poni il primo numero eſſere 3 che con 73. fa 76 il qual numero deue eſſere doppio de gl'altri due. Adunque gl'altri due ſaranno 38. Et perche il ſecondo con 73. deue eſſere triplo del primo, (che è 3.) & del terzo inſieme, s'hauerà per tanto da diuidere (come nella queſtione precedente è ſtato inſegnato.) il numero 38. in due parti, delle quali la prima con 73. faccia vn numero triplo del numero, che ſi compone dalla ſeconda parte, & dal 3.

Poni adunque la prima parte di 38. eſſere 2. & perciò la ſeconda 36. La prima parte con 73. fa 75. & la ſeconda con 3. fa il numero 39. del quale il numero 75. non è triplo, ma il numero 117. Adunque hauemo mancato dalla verità nel numero 42. Poni di nuouo la prima parte eſſere 23. & conſeguentemente la ſeconda 15. La prima con 73. fa 96. & la ſeconda con 3. fa 18. del qualnumero non è triplo il numero 96.

Eſſempio manco principale.

2.		X		23.
36.				15.
—	M		P	—
42.				42.

84.

partitore.

ma il nnmero 54. Adunque hauemo trapaſſato il vero in 42. Fà ſecondo la regola del falſo, & ritrouarai la prima parte eſſere $12\frac{1}{2}$. & conſeguentemente la ſeconda $25\frac{1}{2}$.

ADVNQVE ſe'l numero primo della queſtione propoſta è 3. il ſecondo ſarà $12\frac{1}{2}$. & il terzo $25\frac{1}{2}$. Perche coſi il primo con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il ſecondo con 73. fa il triplo de gl'altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, ſarà ſciolta la queſtione. Ma il terzo

con

con 73. fa il numero $98\frac{1}{2}$. il quale non è quadruplo del numero $15\frac{1}{2}$. che è compoſto dal primo 3. & dal ſecondo $12\frac{1}{2}$. ma il numero 62. Adunque hauemo ecceduto il vero in $36\frac{1}{2}$.

Eſſempio principale.

1.				3.
$10\frac{1}{4}$.				$12\frac{1}{2}$.
$26\frac{3}{4}$.	P	X	P	$25\frac{1}{2}$.
$54\frac{3}{4}$.				$36\frac{1}{2}$.
		$18\frac{1}{4}$.		
		partitore.		

HORA ſe moltiplicarai li primi numeri per li errori in croce, & ſimilmente li ſecondi, & li terzi, (perche più commodamente ſi ritrouaranno il ſecondo, & il terzo in queſto modo, che ſe li vorremo ricercare dal primo ritrouato: imperoche quì ſarebbe neceſſario valerſi della queſtione precedente) & fatta la ſottrattione, diuiderai li numeri, che rimangono, per il partitore ritrouato $18\frac{1}{4}$. cioè per la differenza delli errori, poiche nell'vna, & l'altra poſitione è ſtato ſempre fatto eccesso, ritrouarai il primo numero eſſere 7. il ſecondo 17. & il terzo 23. Perche il primo con 73. fa 80. il qual numero è doppio de gl'altri due: ma il ſecondo con 73. fa 90. il qual numero è triplo de gl'altri due; & finalmente il terzo con 73. fa 96. il qual numero è quadruplo de gl'altri due.

Queſtione 7. VII. CERCHISI vn numero, che moltiplicato per 3. & prodotto aggiontoli 10. & queſta ſomma moltiplicata per 4. & al prodotto aggiontoli 20. & queſta ſomma moltiplicata per 5. & al prodotto aggiontoli 30. & finalmente queſta ſomma moltiplicata per 6. & al prodotto aggiontoli 40. ſi produchi queſto numero 6700.

2.				3.
	M	X	M	
3960.				3600.
		360.		
		partitore.		

Fingi quel numero eſſere 2. che moltiplicato per 3. fa

fa 6. & aggiontoli 10. fa 16. & queſta ſomma moltiplicata per 4. fa 64 & aggiontoli 20. fa 84. In oltre queſta ſomma moltiplicata per 5. fa 420. & aggiontoli 30 fa 450. Finalmente queſta ſomma moltiplicata per 6. fa 2700. & aggiontoli 40. fa 2740 Ma doueua queſta vltima ſomma eſſere 7600. Habbiamo adunque mancato dalla verità in 3960. Di nuouo fingi il medeſimo numero eſſere 3. che moltiplicato per 3. fa 9. & aggiontoli 10 fa 19. & queſta ſomma moltiplicata per 4 fa 76. & aggiontoli 20. fa 96. Di più, queſta ſomma moltiplicata per 5. fa 480. & aggiontoli 30. fa 510. Finalmente queſta ſomma moltiplicata per 6. fa 3060. & aggiontoli 40. fa 3100. Ma doueuamo fare 6700. Adunque di nuouo hauemo mancato dalla verità in 3600. Fà ſecondo la regola, & ritrouarai il numero cercato eſſere 13. Perche queſto numero moltiplicato per 3. fa 39. & aggiontoli 10. fa 49. Queſta ſomma moltiplicata per 4. fa 196. aggiontoli 20. fa 216. la qual ſomma moltiplicata per 5. fa 1080. & aggiontoli 30. fa 1110. la qual ſomma finalmente moltiplicata per 6. fa 6660. & aggiontoli 40. fa 6700.

VIII. Vn maeſtro di ſcola ha tanti ſcolari, che, ſe ciaſcheduno pagarà ſcudi 5. gli manchino ſcudi 30. per comprare la caſa, nella quale habita; ma ſe ciaſcheduno darà 6. ſcudi, gl'auanzino 40. ſcudi oltra il prezzo della caſa. Quanti ſcolari adunque hà, & quanto è il prezzo della caſa? Quì niente altro ſi cerca, che vn numero, che moltiplicato per 5. faccia tal numero, che aggiontoli 30. faccia la medeſima ſomma, la quale rimane, ſe il medeſimo numero ſi moltiplica per 6 & dal prodotto ſi cauano 40. Poni adunque quel numero de i ſcolari eſſere 30. che moltiplicato per 5. fa 150. & aggiontoli 30. fa 180. Tanto adunque li coſterà la caſa, ſe n'hauerà 30. ſcolari, delli quali ciaſcheduno paghi cinque ſcudi. Hora vediamo, ſe auanzano 40. ſcudi oltra queſto prezzo, ſe ciaſcheduno pagarà 6. ſcudi. Moltiplica adunque il medeſimo numero delli 30. ſcolari per 6. & farai 180. Queſtione 8.

ſcudi

scudi,& auanzarà nulla oltra il prezzo della casa. Ma doueuano auanzare scudi 40. Adunque hauemo mancato dalla verità in 40. Di nuouo fingi il numero delli scolari esser 100. che moltiplicato per 5. fa 500 & aggiontoli 30. fa 530. Tanto adunque costarà la casa, se haurà 100. scolari, delli quali ciascheduno paghi scudi 5. Hora vediamo, se auanzano 40. scudi oltra questo prezzo della casa, se ciascheduno darà 6. scudi. Moltiplica dunque il medesimo numero delli 100. scolari per 6. & farai 600. & auanzano 70. scudi oltra il prezzo di scudi 530. della casa. Ma doueuano auanzare solamente 40. Adunque hauemo ecceduto la verità in 30. Opera secondo la regola del falso, & ritrouarai il numero delli scolari essere 70. Perche questo numero moltiplicato per 5. fa 350. & aggiontoli 30. fa 380. Tanto adunque è il prezzo della casa. Il medesimo numero 70. delli scolari moltiplicato per 6. fa 420. il qual numero eccede il prezzo della casa di scudi 380. in 40. come la questione vuole.

40. X 500.
M P
40. 30.
70.
partitore

Questione 9. IX. Due doueuano partire vgualmente tra di loro 60. scudi. Ma essendo nato disparere tra essi, ciascuno ne ha tolti quanti ha possuto. Ma di poi essendo pacificati, il primo pose giù il $\frac{1}{4}$. de suoi denari, & il secondo il $\frac{1}{3}$. delli suoi; & auuenne all'hora, che tãto il primo pigliando quel $\frac{1}{3}$. del secondo, quanto il secondo, pigliando quel $\frac{1}{4}$. del primo, ne hauesse 30 scudi. Quanti adunque n'haueua tolto ciascuno di loro la prima volta? Poni che il primo pigliasse 36. scudi, & perciò il secondo gl'altri 24. Se adunque il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 9. scudi, gli restaranno in mano 27 scudi, a i quali se aggiongeremo il $\frac{1}{3}$. del secondo, che si dice hauer posto giù, cioè 8. scudi, faremo

remo

remo 35. per li denari del primo. Ma egli doueua hauere solamente 30. Adunque hauiamo ecceduto il vero in 5. Fingi hora, il primo hauere tolto 12. & perciò il secondo il resto, cioè 48. Se adunque il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 3. scudi, gli restaranno 9. scudi, alli quali se aggiógeremo il $\frac{1}{3}$ del secondo, cioè 16. scudi, faremo 25. scudi per li scudi del primo. Ma doueuano essere 30. Adunque hauiamo mãcato dal vero in 5. vnità. Opera secondo la regola, & ritrouarai, che il primo ne ha tolto 24. & perciò il secondo 36. Perche se il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 6 scudi, & alli 18. che gli restano, aggiongerà il $\frac{1}{3}$. del secondo, cioè 12. hauerà 30. scudi. Così ancora, se il secondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 12. scudi, & alli 24. che restano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 6. hauerà 30. scudi, come il primo.

36. 12.
24. 48.
P X M
5. 5.
10.
partitore.

POTREMO ancora dal numero, che per il secondo ponemmo, nel medesimo modo cauare la verità. Imperoche nel primo ponimento del secondo, che è 24. se'l secõdo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 8. scudi, & alli 16. che restano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 9. scudi, hauerà 25. scudi, che douerebbono essere 30. Hauiamo adunque mancato in 5. vnità. Et nell'altra

36. 12.
24. 48.
M X P
5. 5.
10.
partitore.

l'altra poſitione del ſecondo, ſe il ſecondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 16. ſcudi, & à gl'altri 32 che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 3. farà 35. ſcudi. che non douerebbono eſſere più di 30 Adunque habbiamo ecceduto il vero in 5. vnità. Fà ſecondo la regola, moltiplicando gl'errori per le poſitioni del ſecondo, &c. ritrouarai, che il ſecondo hà tolto 36. ſcudi, & il primo 24. come prima.

Queſtione 10. X. DVE doueuano partire tra di loro 100 ſcudi vgualmente, ma eſſendo occorſo tra eſſi diſparere, ciaſcheduno ne tolſe, quanto puote. Doppo fatta pace, poſe giù il primo il $\frac{1}{3}$ delli ſuoi denari, & il ſecondo il $\frac{1}{5}$. delli ſuoi: & il primo pigliò queſto $\frac{1}{5}$. del ſecondo, & il ſecondo quel $\frac{1}{3}$. del primo Il che fatto, l'vno, & l'altro hebbe 50. ſcudi. Quanto adunque ciaſcheduno nel principio ne tolſe? Fingi che il primo ne toglieſſe 30. ſcudi, & perciò il ſecõdo 70. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 10. che ſe lo pone giù, gli reſtaranno 20. Il $\frac{1}{5}$. del ſecondo è 14. che ſe lo daremo al primo, ne hauerà il primo 34. ſcudi Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in 16. Fingi di nuouo, che il primo ne habbia tolto 60. & perciò il ſecondo 40. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 20. che ſe lo pone giù, gli auanzano ſcudi 40. Il $\frac{1}{5}$. del ſecondo è 8. che ſe lo daremo al primo, ne hauerà il primo 48. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato ancora in queſto ponimento dalla verità in 2. Opera ſecondo la regola, & ritrouarai il primo hauere tolto $64\frac{2}{7}$. & perciò il ſecondo $35\frac{5}{7}$. Perche il $\frac{1}{3}$. del primo è $21\frac{3}{7}$. che ſe lo pone giù, gli ne reſtano $42\frac{6}{7}$. Il $\frac{1}{5}$. del ſecondo è $7\frac{1}{7}$. che ſe lo pone giù, gli rimangono $28\frac{4}{7}$. Hora ſe daremo il $\frac{1}{3}$. del

30.			60.
70.	M	X M	40.
16.			2.
	14.		

partitore.

ſecon-

ſecondo, cioè $7\frac{1}{7}$. al reſtante del primo, che fù $42\frac{6}{7}$. hauerà il primo 50. Coſi ancora ſe daremo il $\frac{1}{3}$. del primo, cioè $21\frac{3}{7}$. al reſto dei ſecondo, che fù $28\frac{4}{7}$. hauerà il ſecondo ſimilmente 50. ſi come nella queſtione ſi proponeua.

XI. DVE tra di loro coſi diſtribuiſcono 100. ſcudi, che ſe il primo ne pone giù $\frac{1}{3}$. delli ſuoi, & il ſecondo $\frac{1}{4}$. delli ſuoi, & la ſomma di queſte parti ſi diuida in due parti vguali, & ſe ne dia $\frac{1}{2}$. all'vno, & all'altro numero rimaſto, ſi faccino due numeri vguali, cioè 50. & 50 Quali adunque ſono le parti di amendue? Fingi la parte del primo eſſere 60. & perciò quella del ſecondo 40. Se il primo ne porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 20. gli ne reſtaranno 40. ma ſe'l $\frac{1}{4}$. del ſecondo, cioè 10. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè à 20. ſi farà 30. & ſe'l $\frac{1}{2}$. di queſta ſomma 30. cioè 15. daremo al reſto del primo, che fù 40. faremo 55. Ma doueuamo fare ſolamente 50. Adunque hauemo ecceduto la verità in 5. Fingi di nuouo il primo hauere 24. & perciò il ſecondo 76. (Hò poſti queſti numeri, perche il primo ha $\frac{1}{3}$. & l'altro $\frac{1}{4}$. ſenza rotti.) Se il primo porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 8. gli auanzarano 16. ma ſe'l $\frac{1}{4}$. del ſecondo, cioè 19. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè à 8 farà 27. & ſe'l $\frac{1}{2}$. di queſta ſomma 27. cioè $13\frac{1}{2}$. daremo al reſto del primo, che fù 16. hauerà il primo $29\frac{1}{2}$. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in $20\frac{1}{2}$. Fà hora ſecondo la regola, & ritrouarai la parte del primo eſſere $52\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. & perciò del ſecondo $47\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. Imperoche $\frac{1}{3}$. del primo è $17\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. la qual parte ponendola giù gli reſtaranno $35\frac{1}{1}\frac{5}{7}$. Il $\frac{1}{4}$. del ſecondo è $11\frac{1}{1}\frac{3}{7}$. che ponendolo giù gli auanzaranno

Queſtione 11.

60.			24.
40.	P	X M	76.
5.			$20\frac{1}{2}$.
	$25\frac{1}{2}$.		

partitore.

ranno $35\frac{5}{17}$. & la ſomma dal $\frac{1}{3}$. del primo, & dal $\frac{1}{4}$. del ſecondo, cioè da $17\frac{11}{17}$. & $11\frac{13}{17}$. è $29\frac{7}{17}$. il $\frac{1}{2}$. della quale, cioè $14\frac{12}{17}$. aggionto al reſto del primo, cioè a $35\frac{5}{17}$. & al reſto del ſecondo, cioè, a $35\frac{5}{17}$. fa 50. & 50.

60. 24.
40. P X M 76.
5. 20 $\frac{1}{2}$.

25 $\frac{1}{2}$.

il partitore

Queſtione 12. XII. Partiſcaſi il numero 1000. in due parti delle quali la maggiore eccede la minore in 49. Fingi la magggior parte eſſere 600. & perciò la minore 400. Quella eccede queſta in 200. & noi voleuamo, che l'ecceſſo foſſe 49. Adunque hauemo trapaſſato il vero in 151. Fingi di nuouo la maggior parte eſſere 550. & per ciò la minore 450. Quella eccede queſta in 100. & noi voleuamo, che l'eccesso fosse 49. Adunque vn'altra volta hauemo trapaſſato il vero in 51. Opera adunque ſecondo la regola, & ritrouarai la maggior parte eſſere $524\frac{1}{2}$. & perciò la minore $475\frac{1}{2}$. Perche quella eccede queſta nel numero propoſto 49.

600. 550.
400. P X P 450.
151. 51.

100.

partitore.

Queſtione 13. XIII. Vno ha due vaſi d'oro, & vn coperchio di valuta di 150. ſcudi, che aggionto al primo vaſo fa quello triplo del ſecondo vaſo nel prezzo, ma aggionto al ſecondo vaſo fa quello del medeſimo prezzo con il primo. Quanto adunque coſtano quelli

quelli due vaſi? Quì ſi cercano due numeri, delli quali il primo con 150. ſia triplo del ſecondo, & il ſecondo con 150. ſia vguale al primo. Poni il primo vaſo coſtare trenta ſcudi, (Pongo queſto numero, perche aggiontoli 150. ſi fa vn numero, che è triplo ad vn'altro ſenza rotti.) Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, coſtarà 180. ſcudi. Et perche queſto prezzo deue eſſere triplo del prezzo del ſecondo vaſo, coſtarà per tanto il ſecondo vaſo ſeſanta ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 150 ſcudi, coſtarà 210. ſcudi. Ma doueua coſtare ſolamente 30. acciò il prezzo ſuo foſſe vguale al prezzo del primo. Adunque hauemo ecceduto il vero in 180. Poni di nuouo il primo vaſo coſtare 90. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, coſtarà 240. ſcudi, & perciò il ſecondo vaſo coſtarà 80. ſcudi, atteſo che quel numero ſia triplo di queſto. Aggiontoli il coperchio, coſtarà 230. Ma doueua coſtare ſolamente 90. acciò il prezzo ſuo foſſe vguale al prezzo del primo. Hauemo dunque vn'altra volta ſuperato il vero in 140. Fà ſecondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaſo ſcudi 300. Perche aggiontoli il coperchio di centocinquanta ſcudi, ſi farà il prezzo di quattrocentocinquanta ſcudi, & per queſto il prezzo del ſecondo vaſo ſarà 150. ſcudi, cioè la terza parte di quello; & aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, ſi farà il prezzo di 300. ſcudi, vguale al prezzo del primo.

30. 90.
150. 150.
—— ——
180. P X M 240.

180. 140.

40.

partitore.

Questione 14. XIV. Vno hà due vasi d'oro, & vn coperchio, che vale 100. scudi, il quale aggionto al primo vaso fa quello triplo del secondo nel prezzo, ma aggionto al secondo fa quello duplo del primo nel prezzo. Quanto adunque vagliano quelli due vasi? Fingi il primo valere scudi 50. Aggiontoli il coperchio di scudi 100. valerà 150. scudi, & perciò il secondo varrà ancora 50 scudi, atteso che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio varrà 150. scudi, il qual numero non è doppio di quel prezzo del primo di scudi 50. ma il numero 100. è doppio di 50. Adunque hauemo trapassato la verità nel numero 50. Poni di nuouo il primo valere 110. scudi Aggiontoli il coperchio di 100. scudi valerà 210. scudi, & per questo il secondo valerà 70. scudi, essendo che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio di scudi 100. valerà 170. scudi, il qual numero non è doppio del prezzo del primo di scudi 110. ma il numero 220. è doppio di quello Adunque hauemo mancato dalla verità in questo numero 50. Opera secondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaso scudi 80. Perche aggiontoli il coperchio di 100 scudi si farà il prezzo di 180. scudi, & per questo il prezzo del secondo vaso sarà di 60. scudi, cioè la terza parte di quello; & aggiontoli il coperchio, si farà il prezzo di 160. scudi doppio del prezzo del primo, che era di scudi 80.

50.		110.
100.		100.
——	P X M	——
150.		210.
50.		50.
	100.	
	partitore.	

Questione 15. XV. Vno comprò tante pernici, che se ne hauesse compre $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di quelle, & di più 22. ne haueria 100. Quante adunque ne comprò? Quì si cerca vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. con 22. faccino 100. Poni colui hauere comprato 12. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. le quali parti fanno

13.

13. & aggiontoli 22. fanno 35. Ma doueuano fare 100. Adunque hauemo mancato dal vero in 65. Poni di nuouo colui hauerne compre 60. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 30. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. le quali parti fanno 65. & aggiontoli 22. fanno 87. Ma doueano fare 100. Adunque hauemo mancato di nuouo dal vere in questo numero 13. Fà adunque secondo la regola, & ritrouarai colui hauere comprato 72. pernici. Perche $\frac{1}{2}$. di questo numero è 36. & $\frac{1}{3}$. 24. & $\frac{1}{4}$. 18. le quali parti fanno 78. & aggiontoli 22. fanno 100.

12.		60.
	M X M	
65.		13.
	52.	
	partitore.	

XVI. Due hanno vna certa somma di scudi, che se il secondo ne darà 12. al primo, il primo ne hauerà sei volte tanto, quanto il secondo; & se il primo ne darà 15. al secondo, ne hauerà il secondo dieci volte tanto, quanto il primo. Adunque ciascheduno quanti scudi n'hà? Quì si cercano due numeri, delli quali il primo con 12. vnità del secondo sia sei volte tanto, quanto l'auanzo del secondo; & il secondo con 15. vnità del primo sia dieci volte tanto, quanto'l auanzo del primo. Per poter più facilmente sciorre questa, & altre simili questioni senza rotti, s'hauerà da cominciare dal numero secondo. Fingi adunque il secondo hauere 20. del qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, secondo'l tenore della questione, sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, che è 8. Questione 16.

20.		100.
	M X M	
175.		4895.
	4720.	
	partitore.	

Hauerà adunque all'hora il primo 48. & perciò, auanti che pigliasse 12. dal secondo, n'haueua 36. Ma se di questo numero 36 del primo daremo 15. vnità al secondo, che n'ha 20. haurà il secondo 35. il qual numero deue essere dieci volte tanto, secondo il tenore della questione, quanto è il resto del primo, che è 21. Ma è cosa chiara, il numero 35. non essere dieci volte tanto, quanto, è'l numero 21. ma il numero 210. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato dalla verità in 175. Poni di nuouo il secondo hauere 100. del quale numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, si come vuole la questione, sei volte tanto, quanto è l'auanzo del secondo, che è 88. Hauerà adunque il primo all'hora 528. & però, innanzi che pigliasse 12. dal secondo, ne haueua 516. Hora se da questo numero 516. del primo daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo 115. il qual numero deue essere dieci volte tanto, come vuole la questione, quanto è il resto del primo, che è 501. Ma è cosa chiara, il numero 115. non essere dieci volte tanto, quanto è'l numero 501. ma il numero 5010. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 4895. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo hauere $17\frac{\ }{5}\frac{2}{9}$. dal qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo sei volte tanto, quanto è'l resto del secondo, che è $5\frac{\ }{5}\frac{2}{9}$. Adunque hauerà all'hora il primo $30\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. & perciò auanti, che pigliasse 12. dal secondo, n'hebbe $18\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. Perche se di questo numero daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo $32\frac{\ }{5}\frac{2}{9}$. il qual numero è dieci volte tanto, quanto è l'auanzo del primo, che è $3\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. si

20.		100.
M	X	M
175.		4895.

4720.
partitore.

come

come propone la questione.

XVII. Due hanno vna certa somma di scudi, se il secondo darà 6. al primo, hauerà il primo il doppio del resto pel secondo; & se il primo darà tre al secondo, hauerà il secondo vn numero vguale al resto del primo. Quanti scudi adunque ciascheduno hebbe? Qui ancora si cercano due numeri, delli quali il primo con sei vnità del secondo sia doppio dell'auanzo del secondo; & il secondo con 3. vnità del primo sia vguale all'auanzo del primo. Poni il secondo hauere 15. del quale numero se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 18. cioè il doppio del resto del secondo, che è noue. Et per questo prima che pigliasse sei dal secondo, n'hebbe 12. Hora se da questo numero 12. daremo 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 18. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 9. ma maggiore. Adunque hauemo trapassato la verità in noue. Poni di nuouo il secondo hauere 20. dal qual numero, se daremo sei vnità al primo, hauerà il primo 28. cioè il doppio del resto del secondo, che è 14. Adunque auanti che pigliasse 6. dal secondo, n'haueua 22. Hora se il primo darà al secondo 3. vnità, hauerà il secondo 23. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 19. ma maggiore. Adunque hauemo ecceduto di nuouo la verità in 4. Opera seconda la regola, & ritrouarai il secondo hauere 24. dal qual numero, se paremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 36. cioè il doppio del resto del secondo, che è 18. Adunque prima n'hebbe 30. & per questo se darà 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 27. il qual numero è vguale al resto del primo, che ancora è 27. Questione 17.

15.		20.
P	X	P
9.		4.

5.
partitore.

E vna

Questione 18. XVIII. E vna ciſterna, che hà in fondo tre cannelle diſuguali. Per la maggiore verſa tutta l'acqua in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più piccola in 6. Se adunque l'acqua ſempre ſi verſerà vgualmente. in quanto tempo ſi votarà, ſe tutte le tre cannelle ſi aprirano inſieme? Fingi in 4 hore, & di; Se la maggior cannella in 2. hore vota vn ciſterna, che votarà in 4. hore? & ritrouerai 2. ciſterne. Di più ſe la cannella mezzana in 3. hore vota vna ciſterna, quanto ne votarà in 4 hore? & ritrouarai $1\frac{1}{3}$ ciſterna. Di più ſe la più piccola cannella in 6. hore vota vna ciſterna, quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai $\frac{2}{3}$. di ciſterna: & coſi tutte tre le canelle in 4. hore votaranno 4. ciſterne. Ma noi vogliamo ſolamente vna ciſterna. Adunque hauemo ecceduto il vero in 3. Poni di nuouo in 10. hore, & di; Se la maggior cannella in 2. hore vota 1. ciſterna, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouerai 5. ciſterne. Di più, ſe la cannella mezzana vota vna ciſterna in 3. hore, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouerai ciſterne $3\frac{1}{3}$. Di più, ſe la più piccola cannella in 6. hore vota vna ciſterna, che votarà in 10. hore? & ritrouerai $1\frac{2}{3}$. ciſter. & coſi tutte tre le cannelle votariano in 10. hore 10. ciſterne. Ma noi vogliamo vna ciſterna. Adunque hauiamo di nuouo ecceduto il vero in 9. Fa ſecondo la regola, & ritrouarai in 1 hora votarſi la ciſterna. Perche la maggior cannella in vn'hora votarà $\frac{1}{2}$. & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la piu piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno 1. ciſterna.

4.   10.

P   X   P

3.   9.

6.

partitore.

Queſta queſtione ſi può proporre ancora coſi. E vna ciſterna, che hà nella bocca tre cannelle diſuguali; Per la maggior ſi empie la ciſterna in 2. hore,

per la mezzana in 3. & per la piu piccola in 6. &c.

XIV. E vna ciſterna, che hà vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 12. hore, & nel fondo hà vn'altra cannella, per la qual ſi vota in 18. hore. Se adunque per la cannella di ſopra di contiuuo entrarà acqua, & per quella da baſſo ſempre n'vſcirà, in quanto tempo s'empierà tutta la ciſterna? Poni in 20. hore, & di; Se in 18. hore ſi vota 1. ciſterna, che ſi votara in 20. hore? & ritrouarai $1\frac{1}{9}$. ciſter. Adunque è neceſſario, che ſi empino in 20. hore ciſterne $2\frac{1}{9}$. accioche nel medeſimo tempo votandoſi $1\frac{1}{9}$. ciſterna, reſti 1 ciſterna piena. Di adunque; Se in 12. hore s'empie 1. ciſterna, che s'empiera in 20. hore? & ritrouarai $1\frac{2}{3}$. ciſter. Ma noi vogliamo ciſter. $2\frac{1}{9}$. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{4}{9}$. Poni hora in 30. hore, & di; Se in 18. hore ſi vota 1. ciſterna, che ſi votara in 30. hore? & ritrouarai $1\frac{2}{3}$. ciſter. E neceſſario adunque, che in 30. hore s'empino ciſterne $2\frac{2}{3}$. accioche nel medeſimo tempo, votandoſi $1\frac{2}{3}$. ciſter. reſti piena 1. ciſterna. Di adunque; Se in 12. hore s'empie 1 ciſterna, che s'empiera in 30. hore? & ritruoarai ciſterne $2\frac{1}{2}$. Ma noi voleuamo ciſterne $2\frac{2}{3}$. Di nuouo adunque hauemo mancato dalla verita in $\frac{1}{6}$. Opera adunque ſecondo la regola, & ritrouerai in 36. hore empirſi la ciſterna. Perche in 36. hore la cannella ſuperiore empiera 3. ciſterne, & la inferiore votara 2. ciſterne, & coſi ne rimarra vna piena.

Queſtione 19.

20   30.

M   X   M

$\frac{4}{9}$ $\frac{1}{6}$.

$\frac{5}{18}$.

partitore

XX. Vn'artefice finiſce vna certa opera in 30. giorni, ma ſe ne s'aggiongera vn'altro, la finiranno tutti *Queſtione* 20.

tutti due in 18. giorni. In quanto tempo adunque questo secondo solo finirà la medesima opera? Di primieramente, Se il primo maestro in 30. giorni finisce l'opera, quanto ne farà in 18. giorni? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. dell'opera. Adunque il secondo nel medesimo tempo ne farà $\frac{2}{5}$. acciò che tutti due finischino tutta l'opera. Poni adunque primieramente, che il secondo finisca tutta l'opera in 40. giorni, & di; Se il secondo in 18. giorni spedisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, quanto ne farà in 40. giorni? & ritrouarai $\frac{8}{9}$. dell'opera. Ma noi habbiamo posto, che finirebbe tutta l'opera. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{9}$. Secondariamente poni il secondo finire l'opera in 60. giorni, & dì; Se il secondo in 18. giorni finisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, quanto ne fornirà in 60. giorni? & ritrouarai $1\frac{3}{9}$. Ma noi hauemo posto, che finirebbe 1. opera solamente, adunque hauemo ecceduto la verità in $\frac{3}{9}$. Opera seconda la regola, & ritrouarai il secondo finire tutta l'opera in 45. giorni. Perche se in 18. giorni fa $\frac{2}{5}$. dell'opera in 45. giorni farà 1. opera intiera.

40.		60.
M	X	P
$\frac{1}{9}$.		$\frac{3}{9}$.
	$\frac{4}{9}$.	
	partitore.	

PIU facilmente senza la regola del falso, questa questione si sciorrà in questo modo. Doppò che ritrouasti, che il secondo in 18. giorni finisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, tal che manchino $\frac{3}{5}$. di; Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18. giorni, quanti giorni ricercaranno $\frac{3}{5}$.? & ritrouarai 27. giorni, li quali aggionti à 18. fanno 45. giorni, nelli quali finirà tutta l'opera, come prima. Ouero di; Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18. giorni, quanti giorni ce ne vogliono per 1. opera intiera? & ritrouarai di nuouo 45 giorni come prima.

Tre

XX. Tre hanno giocato tra di loro di tal sorte, che il primo guadagnò subito $\frac{1}{2}$. delli denari del secondo; ma doppo il secondo guadagnò $\frac{1}{3}$. delli denari del terzo: & finalmente il terzo guadagnò $\frac{1}{4}$. di quei denari, che il primo portò al gioco. Et finito il gioco, ciascheduno di loro si trouò hauere scudi 700. Quanti denari adunque ciascheduno portò al gioco? Qui non si cerca altro, se non, che il proposto numero 2100. (perche se ciascuno hà 700. haueranno tutti tre 2100.) si partisca in tre parti, di maniera, che se la prima dia $\frac{1}{4}$. alla terza, & pigli $\frac{1}{2}$. della seconda, ma la seconda pigli $\frac{1}{3}$. della terza, si faccino tre numeri vguali, cioè 700. 700. 700. Ouero si cercano tre numeri, delli quali il primo ponendo giù la $\frac{1}{4}$. & pigliando la $\frac{1}{2}$. del secondo, faccia 700. Similmente il secondo, ponendo giù la $\frac{1}{2}$. & pigliando la $\frac{1}{3}$. del terzo faccia 700. Et nel medesimo modo il terzo, ponendo giù la $\frac{1}{3}$. & pigliando la $\frac{1}{4}$. del primo faccia ancora 700. Poni il primo giocatore hauere portato scudi 100. Che se ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 25. gliè n'auanzaranno 75. Et perche questo resto con la $\frac{1}{2}$. del secondo deue fare 700. sarà per tanto la $\frac{1}{2}$. del secondo 625. poiche questo numero con il resto del primo, cioè con 75. fa 700. Portò adunque il secondo 1250. Et doppo che n'hauerà perso la $\frac{1}{2}$. glie ne resteranno 625. Questione 21.

100.		200.
1250.		1400.
225. M	X	M 450.
525.		350.
	175.	
	partitore.	

Ma perche questo resto con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. sarà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 75. poiche questo numero con il resto del secondo, cioè con 625. fa 700. Per la qual cosa il terzo portò con seco nel gioco 225. Et doppo che n'hauerà perso la $\frac{1}{3}$. gli ne rimarranno 150. Ma perche questo resto con

la

la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè con 25. fa 175. & doueua fare 700. haueremo per tanto mancato dalla verità in queſto numero 525.

Poni di nuouo il primo hauere portato al gioco ſcudi 200. Che ſe ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 50. glie n'auanzaranno 150. ſcudi, che con la $\frac{1}{2}$. del ſecondo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{2}$. del ſecondo 150. ſcudi, & perciò il ſecondo portò 1100. & perſo che hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno ſcudi 550. che con la $\frac{1}{3}$. del terzo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{3}$. del terzo 150. & per tanto nel principio del gioco, n'hebbe 450. & perſo che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne reſteranno ſcudi 300. li quali con la $\frac{1}{4}$. del primo cioè con 50. fanno 350. ma doueuano fare 700. Adunque hauemo mancato ancora adeſſo dalla verita in queſto numero 350. Opera ſecondo la regola, & ritrouerai il primo giocatore hauere portato 400. ſcudi. Il ſecondo 800. & il terzo 900. Et queſti numeri del ſecondo, & del terzo ritrouerai ouero per la regola del falſo, moltiplicando gl'errori per li ponimenti del ſecondo, & del terzo in croce, &c. ouero li cauarai dal primo ritrouato, ſi come poco inanzi dal 100. & 200. quali numeri falſamente hauemo poſto, che haueſſe il primo, ritrouammo i numeri del ſecondo, & del terzo. Perche ſe il primo ha 400. hauera (leuando la $\frac{1}{4}$. cioè 100 che ha perſo) 300. Et perche con la $\frac{1}{2}$. del ſecondo deue hauere 700. ſarà per queſto la $\frac{1}{2}$. del ſecondo 400. & per tanto il ſecondo portò 800. Et perſo che hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno 400. Ma perche queſta $\frac{1}{2}$. con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. ſara per queſto la $\frac{1}{3}$. del terzo 300. & però il terzo portò 900. Perche perſo che hauera la $\frac{1}{3}$. gli ne reſtaranno 600. alli quali ſe s'aggiongerà la $\frac{1}{4}$ del primo, cioè 100. ſcudi, hauerà 700. come la queſtione vuole.

Queſtione 22. XXII. TRE mercanti hanno guadagnato ſcudi 400. li quali, hauendo riſguardo alli denari, che ciaſcheduno poſe, coſi tra di loro diſtribuirno. La parte del ſecondo auanzò la parte del primo in 12. & la

la parte del terzo auanzò la parte del ſecondo in 16. Quale adunque fu la parte di ciaſcuno? Fingi il primo hauere hauuto 1. ſcudo, (perche voglio ſciorre queſta queſtione per numeri minimi, ciò è per il ponimento del 1. & del 2. acciò più chiaramente apparisca la generalita di queſta regola del falſo) & perciò il ſecondo 13. & il terzo 29. li quali numeri fanno 43. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato dalla verita in 357. Fingi di nuouo il primo hauere hauuto 2. ſcudi, & perciò il ſecondo 14. & il terzo 30 li quali numeri fanno 46. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato ancora adeſſo dalla verita in 354. Opera ſecondo la regola, & ritrouerai la parte del primo eſſere 110. ſcudi, del ſecondo 132. & del terzo 148 li quali tre numeri fanno la ſomma di 400. ſcudi, come ſi propone nella queſtione.

1.				2.
13.				14.
29	M	X	M	30.
43.				46.
357.				354.
		3.		
		il partitore.		

Queſtione 23. XXIII. L'eſſercito dell'Imperatore contra li Turchi è di 40000. fanti Tedeſchi, & di tanti fanti Italiani, & Vngari, che il numero delli Italiani fa la $\frac{1}{2}$. di Tedeſchi, & delli Vngari, ma il numero delli Vngari fa la $\frac{1}{3}$. delli Tedeſchi, & Italiani. Quanto adunque è il numero dell'Italiani, & quanto delli Vngari, & finalmente quanto tutto l'eſſercitio? Fingi l'Italiani eſſere 30000. Et perche queſto numero deue eſſere $\frac{1}{2}$. de i Thedeſchi, & Vngari, ſaranno neceſſariamente li Tedeſchi, & Vngari 60000. Adunque, conciosia

30000.		24000.
20000.		8000.
P	X	P
10000.		40000.
	30000.	
	il partitore.	

ciosia che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 10000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè, del numero 70000. Ma fanno la $\frac{1}{7}$. del numero 60000. & non del numero 70000. Adunque hauemo ecceduto la verità in 10000. Fingi di nuouo l'Italiani essere 24000. Et perche questo numero deue essere la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, saranno per questo li Tedeschi, & Vngari 4800. Conciosia dunque che li Tedeschi, siano 40000. saranno li Vngari 8000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè del numero 64000. ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 24000. & non del numero 64000. Hauemo adunque ancora adesso auanzato il vero in 40000. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'Italiani essere 32000. & li Vngari 24000. & perciò tutto l'essercito 96000. Perche in questo modo l'Italiani fanno la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, & li Vngari la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, come è manifesto.

Questione 24. XXIV. Mi è parso di porre quì quell'artificio di Archimede, con il quale, si come riferisce Vitruuio nel lib. 9. al cap. 3. ritrouò il furto d'vn certo orefice in vna corona d'oro, cioè, quanto argento haueua mescolato, senza disfare la corona. Perche hauendo Hierone Rè deliberato di offerire per voto à suoi Dei vna corona di puro oro, l'orefice tolta vna parte dell'oro, vi mescolò altretanto argento. Onde sdegnatosi Hierone d'essere così burlato, (per dire, come parla Vitruuio) ne sapendo come ritrouare tal furto, pregò Archimede, che pigliasse cura di pensarui sopra. Egli all'hora hauuta questa commissione, se ne entrò à caso nel bagno, & iui descendendo nel vaso considerò, che tanta acqua n'vsciua fuori del vaso, quanta parte del suo corpo in quella entraua. Onde hauendo di quà ritrouata la ragione della risolutione del quesito proposto, non si fermò punto, ma spinto dall'allegrezza saltò subito fuori del vaso, & andando ignudo verso casa si faceua intendere ad alta voce di hauere trouato, ciò che cercaua. Perche corren-

correndo spesso spesso gridaua alla grega ἕυρηκα ἕυρηκα. Et all'hora da combattimento di questa inuentione si dice hauer fatto due masse del medesimo peso con la corona, vna d'oro, & l'altra d'argento. Doppo che hebbe fatto così, pigliò vn vaso grande, & lo empì d'acqua insino al colmo, & in quello pose la massa d'argento, della quale quanta parte s'attuffò nel vaso, tanta acqua vscì fuori: & così leuata via la massa, riempì quanto era calato, misurandolo con vna misura, di modo che'l vaso fusse pieno insin'alla bocca, come era prima. Et così da quello ritrouò, di quanto vna certa misura d'acqua à vn certo peso di argento rispondesse. Et come hebbe esperimentato questo, all'hora pose similmente la massa d'oro nel detto vaso pieno; & quella cauata, con la medesima ragione, adoprando la misura stessa, ritrouò, che dell'acqua, non v'era vscita tanta, ma tanto manco, quanto manco grande di corpo del medesimo peso era la massa dell'oro, che dell'argento. Dipoi riempito il vaso, & nella medesima acqua posta la corona stessa, ritrouò, la corona hauer buttata piu acqua, che la massa d'oro del medesimo peso; & così discorrendo da quello, che piu acqua haueua buttata la corona, che la massa d'oro, ritrouò il mescolamento dell'argento nell'oro. Fin quì Vitruuio. Dichiariamo hora noi, in che modo per la regola del falso il detto furto, ò mescolamento si possi ritrouare, seruendoci di quello artificio di Archimede.

Pongasi per essempio, quella corona esser stata di 100. lib. & quella posta nel vaso hauer buttata 65. lib. d'acqua, ma posta nel medesimo vaso la massa d'oro schietto di 100. libre hauere buttata 60. libre & finalmente posta nel medesimo vaso la massa d'argento schietto hauere buttata 90 libre d'acqua. Fingi adunque che l'orefice habbia rubato 40. libre di oro, & che habbia rimesse tante altre libre d'argento si che nella corona fossero 60. libre d'oro, & 40. libre d'argento. Vedi hora, se la corona così meschiata butti 65. libre di acqua. Il che così saprai. Di; Se 100.

 libre

lib. d'oro buttano 60 lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno 60 lib. d'oro? Et se 100. lib. d'argento buttono 90. lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno 40. libre d'argento? & ritrouarai nell'vna & l'altra operatione 36 lib. d'acqua; si che la corona buttarà 72. lib. d'acqua. Ma doueua buttare solamente 65. lib. Adunque hauemo ecceduto la verità in 7. Fingi adesso, che l'orefice habbia rubato 30. lib. d'oro, & perciò nella corona esserci 70. libre d'oro, & 30. d'argẽto. Di adunque; se 100. lib. d'oro buttano 60. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno 70. lib. d'oro? Et se 100. lib. d'argento buttano 90. lib. di acqua, quanta acqua buttaranno 30. lib. d'argento? & ritrouerai nella prima operatione 42 lib. & nell'altra 27. che fanno 69. lib. d'acqua. Ma doueuano essere solamente 65. lib. Di nuouo adunque hauemo ecceduto la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'orefice hauere rubbaro libre $16\frac{2}{3}$. d'oro & perciò in quella corona essere mescolate lib. $83\frac{1}{3}$. d'oro, & $16\frac{2}{3}$. d'argento. Et per prouarlo, di; Se 100. lib. d'oro buttano 600. lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno lib. $83\frac{1}{3}$. d'oro? Et se 100. lib. d'argento buttano 90. lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno libre $16\frac{2}{3}$. d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 50 lib. d'acqua, & nell'altra 15. lib. d'acqua, le quali tutte fanno 65. lib. d'acqua, cioè quante hauemo posto, che la corona ne buttaua.

60.				70.
40.				30.
	P	X	P	
7.				4.
		3.		
		il partitore.		

Nel medesimo modo si farebbe ritrouato il furto, ancorche le masse d'oro, & d'argento non fussero state di 100 lib. come era la corona, ma di qual si voglia numero di lib. come per essempio la massa di oro di lib. 10. & la massa dell'argento di lib. 20. perche diligen-

ligentemente si cerchi, quanta acqua ciascheduna massa ne butti. Noi poniamo per essempio, che 10 lib. d'oro buttino 6 lib. d'acqua, ma 20 lib d'argento 18. lib. d'acqua. Onde nella prima positione dirai; Se 10. lib. d'oro buttano 6 lib. d'acqua, quanto d'acqua buttaranno 60. lib. d'oro? &c.

Se la corona si porrà di 300, lib. & le masse d'oro & d'argento d'altre tante libre, con questa conditione; che la corona ne cacci 218. lib. d'acqua; ma l'oro 206. lib. d'acqua, & l'argento 230. lib. d'acqua; ritrouaremo nella corona essere state poste 150. lib. d'oro, & altre tante d'argento.

100.				101.
200.				199.
	P	X	P	
4.				$2\frac{2}{2}\frac{3}{5}$
		$\frac{\;\;2\;\;}{2\;\;\;\;5}$.		
		partitore.		

Come si vede in questi due ponimenti, nel primo de i quali si pongono 100. lib. d'oro, & 200. lib. d'argento ma nel secondo 101 lib. d'oro, & 199. d'argento, &c.

Con questo artificio adunque, & ingegno, si ritrouarà in qual si voglia massa d'oro, & d'argento composta, quanto d'oro, & quanto d'argento ci sia meschiato.

DELLE PROGRESSIONI ARITMETICHE.

Cap. XXIV.

Che cosa fia progressione Aritmetica.

PROGRESSIONE Aritmetica è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con vguali auanzi: come quì vedi.

Progressione naturale de i numeri, che incomincia dall' 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. &c.

Progressione de i nnmeri dispari, che comincia dall' 1.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27. &c.

Progressione de i numeri pari, che comincia dal 2.

2. 4. 6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.26.28. &c.

Che cosa fia progressione naturale de i numeri & di numeri dispari & pari.

Peroche la prima di queste tre progresioni si dice progressione naturale de i numeri, & comincia dall' 1. nella quale tutti li numeri per ordine si auanzano l'vn l'altro con vna vnità. Ma la seconda si dice progressione de i numeri dispari, & comincia ancora dall'1. nella quale tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine con 2. La terza finalmente si domãda progressione de i numeri pari, & comincia da 2. che è il primo numero paro, si come anco l'1. è il primo numero disparo, anzi il primo di tutti li numeri, benche impropriamente. Et in questa progressione de i numeri pari, tutti li numeri, si auanzano l'vn l'altro ancora per ordine con 2. si come anco nella progressione delli numeri dispari. Del medesimo modo quì.

Altre

Altre progressioni.

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. &c.
4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. &c.

La prima di queste progressioni comincia dal 2. & camina sempre inãzi con 3. atteso che tutti li numeri in quella si auanzino l'vn l'altro per ordine in 3. Ma la seconda incomincia dal 4. & seguita caminando per il medesimo numero 4. poiche in quella tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine in 4.

La progressione Aritmetica in che modo si continui.

Ciascheduna progressione Aritmetica si continouarà verso li numeri maggiori, se la differenza, ouero l'eccesso s'aggiongerà à quel numero, dopò il quale la progressione s'ha da continouare, & estendere. Come se questa progressione 4. 9. 14. 19. 24. s'hauerà da continouare doppo'l 24. aggiongeremo la differenza, ouero l'eccesso della progressione, cioè 5. (la qual differenza, ouero eccesso ritrouaremo, sottrahendo il primo numero della progressione dal secondo, ouero qual si voglia altro dal prossimo maggiore nella medesima progressione,) all'vltimo numero 24 & faremo 29. Di nuouo à questo numero aggiongeremo 5. & faremo 34. & così di mano in mano senza fine. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione del 7. & continouarla per la differenza, ouero eccesso 6. s'hauerà d'aggiongere 6. à 7. acciò si faccia 13. per il secondo numero della progressione. Di più 6. à 13. acciò si faccia 19. per il terzo numero, &c.

In che modo si ritroui la differenza della progressione Aritmetica.

Al medesimo modo la progressione Aritmetica si continouarà andando all'indietro, se la differenza della progressione si sottrarrà dal minor numero estremo. Come se questa progressione 30. 37. 44. 51. 58. s'hauerà da continouare verso li minori numeri, leuaremo la differenza 7. dal minor estremo 30. acciò ne restino 23. Di nuouo da 23. leuaremo 7. acciò ne restino 16. Di nuouo da 16. cauaremo

P 3

Le progressione Aritmetica nõ si può diminuire in infinito.

mo 7. acciò ne restino 9. Et di nuouo leuaremo 7. acciò ne auanzino 2. dal qual numero non si può piu leuare 7. & per questo detta progressione non si può piu sminuire. Cosi ancora, se alcuno vorrà cominciare la progressione del 40. & seguitare con la differẽza 4. verso l'vnità, s'haueranno da leuare 4 da 40. acciò ne restino 36. Di più 4. da 36 acciò ne restino 32. Di nuouo 4. da 32. acciò n'auanzino 28. Di piu 4. da 28. acciò ne rimanghino 24. &c.

Proprietà della progressione Aritmetica di tre numeri.

E proprio della progressione Aritmetica di tre numeri, che la somma delli estremi sia vguale al numero di mezo doppiato. Come qui 7. 18. 29. si vede, & si dimostra questo da Giordano nella propositione 2 del lib 1 della sua Aritmetica.

Proprietà delle progressione Aritmetica di quattro numeri

Ma della progressione Aritmetica di quattro numeri è próprio, che la somma delli estremi sia vguale alla somma delli due numeri di mezo. Come quì si vede, 4. 12. 20. 28. & si dimostra questo da Giordano nella propositione 3. del lib. 1. della sua Aritmetica. Et questo non solo è vero in quattro numeri, che si auanzino l'vn l'altro per ordine, senza interuallo col medesimo numero, come sono li numeri del dato essempio; ma ancora in quattro numeri, li quali non seguitamente si auanzino l'vn l'altro in vn medesimo numero, purche sia la medesima differenza tra il primo, & il secondo, che è trà il terzo, & il quarto, come qui vedi, 4. 12. 30. 38.

Proprietà della progressione Aritmetica di quanti si voglia termini se il numero de i termini sarà disparo.

Da queste due proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Aritmetica, che hà il numero de i termini, ò numeri suoi disparo, cioè che ha 3. termini, ò 5. ò 37. &c sarà la somma delli termini, ò numeri estremi, cioè del primo, & dell'vltimo, vguale à qualunque somma di due numeri di mezo quali si siano, che vgualmente siano distãti da gl'estremi; & vguale ancora al numero di mezo doppiato, come qui si vede.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39. 43.

Imperoche essendo, che questi numeri, 3 7. 39. 43.

habbi-

habbino la medesima differenza, ancorche non continuata, (perche la medesima differenza è tra 3. & 7. che tra 39 & 43.) sarà per quello, che poco fa hauemo detto, la somma delli estremi 3. & 43 vguale alla somma de i numeri di mezo 7. & 39. Et per la medesima ragione la somma di 7. & 39. sarà vguale alla somma di 11. & 35 perche questi numeri 7. 11. 35. 39. hanno la medesima differenza, ancorche non continuata: & cosi dell'altri, fin che verremo alli tre numeri di mezo 19. 23. 27. li quali hanno la medesima differenza; Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, sarà la somma delli estremi 19. & 27. vguale al doppio del numero di mezo 23. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Aritmetiche di questa sorte.

Proprietà della progressione Aritmetica di quãti si voglia termini, se il numero de i termini sarà paro.

Dalla seconda proprietà ancora si caua, che in ogni progressione Aritmetica, della quale il numero de i termini è paro, cioè cge ha 4. termini, ò 10. ò 18. &c. la somma delli estremi sarà vguale à qual si voglia somma di qualunque due numeri di mezo vgualmente distanti dalli estremi, come qui è manifesto.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando solo questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezo, 15. 19. 23. 27. & non solamente tre come prima; perche qui non è vn solo numero di mezo, ma due. Hora seguono alcune regole appartineuti alle progressioni Aritmetiche.

REGOLA I.

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica in che modo si ritroui.

SE in qual si voglia progressione Aritmetica sarà conosciuto il numero de i termini, insieme col minore & maggiore estremo, cioè col primo & vltimo numero, verremo in cognitione della somma di tutti i termini in q̃sto modo. Aggiõgasi il primo ter-

mine

mine all'vltimo, & la ſomma ſi moltiplichi per il numero delli termini. Imperoche la metà del numero prodotto ſarà la ſomma di tutti i termini. Come in queſta progreſsione.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37.

Dal 4. & 37. ſi fanno 41. che moltiplicati per il numero delli termini, cioè per 12 (perche ſono 12. numeri in queſta progreſsione) fanno 492. La metà di queſto numero cioè 246. è la ſomma di tutti i termini della data progreſsione. Et la medeſima ragione è in tutte l'altre.

La ſomma di qual ſi voglia progreſſione Aritmetica in che modo altrimẽte ſi ritroui.

Queſta regola da alcuni ſi diuide in due parti in queſto modo. Quando il numero de i termini è paro, moltiplicano la ſomma del primo, & vltimo termine per la metà del numero delli termini. Ma ſe il numero de i termini è diſparo, moltiplicano la metà della ſomma del primo & vltimo termine (perche quando il numero delli termini è diſparo, ſempre quella ſomma è numero paro,) per il numero delli termini. Perche in queſto modo ſempre ſi produce la ſomma di tutti li numeri della progreſsione. Ouero in queſto modo. Quando la ſomma del primo, & vltimo termine è numero paro, moltiplicano la metà di quella per il numero delli termini, ò che ſia paro ò diſparo. Ma ſe quella ſomma è numero diſparo, moltiplicano quella per la metà del numero de i termini il qual numero all'hora ſempre è paro. Come nell'eſſempio di ſopra, perche il numero de i termini è paro, cioè 12. Ouero perche la ſomma del primo termine & vltimo è numero diſparo, cioè 41. moltiplicano quella per 6. cioè per la metà del numero de i termini, & fanno la ſomma di tutti li numeri 246. come prima. Ma in queſte due progreſsioni, nella prima delle quali il numero de i termini è paro, cioè 10. & nell'altra diſparo, cioè 11. perche la ſomma del primo termine, & vltimo è numero paro,

cioè

cioè 42. nella prima progreſſione, & nella ſeconda 38. moltiplicano tanto la metà di quella ſomma,

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.
4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34.

cioè 21. per 10. cioè per il numero de i termini, quanto la metà di queſta ſomma, cioè 19. per 11. cioè per il numero de i termini. Et coſi nella prima progreſſione fanno la ſomma 210. & nell'altra 209.

La ragione di queſte regole è queſta. Perche hauemo detto, che quando il numero de i termini è paro, la ſomma delli eſtremi eſſere vguale à qual ſi voglia ſomma di due numeri di mezzo, quali tù voi pur che ſiano vgualmente diſtanti dalli eſtremi; ſeguita che tutte le ſomme inſieme ſiano tante, quante vnità ſono nella metà del numero de i termini. Onde ſe vna ſomma di quelle, cioè la ſomma delli eſtremi, ſi moltiplicarà per la metà del numero de i termini, ſi produrrà la ſomma di tutte le ſomme. In oltre, perche hauemo inſegnato, che quando il numero de i termini è diſparo, la ſomma delli eſtremi eſſer vguale a qual ti piace ſomma di qual ſi voglia due numeri di mezzo diſtanti vgualmente dalli eſtremi, & di più al doppio del numero di mezzo, ſeguita che il numero di mezzo ſia la metà di qual ſi voglia ſomma. Adunque tutte le ſomme inſieme col numero di mezzo conterranno tante mezze parti di vna ſomma, quanti ſono li termini della progreſſione. Se adunque la metà di vna ſomma, cioè la metà della ſomma delli eſtremi, ſi moltiplicarà per il numero de i termini, ſi produrrà la ſomma di tutti i termini.

Si che, come vedi, baſta, che ſi conoſca il primo termine, & l'vltimo, inſieme col numero de i termini, per cauar la ſomma di tutta la progreſſione Aritmetica, ancorche non ſi ſappino li termini di mezzo. Ma in che modo dalla cognitione del primo numero, inſieme col numero de i termini, & dalla differenza

della

della progreſſioni ſi ritroui l'vltimo termine, lo dichiararemo nella ſeguente regola.

Modo particolare di ritrouare la ſomma della progreſſione naturale delli numeri.

Hora nella progreſsione naturale delli numeri, che comincia da 1. breuiſsimamente ſi ritrouarà la ſomma di tutti li termini in queſto modo. Si moltiplichi l'vltimo numero (il quale ſempre dimoſtra il numero de i termini. Perche tanti termini ſono quante vnità nell'vltimo numero ſi contengono) per il numero proſſimo maggiore. Perche la metà di queſto numero prodotto è la ſomma di tutti li termini. Come quì.

Il numero delli termini della progreſſione naturale è l'vltimo termine.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo numero 11. per 12. che è il numero proſsimo maggiore del 11. ſi produce il numero 132 la metà del quale, cioè 66. è la ſomma di tutta la progreſsione. Coſi ancora in queſta progreſsione.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo numero 10 per 11. che è il numero proſſimo maggiore del 10. ſi fa il numero 110. la metà del quale, cioè 55. è la ſomma di tutta la progreſſione.

Di modo che ſe alcuno vorrà la ſomma della progreſſione naturale, che, ſi termini in qual ſi voglia numero determinato, come dire in 100. cioè nella quale ſiano 100. termini, s'hauerà da moltiplicare l'vltimo numero propoſto, nel quale ſi dice finirſi la progreſſione, come quì il numero 100. per il numero proſſimo maggiore, come quì per 101. Imperoche la metà del numero prodotto, la quale in noſtro eſſempio è 5050. (poi che'l numero prodotto è 10100.) ſarà la ſomma di tutta la progreſſione. Et la medeſima ragione è nell'altre progreſſioni naturali, che terminano in altri numeri.

Altri diuidono queſta regola ancora in due, in queſto

queſto modo. Se l'vltimo numero è paro, moltiplicano il numero proſſimo maggiore per la metà dell'vltimo numero. Ma ſe è diſparo, moltiplicano quello nella metà del numero proſſimo maggiore. Perche in queſto modo ſempre ſi produce la ſomma di tutti li numeri della progreſſione. Come nella ſeconda progreſſione naturale di ſopra moltiplicano 11. che è il numero proſſimo maggiore dell'vltimo numero, per 5. cioè per la metà dell'vltimo numero, & fanno 55. che è la ſomma di tutta la progreſſione, come prima. Ma nella prima progreſsione naturale di ſopra, moltiplicano 11. cioè l'vltimo numero, per 6. cioè per la metà del numero proſſimo maggiore dell'vltimo numero, & fanno 66. cioè la ſomma di tutta la progreſſione, come prima.

Altro modo di ritrouare la ſomma della progreſſione naturale delli numeri.

Nella progreſſione ancora delli numeri diſpari, che comincia dall'vno, con poca fatica ſi ritrouarà la ſomma di tutti li termini, ſe ſi moltiplicarà il numero de i termini in ſe ſteſſo. Come quì.

Particolar modo di ritrouare la ſomma delli numeri diſpari.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

Dalla moltiplicatione di 10 che è il numero de i termini, in ſe ſteſſo ſi fa il numero 100. che è la ſomma di tutta la progreſſione.

Ma il numero de i termini facilmente s'hauerà; ſe all'vltimo numero ſi aggiongerà 1. & ſi pigliarà la metà del numero compoſto. Come nel dato eſſempio, ſe s'aggiongerà 1. à 19. ſi farà il numero 20. la metà del quale, che è 10. moſtra il numero de i termini eſſere dieci.

Il numero nella progreſsione delli numeri diſpari in che modo ſi ritroui.

Si che ſe alcuno vorrà la ſomma della progreſſione de i numeri diſpari, che ſi termini in qual ſi voglia numero diſparo propoſto, come dire, in 67. s'hauerà d'aggiongere 1. al dato numero, che qui è 67. Perche la metà del numero compoſto, la quale nel noſtro eſſempio è 34. (atteſo che il numero compoſto è 68.) ſarà il numero de i termini della progreſſione propoſta. Il quale in ſe moltiplicato produrrà rà la somma di quella progressione Come nel dato essempio, doue'l numero de i termini è 34. se si moltiplicarà 34. in se stesso, si farà il numero 1156. che è la somma di quella progressione. Et cosi nell'altra progressioni di numeri dispari, che terminano in altri numeri.

Particolar modo di ritrouar la somma delli numeri pari.

Il numero delli termini nella progressione delli numeri pari in che modo si ritroui.

Finalmente nella progressione delli numeri pari, che comincia da 2. senza fatica alcuna si ritrouarà ancora la somma, se la metà dell'vltimo numero, laquale sempre mostra il numero delli termini della progressione di quelli numeri pari, quante sono l'vnità nella metà dell'vltimo termine.) si moltiplicarà per il numero prossimo maggiore di quella metà. Come quì.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24.

Dalla moltiplicatione di 12. (Il qual numero è la metà dell'vltimo termine, ouero il numero de i termini) per 13. che è il numero prossimo maggiore di quella metà, ouero di quel numero de i termini, si fa il numero 156. cioè la somma di tutti quelli numeri pari.

Onde se alcuno vorrà la somma della progressione delli numeri pari, che si termini in qual si voglia numero paro, come dire, in 100. s'hauerà da moltiplicare la metà dell'vltimo numero proposto, laquale nel nostro essempio è 50. per il numero prossimo maggiore di quella metà, il quale quì è 51. Perche il prodotto numero, che quì è 2550. sarà la somma di quella progressione; & il numero de i termini sarà 50. cioè la metà dell'vltimo numero 100. nel quale si dice finirsi la progressione. Et cosi delle altre progressioni de i numeri, che terminano in altri numeri.

REGO-

REGOLA II.

L'vltimo termine di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si caui dal numero delli termini insieme con il primo termine, & la differenza della progressione.

Se in qual si voglia progresione Aritmetica sarà noto il numero de i termini, insieme co'l primo termine, & la differenza della progresione, ritrouaremo l'vltimo termine, ancorche non habbiamo li termini di mezzo, in questo modo. Dal numero de i termini si leui vno, & quello che resta, si moltiplichi per la differenza, & vltimamente a questo prodotto s'aggionga il primo termine. Perche il numero composto sarà l'vltimo termine. Come se il primo termine di alcuna progresione sia 3. & il numero de i termini sia 10. & la differenza 8. conosceremo il decimo termine, cioè l'vltimo di questa progresione, senza quelli di mezzo, in questo modo. Dal numero de i termini, che è 10. leuaremo 1. & moltiplicaremo il numero 9. che rimane, per 8. cioè per la differenza della progresione, & finalmente al prodotto numero 72. aggiongeremo 3. cioè il primo termine. Perche il numero composto 75. è il decimo termine della progresione, della quale il primo termine è 3. & la differenza 8. come quì si vede, doue si pongono tutti li termini.

3. 11. 19. 27. 35. 43. 51. 59. 67. 75.

Questione delli buoui di Augia.

Adunque se alcuno proporrà questa questione. Augia, (che fu vn certo Rè del Peloponneso, che hoggi si dice Morea) essendo domandato da Hercole del numero de i buoui, che haueua, rispose tutti li suoi buoui per 40. luoghi cosi essere distribuiti, che quante volte nel primo luogo si contengono 3. buoui, tante volte nel secondo siano 5. nel terzo 7. nel quarto 9. &c. Andò Hercole al primo luogo, & ritrouò buoui 30. Adunque quanti buoui haueua Augia, & quanti buoui furono nell'vltimo luogo? Si sciorrà questa questione in questo modo. Perche nel primo luogo sono dieci volte 3. buoui, saranno per tanto

tanto del ſecondo luogo dieci volte 5. cioè 50. & nel terzo dieci volte 7. cioè 70. & coſi di mano in mano; ſi che ſi conſtituiſca vna progreſſione Aritmetica, della quale il primo termine ſia 30. & la differenza 20. & il numero de i termini 40. S'hauerà adunque da cercare l'vltimo numero in queſto modo. Da 40. che è il numero de i termini, ſi leui 1. & il numero 39. che reſta, ſi moltiplichi per 20. cioè per la differenza, & al numero prodotto 780. s'aggionga il primo termine 30. Perche coſi ſi farà l'vltimo termine, ouero il quadrageſimo, 810. & tanto buoui furono nel l'vltimo luogo.

Hora ritrouato l'vltimo termine, s'hauerà da ritrouare con quello, & co'l primo termine, inſieme co'l numero de i termini, per la prima regola, la ſomma di tutta la progreſſione, in queſto modo. Il primo termine 30. s'aggionga all'vltimo termine 810. & il numero compoſto 480. ſi moltiplichi per 20. cioè per la metà del numero de i termini. Imperoche il numero prodotto 16800. è la ſomma di tutta la progreſſione; & conſeguentemente il numero delli buoui di Augia. Ma acciò ſi vegga, quanti buoui furno in ciaſcun luogo, & perciò nell'vltimo luogo eſſere ſtati 810. hauemo poſto quì tutta la progreſſione.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210. 230.
250. 270. 290. 310. 330. 350. 370. 390. 410. 430.
450. 470. 490. 510. 530. 550. 570. 590. 610. 630.
650. 670. 690. 710. 730. 750. 770. 790. 810.

Queſtione de i Capitani.

Simile queſtione ſarebbe, ſe vno diceſſe coſi. L'Imperatore tra 20. più valoroſi Capitani diſtribuì li denari ritrouati nel ſacco di vna Città, con queſta conditione, che a quello, che era ſtato l'vltimo a ſalire le mura delli nimici, diede 100. ſcudi, al penultimo 130. all'antepenultimo 160. & coſi di mano in mano nel medeſimo modo ſeguitando. Quanto adunque fu la ſomma delli denari, & quanto n'hebbe quello, che fù il primo a ſalire il muro? Imperoche ſe da 20. cioè dal nume-

numero de i termini (perche tanti ſono li termini in queſta progreſſione, quanti ſono li Capitani) leuarai 1. & il numero che reſta, moltiplicarai per 30. cioè per la differenza della progreſſione, & al numero prodotto 570 aggiongerai il primo numero, cioè 100. farai 670. per l'vltimo termine della progreſſione: & tanti ſcudi hebbe il primo Capitano. Hora ritrouato l'vltimo termine, ſe a quello s'aggiongerà il primo, cioè 100. acciò ſi faccino 770. & queſto numero ſi moltiplicarà per 10. cioè per la metà del numero de i termini, ſi farà la ſomma di tutti i termini 7700. Adunque tanta fù la ſomma delli denari diſtribuiti. Ma tutta la progreſſione coſi ſtarà.

100. 130. 160. 190. 220. 250. 280. 310. 340. 370.
400. 430. 460. 490. 520. 550. 580. 610. 640. 670.

DELLE

DELLE PROGRESSIONI GEOMETRICHE.

Cap. XXV.

Progressione Geometrica, che cosa sia.

PROGRESSIONE Geometrica è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con la medesima proportione. Come quì si vede.

1.2.4.8.16.32 64.128.256.512.1024.2048. &c.

1.3.9.27.81.243.729.2187.6561.19683. &c.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.1536. &c.

Imperoche la prima di queste progressioni và caminando per la proportione dupla, si che ciaschedun numero sia due volte maggiore del numero prossimo precedente: Et la seconda procede per la proportione tripla, si che ciaschedun numero sia triplo à quello, che più vicino li và auanti; & l'vna, & l'altra di queste progressioni comincia dal 1. Finalmente la terza progressione seguita ancora per la proportione dupla, non piglia però principio dal 1. ma dal 3.

La progressione Geometrica in che modo si continui.
Il Denominatore della proportione nella progressione Geometrica.

Si continoua ciascheduna progressione Geometrica verso li numeri maggiori, col moltiplicare per il Denominatore della proportione quel numero, dopò il quale la progressione si deue ostendere, & continuare. Come se questa progressione della proportione tripla 4.12.36. s'habbia da continuare dopò 36. moltiplicaremo l'vltimo numero 36. per il Denominatore 3. della proportione, (il qual Denominatore ritrouaremo col diuidere il secondo numero per il primo, ouero qual si voglia altro per il prossimo minore nella medesima progressione) & faremo 108. che sarà il quarto

quarto numero della progressione. Il quale di nuouo motiplicaremo per 3. & produrremo 324. cioè il quinto numero della progressione; & così si procederà di mano in mano in infinito. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione dal 7. & seguitare per la proportione quintupla, il Denominatore della quale è 5. s'hauerà da moltiplicare 7. per 5. per fare 35. per il secōdo numero della progressione. Et di nuouo 35. per 5. per fare 175. per il terzo numero, & di più 175. per 5. per fare 875. per il quarto numero, &c.

Similmente la progressione Geometrica si continoua tornando in dietro verso il minor numero, se il minor'estremo si diuiderà per il Denominatore della proportione. Come se questa progressione 64. 128. 256 512. s'hauerà da continouare verso li minori numeri, partiremo il minore estremo 64 per 2. (atteso che il Denominatore della proportione sia 2.) & faremo 32. Il qual numero di nuouo partiremo per 2. & ritrouaremo 16. & così di mano in mano in infinito, come in questo essempio si vede.

512.256.128.64.32.16.8.4.2.1. $\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{}{1}\,\frac{1}{}\,\frac{}{6}$. &c.

La progressione Geometrica si diminuisce in infinito.

Et mai sarà fine in questo sminuire, ò scemare nella progressione Geometrica. Così ancora se alcuno vorrà incominciare la progressione da 200. & andare verso l'vnità per la proportione sesquialtera, il Denominatore della quale è $2\frac{1}{2}$. diuideremo 100. per $1\frac{1}{2}$. per fare $66\frac{2}{3}$. per il secondo numero della progressione. Il quale di nuouo partiremo per $1\frac{1}{2}$. acciò facciamo $44\frac{4}{9}$. per il terzo numero, &c.

Proprietà della progressione Geometrica di tre termini.

E proprio della progressione Geometrica di tre numeri, che il numero, il qual si produce dal primo numero nel terzo, sia vguale al numero, che si fa dal numero di mezzo moltiplicato in se stesso. Come quì si vede, 3.9.27. & si dimostra di Euclide nella propositione 20. del lib.7.

Ma della progressione Geometrica di quattro numeri è proprio, che il numero, che si fa dalla moltiplicatione del primo numero nel quarto, ſia vguale al numero, che ſi produce dal ſecondo nel terzo. Come quì ſi vede, 2. 6. 18. 54. & ſi dimoſtra da Euclid. nella propoſitione 19. del lib. 5. Et queſto non ſolo è vero in quattro numeri continouamente, & ſenza interuallo proportionali, come ſono li quattri numeri dal dato eſſempio, ma ancora in quattro, che non ſiano continouamente, ma interrotamente proportionali, pur che ſia la medeſima proportione del ſecondo al primo, che è del quarto al terzo, come quì ſi vede, 3. 6. 10. 20.

Proprietà della progreſſione Geometrica di quanti ſi voglia termini, ſe il numero de i termini ſarà diſparo.

Da queſte proprietà ſi raccoglie, che in ogni progreſsione Geometrica, della quale il numero de i termini è diſparo, cioè che ha 3. termini, ò 5. ò. 9. &c. il numero, che ſi fa dalla moltiplicatione delli eſtremi tra di loro, ſarà vguale al numero, che ſi produce dalla moltiplicatione di qual ſi voglia due numeri di mezzo vgualmente diſtanti dalli eſtremi, & di più al numero, che ſi fa da quello di mezzo in ſe ſteſſo moltiplicato. Come quì ſi vede.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.

Imperoche eſſendo, che queſti uuattro numeri 3. 6. 384. 768. habbino vna medeſima proportione, ancor che non ſia continoua, ſarà per tanto per quello, che poco fa, hauemo detto, il numero, che ſi fa dal 3. nel 768. vguale à quello, che ſi fa dal 6. nel 384. Per la medeſima ragione il numero, che ſi fa dal 6. in 384. ſarà vguale a quello, che ſi produce dal 12. nel 192. per hauere queſti quattro numeri 6. 12. 192. 384. vna medeſima proportione, ancorche non continoua; & coſi de gl'altri, ſe ſaranno più, finche veniamo alli tre di mezzo 24. 48. 96 li quali hanno vna medeſima proportione. Onde per quello, che poco fa, hauemo inſegnato, il numero prodotto dal primo nel terzo ſarà vguale al numero, che ſi produce da quello di mezzo in ſe ſteſſo moltiplicato. La medeſima ragione è in tutte l'altre progreſsioni Geometriche di queſta ſorte.

Dalla

Proprietà della progreſſione Geometrica di quanti ſi voglia termini, ſe il numero de i termini ſarà paro.

Dalla ſeconda proprietà ſi caua ancora, che in ogni progreſsione Geometriea, della quale il numero de i termini è paro, cioè, che ha 4. termini, ò 8. ò 100. &c. il numero prodotto dalla moltiplicatione delli eſtremi tra di loro, ſarà vguale al numero, che ſi produce dalla moltiplicatione di qual ſi voglia due numeri di mezzo vgualmente diſtanti dalli eſtremi tra di loro. Come quì è manifeſto.

3. 6. 12. 24. 48 96. 192. 384.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando ſolamente queſto, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 12 24 48 96. & non ſolamente tre, come prima. Perche quì non è ſolo vn numero di mezzo, ma due. Hora ſeguitano alcune regole appartenenti alle progreſsioni Geometriche.

REGOLA I.

SE in qual ſi voglia progreſsione Geometrica ſarà conoſciuto il Denominatore della proportione, inſieme co'l minore, & maggiore eſtremo, cioè co'l primo, & vltimo numero, verremo in cognitione della ſomma di tutti i termini, in queſto modo. Leuiſi il primo termine dall'vltimo, & il numero che reſta, ſi diuida per il numero, che ſia d'vna vnità minore, che il Denominatore. Perche ſe al Quotiente s'aggiongerà l'vltimo termine, ouero il maggiore eſtremo, ſi comporrà la ſomma di tutti i termini. Come in queſta progreſsione.

La ſomma di qual ſi voglia progreſſione Geometrica, in che modo ſi ritroui.

3. 12. 48. 192. 768. 3072. 12288. 49152.

Leuato il 3. dal 49152. rimane 49149. Et perche il Denominatore della proportione quadrupla, che hanno li numeri della data progreſsione, è 4 diuideremo 49149. per 3. & al Quotiente 16383. aggiongeremo l'vltimo termine, ò il maggior'eſtremo 49152. &

 fare-

faremo la somma di tutta la progressione 65535. Così ancora.

$$4.\ 6.\ 9.\ 13\tfrac{1}{2}.\ 20\tfrac{1}{4}.\ 30\tfrac{3}{8}.\ 45\tfrac{9}{16}.$$

Leuato il 4. dal $45\frac{9}{16}$. restarà $41\frac{9}{16}$. il qual numero se si diuiderà per $\frac{1}{2}$. (Perche $1\frac{1}{2}$ è il Denominatore della proportione sesquialtera, che hanno li numeri di questa progressione, & leuato 1. rimane $\frac{1}{2}$.) si farà il Quotiente $83\frac{1}{8}$. al quale se s'aggiõgerà l'vltimo numero, ouero il maggior'estremo $45\frac{9}{16}$. si farà la somma di tutta la progressione $128\frac{11}{16}$. Et nel medesimo modo ritrouaremo la somma di qual si voglia altra progressione Geometrica.

Si che, come tù vedi, basta, che si conosca il primo termine, & l'vltimo, insieme co'l Denominatore della proportione, per ritrouare la somma di tutta la progressione, ancorche non si sappiano li termini di mezzo. Ma in che modo possiamo venire in cognitione dell'vltimo termine, ancorche non si continui tutta la progressione, lo dichiararemo nella seguente secondo regola.

Particolar modo di ritrouare la somma della progressione della proportione dupla della quale il principio è 1.

Nella progressione però Geometrica della proportione dupla, della quale il principio è 1. facilissimamente si ritrouarà la somma di tutta la progressione di quãti si voglia termini, se l'vltimo termine si adoppiarà, cioè si moltiplicarà per 2. & dal numero così doppiato se ne cauarà 1. Come quì.

$$1.\ 2.\ 4.\ 8.\ 16.\ 32.\ 64.\ 128.\ 256.\ 512.$$

Se l'vltimo termine 512. si radoppiarà, & dal doppiato 1024. se ne leuarà 1. se n'hauerà la somma di tutta la progressione, 1023.

Nella progressione, della proportione dupla, che comincia dal 1. ciascheduno numero leuata prima l'vnità, è la somma di tutti li numeri antecedenti.

Dal che seguita, che qual si voglia numero in questa sorte di progressione, leuando prima vna vnità, sia la somma di tutti li termini precedenti, conciosia che ciascuno termine sia doppio del numero prossimo precedente.

REGO-

REGOLA II.

Se nella progressione Geometrica, che comincia dall'1. alcun numero moltiplica se stesso, ouero altro numero, che luogo occupi il numero prodotto.

IN ogni progressione Geometrica, che comincia dal 1 qual si voglia numero moltiplicando se stesso produce il numero, che stà tanto lontano da quello, quanto esso stà lontano dall'vnità. Et qual si voglia numero moltiplicando vn'altro maggiore, qualunque si sia, produce il numero, che stà tanto lontano di quello maggiore, quanto esso minore stà lontano dall'vnità. Questa regola chiarissimamente si caua dalla propositione 11. del lib. 8. di Euclide, si come nel scolio della medesima propositione hauemo dichiarato. Come in questa progressione della proportione dupla.

$$1.\ 2.\ 4.\ 8.\ 16.\ 32.\ 64.\ 128.\ 256.\ 512.\ 1024.$$

Se il numero 16. che tiene il quinto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 256. che ancora tiene il quinto luogo doppo il numero 16. cioè il nono nella progressione. Così ancora, se il numero 32. che occupa il sesto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 1024. che tiene ancora il sesto luogo doppo 32. cioè l'vndecimo nella progressione. Di più il numero 8 nel quarto luogo moltiplicando il numero 64. produce il numero 512. da douersi porre nel quarto luogo doppo'l numero 64.

Ciascheduno numero nella progressione Geometrica, che comincia da 1 moltiplicando se stesso pro-

Di modo, che si potrà di quà cauare questa regola. Se nella progressione Geometrica, della quale il principio è 1. qualunque numero, che occupi qual si voglia luogo, moltiplicarà se stesso, si produrrà vn numero da porsi nel luogo doppio maggiore, mãco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato. Come se il numero, che moltiplica se stesso, occupa il terzo luogo, si farà il numero da scriuersi nel quinto luogo: Et se occupa il settimo luogo, si produrrà il numero da porsi nel terzodecimo luogo, &c. Il che *duce il numero da douersi porre nel luogo doppio maggiore mãco d'vna vnità del numero, che moltiplica.*

chiaramente è stato dimostrato nella superiore progresione della proportione dupla, & il stesso ancora manifestissimamente si vede in questa progressione della proportione quadrupla.

1.4.16.64.256.1024 4096.16384.65636.

Perche se il numero 64. posto nel quarto luogo moltiplicarà se stesso, farà il numero 4096. da douersi porre nel settimo luogo. Così ancora il numero 256. che occupa il quinto luogo, moltiplicando se stesso produce il numero 65536. da porsi nel nono luogo.

La progressione naturale delli numeri in che modo dimostri, in qual luogo ciascheduno numero prodotto s'habbia da porre nella progressione Geometrica, che comincia dall'1.

Ma acciò si sappia più facilmente, in qual luogo qual si voglia numero prodotto si deui collocare, s'hauerà da scriuere la progressione naturale de i numeri sotto la progresione Geometrica proposta, con quest'ordine. Sotto 1. cioè sotto il primo numero, si scriua 0. sotto il secondo numero si ponga 1. sotto il terzo, 2. sotto il quarto, 3. & così di mano in mano, come è stato fatto in questa progresione della proportione dupla.

1.2.4.8.16.32.64.128 256.512.1024.2048.
0.1.2.3.4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Perche ciaschedun numero della progresione Geometrica moltiplicando se stesso produce il numero da porsi sopra quel numero della progresione naturale de i numeri, che è doppio di quello, che si scriue sotto il numero, che moltiplica se stesso: Et qual si voglia numero moltiplicando vn'altro qual si voglia produce il numero da porsi sopra quel numero della progresione naturale de i numeri, che risulta della somma di due numeri, li quali sono posti sotto li due numeri moltiplicanti. Come se il numero 32. si moltiplichi in se stesso, produrrassi il numero 1024. da porsi sopra il 10. per essere il numero 10. doppio del numero 5. il quale si scriue sotto il numero 32. Di più dalla moltiplicatione del 8. nel 256. si produrrà il nume-

ro 2048. che si ha da porre sopra 11. Imperoche il numero 11. si compone dal 3. & 8. li quali numeri sono scritti sotto l'8. & 256.

Et perche quante vnità sono in qual si voglia numero della progressione naturale de i numeri, tal luogo, & vn di più nella progresione Geometrica occupa il numero sopra quello posto, come chiaramente si vede nel superiore essempio, facilmente ritrouaremo il numero di qual si voglia luogo nella progresione Geometrica, ancorche non scriuiamo tutti li numeri di mezzo. Come per essempio, habbiasi da ritrouare il numero, che s'ha da porre nel vigesimo luogo della sopradetta progresione. Prima scriuo quattro, ò vero più numeri della progresione, insieme cô la progresione naturale, come tù vedi quì.

In che modo si ritroui il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, che comincia dall'1. senza il termino di mezzo.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Doppo moltiplico, verbi gratia, 8. in se, & fo 64. che è il numero del settimo luogo, cioè, sotto'l quale è posto il numero 6. d'vna vnità minore del numero de i sette luoghi; atteso, che il numero 3. sotto l'8. doppiato faccia 6. Che se moltiplicaremo 8. in 64. faremo il numero 512. del decimo luogo, cioè sotto il quale si scriuerebbe il numero 9. d'vna vnità minore del numero de i dieci luoghi; atteso, che li numeri 3. & 6. sotto'l quarto, & il settimo luogo faccino 9. Di nuouo se il numero 512. del decimo luogo, sotto il quale si pone il numero 9. moltiplicaremo in se stesso, produrremo il numero 262144. che s'ha da scriuere nel decimonono luogo, cioè sotto il quale si porrebbe il numero 18. d'vna vnità minore del numero de i diecenoue luoghi; atteso, che il numero 9. sotto il decimo luogo, doppiato faccia 18. Hora perche dal 18. il qual numero si scriue sotto il decimonono luogo, & dal 1. che sotto il secondo luogo si pone, si fa 19. se moltiplicaremo il numero 2. posto sopra l'1. per il numero 262144 posto sopra 18.

faremo il numero 524288. che ha da ſcriuere nel vigeſimo luogo, cioè, ſotto il quale ſi pone il numero 19. compoſto dal 18. & 1.

Di più ſe alcuno vorrà nella medeſima progreſſione il numero, che s'ha da porre nel luogo decimoottauo, moltiplicaremo 32. ſotto il quale ſi pone 5. in ſe ſteſſo, & produrremo il numero 1024. che s'ha da ſcriuere nel vndecimo luogo, ſotto il quale numero ſi pone il numero 10. che è doppio del numero 5. Et perche dal 10. il qual numero ſi pone ſotto l'vndecimo luogo, & dal 6. che ſi pone ſotto il ſettimo luogo, ſi fa 16. il qual numero ſi ſcriue ſotto il decimo ſettimo luogo; ſe il numero 64. del ſettimo luogo moltiplicaremo per il numero 1024. dell'vndecimo luogo, produrremo il numero 65536. del decimo ſettimo luogo. Finalmente perche dal 16. il qual numero ſi pone ſotto il decimoſettimo luogo, & dall'1. che ſi pone ſotto il ſecondo luogo, ſi fa il numero 17. che ſi ſcriue ſotto il decimoottauo luogo; ſe moltiplicaremo il numero 65536. del decimoſettimo luogo già ritrouato per il numero 2. dal ſecondo luogo, faremo il numero 131072. che s'ha da ſcriuere nel decimoottauo luogo, cioè ſotto il quale ſi pone il numero 17.

Tutte quelle coſe, che ſono ſtate dette in queſta regola della progreſſione Geometrica che comincia dal l'1. ſono ancora vere nella progreſſione Geometrica, che non comincia da 1 ma da vn'altro numero qual ſi voglia.

Tutte queſte coſe quadrano ancora, & ſi verificano in qual ſi voglia progreſsione Geometrica, che non comincia dall'1. ma da qual ſi voglia altro numero, purche claſchedun numero dalla moltiplicatione prodotto diuidiamo per il primo numero dalla progreſsione. Perche il Quotiente ſarà il numero, che ſi cerca. Come in queſta progreſsione della proportione dupla ſi vede.

5.	10.	20.	40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560	5120.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Perche ſe ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo il numero 80. che occupa il quinto luogo doppo il primo numero, ſi farà il numero 6400. il qual partito per il primo numero,

mero, come dire per 5. ſarà il Quotiente 1280. che s'ha da ſcriuere nel quinto luogo, doppo il numero 80. cioè nel nono luogo, ſotto il quale ſi pone il numero 8. il quale è doppio del numero 4. poſto ſotto il numero 80. moltiplicato. Doue tu vedi, che il numero 80 del quinto luogo, quando moltiplica ſe ſteſſo, produce vn numero, che partito per il primo numero della progreſsione fa il Quotiente 1280. che s'ha da porre nel luogo doppio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato poiche il numero moltiplicato 80 ſtà nel quinto luogo, & il Quotiente 1280. nel nono. Coſi ancora ſe il numero 40. del quarto luogo moltiplicarà il numero 640. & il numero prodotto 25600. ſi diuiderà per il primo numero 5. ſi farà il Quotiente 5120. che s'ha da ſcriuere nel quarto luogo doppo il numero 640. cioè nel luogo 11. ſotto il quale ſi pone il numero 10. Compoſto dal 3. poſto ſotto il 40. & dal 7. poſto ſotto il 640. Che ſe moltiplicaremo il numero 1280. per 5120. faremo il numero 6553600. che partito per il primo numero 5. ci darà il Quotiente 13720. da porſi nel decimonono luogo, cioè il quale auanza d'vna vnità il numero 18. compoſto dalli numeri 8 & 10. poſto ſotto li numeri moltiplicati.

Coſi parimente (acciò poniamo ancora vn'eſſempio in vn'altra progreſsione) in queſta progreſsione della proportione ſettupla.

2.	14.	98.	686.	482.	33614.	235298.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.

1647086.	11529602.	80707214.
7.	8.	9.

Se il numero 4802. che tiene il quinto luogo doppo'l primo, ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo, produraſsi il numero 23059204. il qual partito per il primo nuro, cioè per 2. ci darà il Quotiente 11529602. da porſi

porsi nel quinto luogo doppo'l numero 4802. cioè nel nono luogo, sotto il quale si pone il numero 8. che è doppio del numero 4. posto sotto il numero 4802. moltiplicato. Cosi ancora, se'l numero 98. del terzo luogo si moltiplicarà per il num. 1647086. & il numero prodotto 161414428. si diuiderà per il primo numero 2. farassi il Quotiente 80707214. da scriuersi nel terzo luogo doppo il num. 1647086. cioè nel luogo decimo, sotto il quale si pone il numero 9. composto dal 2. posto sotto il 98. & dal 7. posto sotto il 1647086. &c.

In che modo il numero di qual si voglia luogo si ritroui nella progressione Geometrica che comincia dal qual si voglia numero sẽza li numeri di mezo.

Da queste cose facilmente aitrouaremo il uumero di ciascun luogo. Imperoche se nella prima progressione s'hauerà da trouare il numero, che si deue porre nel trigesimo luogo, moltiplicaremo il numero 5120. in se stesso per fare 26214400. il quale numero partito per 5 farà il Quotiente 5242880. da porsi nel luogo vigesimo primo, cioè il quale auanza d'vn'vnità il numero 20. che è doppio del numero 10. posto sotto il 5120. in se moltiplicato, & che si pone sotto il vigesimo primo luogo. Et perche 20. & 9. fanno 29. se moltiplicaremo il numero ritrouato 5242880. del vigesimo primo luogo, sotto il quale si pone il numero 20. per 2560. sotto il quale si scriue in numero 9. faremo vn numero, che partito per 5. farà il Quotiente 2684354560. da porsi nel trigesimo luogo, cioè ilquale auanza d'vna vnità quel numero composto 29.

Vedi adunque, che possiamo ritrouare il numero estremo di qual si voglia progressione Geometrica, ancorche non si scriuono tutti li numeri di mezo di quella progressione, con piu operationi però, che non habbiamo fatto di sopra nella seconda regola delle progressioni Aritmetiche.

Ma perche nella prima regola delle progressioni Geometriche habbiamo detto, che qual si voglia numero della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dal 1. leuata prima l'vnità da quello, è la somma di tutti li numeri precedenti

denti;

denti; & in questa seconda regola habbiamo insegnato, che qualunque numero della progressione Geometrica, che comincia dal 1. moltiplicando se stesso produce vn numero da porsi nel luogo doppio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato in se stesso; seguita, che se si aggiongerà 1. alla somma di quanti numeri tu vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dal 1. & la somma si moltiplicarà in se stessa, si produrrà, leuata prima vn'vnità dal prodotto, la somma di due volte piu numeri della medesima progressione. Perche la primma somma aggiongendosegli l'vnità, constituisce il numero prossimo seguente nella medesima progressione, il qual numero moltiplicando se stesso produce vn numero, che s'ha da porre nel luogo doppio maggiore mancò d,vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato in se stesso; & perciò, leuata l'vnità, il medesimo numero sarà la somma di tutti li numeri precedenti, li quali senza dubio sono due volte più che li primi, delli quali è stata pigliata la sõma. Come per essempio, la somma di sette termini, aggiongendogli l'vnità, fa il termine ottauo, che moltiplicato in se stesso produce il decimoquinto termine, cioè il numero, che s'ha da porre nel doppio maggior luogo manco d'vna vnità, che non è l'ottauo; il qual termine decimoquinto, leuandogli l'vnità, sarà senza fallo la somma delli quattordeci termini precedenti, cioè la somma di doppio più termini, che sette, la somma delli quali fu presa. Et la medesima ragione è in tutti l'altri termini.

La somma di quanti numeri tu vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla che comincia da 1. aggiontoli prima l'vnità, se moltiplica se stessa produce vn numero, che leuata prima l'vnità, è la sõma di due volte più termini.

In che modo facilmẽte si ritroui la sõma di 64. luoghi della progressione Geome-

Si che se alcuno breuemente desidera di ritrouare la somma di 64. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dal 1. cioè quanti luoghi sono à ponto nel gioco delli scacchi, s'hauerà da pigliare prima la somma di questi quattro termini 1. 2. 4. 8. cioè 15. Dopò aggiontagli l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 16. in se stessa. Perche se dal numero prodotto 256. si leuarà

1. re-

metrica della proportione dupla che comincia da 1.

1 resterà la somma di otto termini 255. in oltre tornando ad aggiongere l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 256. in se stessa, acciò si faccia il numero 65536 & perciò la somma di 16. termini 65535. Che se di nuouo, aggionta l'vnità, la somma 65536. si moltiplicarà in se stessa, si farà il numero,

1 0
4294967296.

il quale, leuata prima l'vnità, darà la somma di 32. termini, 4294967295. Vltimamente se il numero 4294967296. si moltiplicarà in se stesso, si farà il numero 18446744073709551616. il quale, leuata prima l'vnità, darà la somma di 64. termini.

3 2 1 0
18446744073709551615.

Quanti dinari si ricerchino accio s'empino li 64. luoghi del gioco delli scacchi in tal modo però, che nel primo luogo si pōghi 1. quatrino, nel secondo 2. nel terzo 4 & così di mano in

Et tanti quattrini ci bisognaranno, à chi vorrà empire tutti li 64. luoghi del gioco delli scacchi, ponendo nel primo luogo 1. nel secondo 2. & 4. nel terzo, & 8. nel quarto, & così seguitando di mano in mano per la proportione dupla: i quali quattrini fanno scudi (dando à ciascun scudo quattrini 400.) che

2 1 0
46116860184273879 $\frac{3}{80}$.

à pena tanti denari si ritroua in vn regno, ò in piu ancora, ouero in tutto il mondo; il che à molti pare incredibile.

ANZI à pena sono tante granella di grano in tutto il mondo, quante se ne conterrebbono nelli detti 64 luoghi del scacchiero, se nel primo si ponesse 1. granello, nel secondo 2. nel terzo 4 &c. Il che

che

mano seguitando per la proportione dupla.

che così faremo manifesto, ancorche à molti paia cosa al tutto incredibile. Secondo li medeci & spetiali, 60. granella fanno vna dramma, cioè $\frac{1}{8}$. d'vn'oncia, & per 480. granella 1. oncia, & 5760 granella 1. libra. Essendo adunque che 600. libre communemente faccino vna misura di grano, la quale in Roma si domanda Rubio, & che poco differisce da quella misura, che li marinari d'Italia domandano Salma, staranno in vn Rubio 3456000. granella. Onde se le granella

Quāte granella di grano constituischino vn Rubio.

3 2 1 0
18446744073709551615.

che si contengono in detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per le 3456000. granella, che fanno vn Rubio, ne resultano rubij, & non so che di piu: quan-

2 1 0
5337599558365.

Quante naui si ricerchino à portare il grano posto nelli 64. luoghi del gioco delli scacchi.

ti penso à pena si possono ritrouare insieme in tutto il mondo. Perche conciosia che vna naue ordinaria communemente porti rubij 3000. si ricercarebbeno al manco à portare quel grano naui

1 0
1779199852.

che per caricarle ogniuno facilmente potrà persuadersi, che à pena bastarebbe il grano di tutto il mondo. Che se in tutto il mondo à pena sono

3 2 1 0
18446744073709551615.

granella di grano, molto manco vi saranno tanti

quat-

quattrini, ancorche tutte le monete si riducessero à quattrini, non essendo dubio ad alcuno, che nel mondo è maggior'abondanza, & copia di grano, che di denari. Il che anco da questo si può conoscere.

Perche lo scudo d'oro à Roma vale baiocchi 115. ouero quattrini 460. se li quattrini 18446744073709551615. che si contengono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per baiocchi 115. cioè per quattrini 460. si faranno scudi d'oro. & vn poco più.

2 1 0
40101617551542503.
. . .

Et perche 100. ducati d'oro fanno 1. lib conterransi 18000000. scudi d'oro in 1800000. libre, cioè quante commodamente può portare vna naue ordinaria, essendo che 3000 Rubij, che caricano vna naue, faccino libre 1800000. il qual peso auanza di gran lunga quella gran'Auguglia di pietra, che si vede in Roma appresso à san Pietro, atteso che quella, si come affermano li intelligenti di queste cose, non pesi più che libre 1180000. anzi secondo alcuni manco, la quale nondimeno potersi à pena portare con vna naue, facilmente si persuaderà, chi bene considera la grendezza di essa. Il che voglio hauer detto, acciò nissuno pensi, che noi hauiamo dato poco ad vna naue, dandoli libre 1800000. cioè 3 0 0 0. Rubij di grano, ouero 180000000. scudi d'oro. Da qui nasce, che per portare 40101617551542503. scudi d'oro, saranno necessarie 222786764. naui, & anco piu Et chi dubita che li denari di tutto'l mondo, ancorche si riducessero a scudi d'oro, non sono tanti, che caricassero tante naui?

Quante naui si ricerchino à portare li denari posti nelli 64. luoghi del gioco delli schacchi se si riducesse ro a scudi d'oro.

Che se alcuno nel primo luogo porrà 1. quattrino, ouero granello; 2. nel secondo; 6. nel terzo; 18. nel quarto; 54. nel quinto, & cosi di mano in mano; tal che'l numero posto in ciascun luogo sia doppio di tutti quelli insieme, che ne i luoghi precedenti sono posti.

Nella progressione del'a quale il primo termine è 1. il secondo 2. ma il terzo triplo del secondo & similmente il quarto triplo del terzo, & cosi di mano in mano, ciaschedun termine è doppio di tutti li termini precedenti.

posti. Il che all'hora s'osseruarà, quando si moltiplicara il numero del secondo luogo per 3. & similmente il numero prodotto, & cosi di mano in mano. Come in questa progressione è manifesto.

1.2.6.18.54.162.487.1458.4374.13122.&c.

La qual cosa cosi si potrà dimostrare. Perche'l numero di ciaschedun luogo è doppio delli numeri posti in tutti li precedenti luoghi, conterrà necessariamente il detto numero due volte il numero del prossimo luogo precedente, & parimente due volte li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti. Essendo adũque, che il numero del prossimo luogo precedente cõtenga ancora li numeri di tutti gli altri luoghi precedenti due volte, abbracciara il detto numero tre volte il numero del prossimo luogo precedente. Come per essempio, perche il numero 18. del quarto luogo è doppio di questi numeri 1. 2. 6. conterrà il detto numero 18. due volte il numero 6. & di più due volte li numeri 1. 2. Onde essendo che'l numero 6. sia doppio ancora delli numeri 1. 2. conterrà il medesimo numero 18. due volte'l numero 6. & di piu vna volta cioè li numeri 1. 2. ancora due volte: & perciò se si moltiplicarà il numero 6. per 3. produrassi il numero 18. del seguente luogo, il quale è tre volte tanto quanto il numero del prossimo luogo precedente, & doppio de i numeri in tutti gl'altri precedenti luoghl. Et la medesima ragione è in tutti gl'altri. Che se alcuno, dico, porrà li quattrini, ouero li grani in questo modo nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si ritrouarà molto maggior somma, che prima.

LA QVAL somma in questo modo si raccorrà; ancorche non si ponghino tutti i numeri di quella progressione. Perche tutti li numeri procedono con proportione tripla, cominciando dal secondo luogo, s'hauerà da ricercare il numero del luogo sessagesimoterzo della proportione tripla, che comincia dal 2. Imperoche questo numero ritrouato

In che modo si ritroui la somma delli 64. termini che comincíano

occu-

dal 1. & che vanno seguitanno in tal modo, che ciascheduno termine sia doppio di tutti li termini precedenti.

occuparà il luogo 64. del ſchacchiero. Et queſto conoſciuto, ſi ritrouarà la ſomma di tutti li 63. luoghi, come hauemo inſegnato nella prima regola delle progreſsioni Geometriche, alla quale ſe s'aggiongerà l'vnità poſta nel primo luogo del detto gioco, s'hauerà la ſomma di tutti li 64. luoghi. Come per eſſempio, poſti queſti cinque termini 2. 6. 18. 54. 162. ſe ſi moltiplicarà il quinto in ſe ſteſſo, & il prodotto ſi diuiderà per il primo, ſi produrrà il numero 13122. da porſi nel nono luogo, cioè nel doppio maggior luogo, manco d'vna vnità, ſi come è il luogo del numero in ſe moltiplicato, ſi come detto habbiamo in queſta ſeconda regola. Et ſe di nuouo il numero 13122. del nono luogo ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo, & il prodotto ſi diuiderà per il primo, cioè per 2. ſi farà il numero 86093442. da porſi nel decimoſettimo luogo. Il che ſe di nuouo ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo, & il prodotto ſi diuiderà per il primo, ſi farà il numero 3706040377703682. da porſi nel trenteſimoterzo luogo. Il quale ſe di nuouo ſi moltiplicarà in ſe ſteſſo, & il prodotto ſi diuiderà per il primo, ſi produrrà il numero ſeguente.

5 4 3 2 1 0
6867367640585024969315698178562.

che s'ha da collocare nel ſeſſageſimo quinto luogo. Ma noi cerchiamo in numero del ſeſſageſimo terzo luogo al quale il numero ritrouato del ſeſſageſimo quinto luogo hà la proportione duplicata della tripla cioè noncupla, per la definitione 10 del libro 5. di Euclide, atteſo che li numeri poſti nel luogo ſeſſageſimoterzo, ſeſſageſimoquarto, & ſeſſageſimoquinto, hanno vna continoua proportione tripla. Per la qual coſa ſe partiremo il numero ritrouato per 9. ritrouaremo queſto numero ſeguente, che s'hauera da porre nel ſeſſageſimoterzo luogo.

4 3 2 1 0
763040848953891663257299797618.

Hora leuato il primo numero 2. dal detto numero ritrouato, & il reſto partito per il numero d'vna vnità minore, che'l denominatore della proportione tripla, cioè per 2. & finalmente aggionto il Quotiente al numero ritrouato del ſeſſageſimoterzo luogo, ſi farà la ſomma di tutti li ſeſſantatre luoghi, alla quale ſe aggiongerà l'vnità poſta nel primo luogo del ſcacchiero, ſi comporrà queſta ſomma de i 64. luoghi del detto ſcacchiero.

5 4 3 2 1 0
1144561273430937494885949696427.

Vn'altro modo di ritrouare la ſomma delli 64. termini, che comincino da 1. & in tal modo vadino ſeguitando, che ciaſcheduno termine ſia doppio di tutti li termini precedenti

Ritrouaremo queſta medeſima ſomma ancora così. Moltiplichiſi la ſomma de i tre primi luoghi del ſcacchiero, che è 9. in ſe ſteſſa, & faraſſi la ſomma 81. di due volte piu luoghi, manco vno che non ſono li tre luoghi, la ſomma delli quali fu preſa, & moltiplicata in ſe ſteſſa, cioè la ſomma di cinque luoghi: la quale ſe di nuouo ſi moltiplicarà in ſe ſteſſa, faraſſi al medeſimo modo la ſomma 6561. di noue luoghi, cioè di due volte piu luoghi, che cinque manco vno, la quale di nuouo moltiplicata in ſe ſteſſa produrrà la ſomma 43046721. di dieceſette luoghi: & queſta di nuouo moltiplicata in ſeſteſſa farà q̃ſta ſomma 1853020188851841. di trentatre luoghi: la quale di nuouo moltiplicata in ſe ſteſſa produrrà la ſomma ſeguente.

5 4 3 2 1 0
3433683820292512494657849089281.

di ſeſſantacinque luoghi. Ma noi cerchiamo ſolamente la ſomma di ſeſſantaquattro luoghi, la quale ſi

Quāto grano ſi ricerchi, accio s'empinoli 64. luoghi del gioco delli ſcacchi in tal modo però, che nel primo luogo ſi ponghi 1. nel ſecondo 2. nel terzo 6 nel quarto 18. & coſi di mano in mano in tal modo, che li grani del luogo ſeguēte ſiano doppij di tutti li grani inſieme poſti nelli luoghi precedenti. Et quante naui ſiano neceſſarie à portare quel grano.

contiene volte nella ſomma ritrouata de i ſeſſantacinque luoghi, atteſo, che la ſomma di quanti ſi voglia luoghi ſia tripla della ſomma di tutti li luoghi precedenti. Imperoche eſſendo il numero dell'vltimo luogo, cioè (nel detto eſſempio) del ſeſſageſimo quinto, doppio delli numeri di tutti li precedenti luoghi, ſeguita, che aggionta la ſomma de i numeri di tutti li precedenti luoghi al numero del ſeſſageſimoquinto luogo, ſi faccia la ſomma di tutti li ſeſſantacinque luoghi, che abbracciarà la ſomma delli precedenti ſeſſantaquattro luoghi tre volte. Per il che partita la ſomma ritrouata per 3. ne riſultarà queſta ſomma ſeguente delli ſeſſantaquattro

5 4 3 2 1 0
11445612734308374948859496964 27.

luoghi del gioco delli ſcacchi, come prima.

Tutti queſti grani, ſe ſi diuideranno per 3456000. che fanno vn Rubio, ſaranno li ſeguenti Rubij,

3 2 1 0
33118092402512658995425 $\frac{38201}{128000}$.

che per portarle mettendo 3000. Rubij per naue, ſaranno neceſſarie tutte queſte naui ſeguenti.

3 2 1 0
11039364134170886331 8 $\frac{19}{40}$.

che coprirebbono 102714380. globi compoſti dalla terra, & acqua. Il che coſi faremo chiaro. Poniamo, che il piano ſupremo di vna naue ſia vguale ad vn quadrato, il cui lato ſia di 70. palmi, di quelli, che appreſſo li Matematici, & Architetti ſono in vſo; poiche ordinariamente la longhezza della naue e di 120.

120. palmi, & la larghezza di 40. ſe ſi riduceſſe ad vn parallelogrammo rettangolo. Onde ne ſeguita, che il piano di eſſa contenga palmi quadrati 4800. del qual numero la radice quadrata è quaſi 70. Eſſendo adunque, che 5500. palmi, poco piu, ò meno, faccino vn miglio, & perciò palmi 133750000. faccino miglia 22500. cioè tante, quante ſi contengono in tutto il giro della terra; ſe partiremo queſti palmi per 70. cioè per la longhezza, ouero la larghezza di vna naue quadrata, ritrouaremo in tutto il giro della terra contenerſi naui 1910714. che ſi tocchino l'vna l'altra. Nel medeſimo modo palmi 39374500. faranno tutto il diametro della terra, che contiene miglia 7159. li quali palmi ſe di nuouo li partiremo per 70. ritrouaremo nel diametro della terra comprenderſi naui, che ſi tocchino l'vna l'altra, quaſi 562493. Hora moltiplicando le naui 562493. del diametro per le naui 1910714. del giro, faremo le naui ſeguenti,

Quanti naui copriranno tutta la ſuperficie della terra, & del mare ſe l'vna toccaſſe l'altra.

2 1 0
1074763250002.

che copriranno tutta la ſuperficie della terra & del mare, poiche, come hauemo ſcritto nel fine del 1. capitolo della ſfera, dalla moltiplicatione del diametro nel giro del maſſimo circulo di qual ſi voglia ſfera, ſi produce tutta la ſuperficie della ſfera. Et ſe per queſte naui di tutta la ſuperficie della terra, & acqua partiremo quelle naui di ſopra ritrouare, cioè 110393641341708863 18. che ſi ricercano à portare il detto grano, ritrouaremo 102714380. globi della terra, & del mare compoſti, & tutti coperti dalle naui richieſte à portare il detto grano. la qual ſomma di grano auanza di gran lunga il grano di tutto il mondo; atteſo che le naui, nelle quali fuſſe il grano di tutto il mondo, non potrebbeſo coprire ne anco vna terra ſola, come facilmente ogn'vno potra giudicare.

Quāti globi fatti del l'acqua & della terra ſi copriria no dalle naui, che ſono neceſſarie à portare il grano detto poco fa.

In vn'altro modo dichiararemo queſta incompreſibile moltitudine del grano, ſe ricercaremo, quanti globi,ouero sfere ſi poſſono fare da quelle granella, che ſecondo queſto vltimo modo nelli 64. luoghi del ſcacchiero ſono contenute,delle quali sfere ciaſcuna ſia vguale al globo di tutta la terra inſieme co'l mare Il che coſi ſi farà. Perche le granella del grano non ſono tondi, pigliaremo in vece loro tante granella di coriandolo,che ſono tonde,ancorche ſiano vn poco piu piccole,che le granella del grano. Imperoche coſi auuerrà,che piu globi terreſtri ſi faranno dalle granella del grano, che dalle granella di coriandolo, eſſendo,che ce ne vadino manco di quelle,che di queſte a fare vn globo, & pur ne ſia tanto numero di quelle, quanto di queſte nelli 64. luoghi del gioco delli ſcacchi. Adunque perche 18.granella di coriandolo(ſi come io n'hò fatto l'eſperiẽza)fanno la quarta parte dii vn piede Geometrico,& vn poco piu,potremo con ragione dire, che 70. granella meſſe per ordine in vna linea retta,che ſi tocchino l'vn l'altro, faccino la longhezza di vn piede. Onde hauendo le sfere tra di loro proportione triplicata delli loro diametri, come Euclide dimoſtra nella propoſitione 18. del lib.12.conterranſi nella sfera, della quale il diametro ſia vguale à vn piede Geometrico, granella di coriandolo 343000. poiche queſto numero all'1. ha proportione triplicata di quella che ha vn piede Geometrico di 70.granella all'1.come qui ſi vede.

1. 70. 4900. 343000.

In oltre,perche 5000. piedi Geometrichi fanno vn miglio,ſeguita,che per la medeſima ragione la sfera, della quale il diametro ſia ad vn'miglio vguale, habbia alla sfera, della qnale il diametro ſia vguale ad vn piede,la medeſima proportione,che queſto numero 125000000000.ha all'1.eſſendo che queſto numero all'1. habbi proportione triplicata di quella, che 5000. piedi hanno all'1.come qui ſi vede.

Per

1. 5000. 25000000. 125000000000.

Per la qual coſa,eſſendo che la sfera,che hà il diametro d'vn piede,cõtenga 343000.granella di coriãdolo ſtaranno nella sfera,della quale il diametro ſia vguale ad vn miglio,granella 42875000000000000.

Di poi,perche il diametro della terra contiene miglia 7159. poniamo noi, che contenga miglia 7200. per fare la terra piu grande che non è, & conſeguentemente per fare minor numero di terre dalle dette granella,che in vero ſi farebbero,ſe pigliaſſemo la terra nella ſua propria grandezza Imperoche di qui ſeguitarà,che ſe pare incredibile,che ſi facci minor numero di terre dalle dette granella, ponendo la terra più grande, che non è, molto piu incredibile parerà, che ſi facci maggior numero di terre,ponẽdo la terra nella propria ſua grandezza. Poſto queſto coſi,hauerà tutta la sfera della terra alla sfera;della quale il diametro è vguale ad vn miglio,la medeſima proportione,che ha queſto numero 373248000000.all'1.poiche queſto numero all'1. hà proportione triplicata di quella, che hanno 7200. miglia di tutto il diametro della terra ad vn miglio,come qui è manifeſto.

1. 7200. 51840000. 373248000000.

Per la qual coſa, eſſendo che la sfera del diametro di vn miglio,habbi 42875000000000000. granella conterrà tutto il globo della terra granella.

4 3 2 1 0
1600300800800000000000000000000.

Se adunque per queſto numero partiremo il numero di tutte le granella,che ſi contẽgono in quelli 64. luoghi del gioco delli ſcacchi, faremo globi della terra 71½.& poco piu. Tante ſpere adunque, delle quali

Quãti globi vguali alla terra ſi farebbo-

R 3

si farebbono del grano contenuto nelli 64 luoghi del scacchiero, nel modo, che detto hauiamo.

quali ciascheduna sia vguale à tutta la terra, composte dalle granella di coriandolo, si richiedono per potere riempire li detti 64. luoghi del scachiero, in quel modo, che hauemo detto : che pare incredibile.

Hora se quelle granella saranno quattrini, faremo da quelli li seguenti scudi d'oro.

4 3 2 1 0
248817668137138585858447716731.

Quante naui portariano li ducati d'oro fatti dalli quatrini che empisseroli 64. luoghi in quel modo, che è stato detto delle granella del grano.

Et perche di sopra hauemo detto, vna naue commodamente portare scudi d'oro 1800000. se quelli partiremo per questi, ritrouaremo essere necessarie per portare detti denari tutte queste naui,

3 2 1 0
13823103785396588103 24.

che coprirebbono tante superficie della terra & del mare, quante vnità sono in questo num. 1286162676. per amor che di sopra hauemo posto, che naui 1074763250002. coprino vna superficie della terra & del mare. La qual somma di denari eccede ogni capacità di ingegno humano.

Et quanti globi della terra, & del mare dette naui coprariano.

Similmente se alcuno desidera sapere la somma di 40. termini della medesima progressione della proportione dupla, s'hauerà primieramente da pigliare la somma di questi 5. termini, 1. 2. 4. 8. 16 cioè 31. Di poi aggiontoli l'vnità si moltiplicarà la somma 32. in se stessa: perche leuata l'vnità dal numero prodotto, restarà la somma di 10. termini, 1023. Di nuouo aggionta l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà l'vnità, verrà à farsi la somma di 20. termini 1048575. Vltimamente, aggionta di nuouo l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà 1. rimarrà la somma di 40. termini, 1099511627775. Tanti quattrini adunque riceue-

Quanto costino 40. castela, se si venderãno in tal modo chè per il primo si paghi 1. quattrino per il secondo 2. quattrini & per il terzo 4. &c.

ceue-

ceuerebbe vn Duca, ò Prencipe, che vendesse 40. sue castella con questo patto, che per il primo se pagasse 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini, per il terzo 4. & cosi sempre seguitando di mano in mano per la proportione dupla. Li quali quattrini tutti fanno scudi 2748779069 $\frac{1}{4}\frac{7}{9}\frac{5}{0}$. Che se con questi denari quel prencipe ne comprasse entrata ferma di vn'anno, di modo che 100. scudi guadagnassero solamente 5. scudi, (ancorche per l'ordinario guadagnino più) s'hauerebbero scudi 137438953. & baiocchi 47 $\frac{3}{1}\frac{}{6}$. l'anno : quanta entrata nissun Monarca ò Republica mai ha hauuto. Si che per niun conto sarebbe riputato sciocco, ò balordo quel Duca, (come pare à molti poco essercitati nelle cose di Aritmetica) che hauesse vendute le sue 40 Castella con la conditione predetta, ma oltra modo sauio, & accorto.

In qual modo breuemente si caui la somma di 24. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che cominci da 1.

Vltimamente se alcuno desidera hauere speditamente la somma di 24. termini della medesima progressione, s'hauerà da pigliare prima la somma di questi tre termini 1. 2. 4. che è 7. Di poi aggiontoli l'vnità, si moltiplicarà la somma 8. in se stessa, & dal prodotto si cauarà l'vnità, per fare la somma 63. di 6. termini. Aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma 64. in se stessa, & leuando l'vnità dal numero prodotto, s'hauerà la somma 4095. di 12. termini. Finalmente aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma in se stessa, & leuando l'vnità dal numero prodotto, risultarà la somma di 24. termini, 16777215. Di maniera, che senza ragione se ne burlarebbe di colui, che vn cauallo valoroso che ha nelli piedi 24. chiodi, lo vendesse con questa conditione, che gli fusse pagato per il primo chiodo 1. quattrino, per il secondo, 2. per il terzo, 4. & per il quarto, 8. &c. Perche riceuerebbe per il cauallo 16777215. quatrini, che fanno scudi 41943 $\frac{}{2}\frac{1}{5}$. per il qual prezzo ogniuno volentieri darebbe il suo cauallo. Et questo poco basti hauere detto delle progressioni: perche molto piu di esse scriueremo nella nostra Aritmetica piu copiosa.

Quanto costaria vn cauallo, ch' ha 24 chiodi nelli piedi, se cosi si vendesse, che per il primo chiodo si desse vn quattrino, & per il secondo 2. & per il terzo 4. &c.

DEL MODO DI CAVARE LA RADICE

Quadrata. Cap. XXVI.

Che cosa sia numero quadrato.

NVmero quadrato si dice quello, che si produce da qualunque numero in se stesso moltiplicato. Come è il 4. che si produce dalla moltiplicatione del num. 2. in se stesso. Cosi ancora il 9. essendo, che si produca dal 3. in se stesso. Di più il 2209. perche si produce dalla moltiplicatione del 47. in se stesso, &c. L'vnità ancora dalli Aritmetici si chiama num. quadrato, benche impropriamente atteso che dall'1. in se stesso si produca. Il numero di poi, che in se moltiplicato produce il num. quadrato, si chiama lato, ouero radice del quadrato.

Che sia radice quadrata.

Checosa sia cauare la radice quadrata.

Adunque cauare la radice quadrata d'alcun numero proposto, non è altro, che ritrouare vn numero, che moltiplicato in se stesso produchi il numero proposto, si è quadrato, ouero se non è quadrato, facci il maggior numero quadrato contenuto in quello. Come, per essempio, cauare la radice quadrata del numero 2209. non è altro, che ritrouare il num. 47. Perche questo moltiplicato in se stesso produce il proposto numero 2209. Cosi ancora cauare la radice quadrata dal numero 3375. non è altro, che ritrouare il numero 58. Perche questo in se stesso moltiplicato produce il numero quadrato 3364. che è il maggiore di tutti quadrati contenuti nel numero 3375. Imperoche il numero quadrato prossimo maggiore, del quale il lato, ouero la radice è 59. cioè d'vnità maggiore, che 58 è 3481.

In che modo si segni con li ponti il numero, del quale si cerca la radice.

Ma primieramente si deue segnare il uumero proposto, dal quale si hà da cauare la radice, con certi ponti, ponendo vn ponto sotto la prima figura dalla parte destra, ouero sopra la prima figura, & vn'altro sotto la terza figura, & vn'altra sotto la quinta figura & vn'altro sotto la settima, & cosi di mano in mano

sotto

sotto la nona, vndecima, & sotto gl'altri luoghi dispari: si che ciascun punto habbi due figure, cioè quella, sotto la quale è segnato il ponto, & l'altra precedente verso la parte sinistra; eccetto l'vltimo ponto dalla parte sinistra; che alcuna volta ha solamente vna figura, cioè quãdo il numero delle figure è disparo. Et tãte figure hauerà la radice del numero proposto, quãti ponti sono segnati. Come li seguenti numeri cosi si segnaranno, & la radice del primo hauerà in tutto

Quante figure habbia la radice del numero proposto.

21178404.
· · · ·

456789012.
· · · · ·

quattro figure. Ma la radice del secondo si scriuerà con 5. figure.

In che modo la radice quadrata si caui dal dato numero.

Segnato in questo modo il numero, cosi si cauarà la sua radice. Sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra si pone la radice del maggior quadrato contenuto in quelle figure, che appartengono à quel ponto: la qual radice non può essere maggiore, che 9. Et la medesima radice si scriue dalla parte destra del numero proposto, doppo questa linea corua, si come dicemmo della diuisione delli numeri intieri. Et questa radice à guisa d'vna figura Quotiente si moltiplica per la radice posta sotto il ponto à guisa d'vn partitore; & il numero prodotto si sottrae dal numero soprascritto scancellate prima le figure, dalle quale si fa la sottrattione insieme con la radice notata sotto il ponto, si come hauemo insegnato nella Diuisione delli numeri intieri. Ma il numero che resta, non può essere maggiore, che doppio della radice posta sotto il ponto.

Doppo questo si raddoppia la radice ritrouata, & questo numero raddoppiato si scriue sotto il seguente ponto con questo ordine, che la prima sua figura si ponga sotto la figura, che piu vicina seguita l'vltimo ponto verso la parte destra, & l'altre, se ve ne saranno,

no, per

no, per ordine di mano in mano, seguitando verso la sinistra, si che sotto la figura, sotto la quale si pone il seguente punto, niente si scriua; perche quella si dourà porre la noua figura del Quotiente. Posto in questo modo quel numero raddoppiato, si partisce per esso il numero soprascritto, & la figura del Quotiente si scriue dopò il numero proposto dalla parte destra, & la medesima ancora sotto il ponto, per fare quasi vn partitore intiero da quel numero raddoppiato, con questa figura del Quotiente. Il che fatto, si moltiplica questa figura del Quotiente in tutto quel partitore, come nella Diuisione delli intieri, & il numero prodotto si sottrae dal soprascritto numero, &c. Ma auanti, che tu scriui questa noua figura del Quotiente, s'ha prima da vedere, se quella moltiplicata in quel numero radoppiato, & in se stessa posta doppo quel num. radoppiato, produce vn tal numero, che si possi sottrarre dal numero soprascritto.

Di nuouo al medesimo modo si radoppia tutto il numero posto fin quì doppo qnesta linea corua (& il numero radoppiato si scriue sotto il seguente ponto, con quell'ordine, che di sopra hauiamo dato, di modo che di nuouo si lasci voto il ponto seguente, per porre iui la nuoua figura del Quotiente. Il che fatto, si partisce per questo numero radoppiato il soprascritto numero, & si piglia tal figura per il Quotiente, che moltiplicata in quel numero radoppiato, & in se stessa posta doppo quel numero radoppiato, venga a fare vn numero.

Parimente tutto il numero posto fin quì nel Quotiente si radoppia, & si fanno tutte l'altre cose come prima, & cosi di mano in mano, fin che tutti li ponti siano spediti. Ma tutte queste cose si faranno più chiare con l'essempi.

Habbiasi da cauare la radice quadrata dal numero 21178404. Segnati li ponti, come è stato detto di sopra, pongo sotto l'vltimo ponto dalla parte sinistra la figura 4. cioè la radice del maggior quadrato contenuto nel soprascritto numero 21. (Perche il numero

mero quadrato di maggior radice, cioè di 5. è 25. & quella vn'altra volta scriuo doppo questa linea corua. Moltiplicando poi la figura 4. del Quotiente per la figura 4. sotto il ponto posta si fa 16. Il qual numero leuato dal 21. si come hauiamo insegnato nella Diuisione delli numeri intieri, rimane 5. Onde al seguente ponto apparterranno queste tre figure 517.

5
~~21~~178404 (46
. . . .
~~4~~86

Doppo radoppiata la figura 4. del Quotiente si fa 8. che scriuo sotto 1, come vedi nell'essempio; & partisco 51. per 8. & ritrouo 8. esser contenuto nel 51. sei volte. Pongo adunque 6. tanto nel Quotiente doppo il 4. quanto sotto il ponto della figura 7. Ma moltiplicando questa figura 6. del Quotiente per tutto il partitore 86. & cauando il prodotto dal sopraposto numero 517. riman 1. Di sorte che tutte queste tre figure 184. appartieneranno al ponto che siegue.

~~5~~~~5~~1
~~2117~~8404 (460
. . . .
~~4~~8~~6~~20.
9

Di nuouo raddoppiato il Quotiente 46. fin qui ritrouato, per fare 92. scriuo 2. sotto 8. & 9. sotto 1. come vedi nell'essempio, & diuido 18. per 92 Ma perche 92. nō si contiene, ne pur vna volta in 18. pongo 0. cosi nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 4. & scancello tutto il partitore 920. Et cosi appartienerà all'vltimo ponto tutto questo numero 18404.

~~5~~~~5~~1
~~2117~~8404 (4602
. . . .
~~4~~8~~6~~~~2~~~~0~~02
~~9~~92

Vltimamente raddoppiato il Quotiente 460. fin qui ritrouato per fare 920. scriuo 0. sotto il 0. & 2. sotto il 4. & 9. sotto l'8. come vedi nell'essempio. Ma diuidendo 1840. per 920. ritrouo questo numero in quello essere contenuto due volte. Pongo adunque la figura 2. tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto del-to della prima figura 4. Ma moltiplicando queſta figura 2. per tutto il partitore 9202. & cauando il numero prodotto dal ſopraſcritto numero, reſta nulla. Adunque la radice quadrata del numero propoſto è 4602. & eſſo numero propoſto è quadrato, atteſo che niente ſia auanzato doppo l'vltima ſottrattione fatta.

832
2128784004 (4602
. . . . .
4802002
802

Habbiaſi di piu da cauare la radice quadrata dal numero 456789012. Segnati li ponti, come hauemo inſegnato, ſcriuo ſotto l'vltimo ponto dalla banda ſiniſtra la figura 2. cioè la radice del maggior quadrato contenuto nel ſopraſcritto numero 4. & vn'altra volta la pongo nel Quotiente. Ma moltiplicando la figura 2. del Quotiente per la figura 2. ſotto il ponto, ſi fa 4. che ſottratto dal 4. riman nulla. Onde queſte due figure 56. appartieneranno al ponto ſeguente.

456789012 (21
. . . . .
241

Radoppiata la figura 2. del Quotiente, ſi fa 4. che ſcriuo ſotto 5. laſciando il ponto ſeguente voto, per metter'iui la noua figura del Quotiente. Ma diuidendo 5. per 4. ritrouo il Quotiente 1. che ſcriuo tanto doppo il Quotiente 2. quanto ſotto il ponto della figura 6. Et moltiplicãdo queſta figura 1. del Quotiente per tutto il partitore 41. & cauando il numero prodotto dal 56. riman 15. Si che al ſeguente ponto appartengono queſte quattro figure 1578.

15
456789012 (213
. . . . .
24123
4

Dipoi radoppiato il Quotiente 21. infino à qui ritrouato per fare 42. pongo 2 ſotto 7. & 4. ſotto 5. Ma diuidendo 157. per 42. ritrouo il Quotiente 3. il quale pongo coſi nel Quotiente, come ſotto il ponto del-

la

la figura 8. Et moltiplicando queſta figura 3. del Quotiente per tutto il partitore 423. & ſottraẽdo il numero prodotto da 1578. rimangono 309. Adunque appartieneranno al ſeguente ponto queſte cinque figure 30990.

30
1819
456789012 (2137
. . . . .
2412367
442

Di nuouo raddoppiato il Quotiente 213. fin qui ritrouato, per fare 426. ſcriuo 6. ſotto 9. & 2. ſotto 9. & 4. ſotto 0. Ma diuidendo 3099. per 426. ritrouo il Quotiente 7. il quale ſcriuo tanto nel Quotiente, quanto ſotto il ponto della figura 0. Et moltiplicando queſta figura 7. del Quotiente per tutto il partitore 4267. & leuando il numero prodotto da 30990. reſtano 1121. Onde al ponto ſeguente appartieneranno queſte ſei figure. 112112.

1
21
3092
181071
456789012 (21372
. . . . .
241236742
44227
4

Vltimamente raddoppiato il Quotiente 2137. fin hora ritrouato, per fare 4294 pongo 4. ſotto 1. & 7. ſotto 1. & 2. ſotto 2. & 4. ſotto 1. Ma diuidendo 11211. per 4274. ritrouo il Quotiente 2. il quale ſcriuo coſi nel Quotiente, come ſotto il põto della figura 2. Et moltiplicando queſta figura 2. del Quotiente per tutto il partitore 42742. & leuando il numero prodotto da 112112.

2
136
2186
308702
1818071238
456789012 (21372
. . . . .
241236742
44227
4

auan-

auanzano 26628. Adunque il numero propoſto non è quadrato, & perciò il Quotiente ritrouato 2 1 3 7 2. non è la ſua radice, ma d'vn'altro numero, che è il maggior quadrato compreſo nel dato numero, cioè del numero 456762384. Perche il quadrato proſſimo maggiore, cioè che ha la radice d'vna vnità maggiore della radice ritrouata 21372. fa vn numero maggiore del numero propoſto.

Come ſi caui la radice quadrata per Dāda.

Si può ancora cauare la radice quadrata per Danda, ſi come di ſopra habbiamo inſegnato à partire li numeri intieri per Danda: & è coſa ſicuriſsima, per nō intricarci, quando ſe ha pigliata vna figura troppo grāde, ò piccola pche nō ſi caſſano le figure. Il modo è queſto. Habbiaſi da cauare la radice quadrata dal numero 456789. Segnati li ponti, come detto habbiamo: pongo nel Quotiente la figura 6. cioè la radice del maggior quadrato contenuto nell'vltimo ponto 45. & ſimilmente ſcriuo 6. ſeparatamente à mano deſtra, come nella Diuiſione fatto habbiamo co'l Partitore: & moltiplico 6. del Quotiente per il 6. ſeparatamente poſto, dicendo, 6. via 6. fanno 36. che cauo da 45. in queſto modo. Cauare 6. da 5. non ſi può, ma inſino à 10. habbiamo 4. che con 5. fanno 9. li quali ſcriuo ſotto il 5. & ritengo nella mente 4. cioè 3. per li 30. & 1. per li 10. i quali 4. cauanti da 4. non laſciano niente: ſi che il ſequente ponto ſarà 967.

		6
		127
		1345
456789	(675	
· · ·		
9		
78		
1164		

Da poi ſi radoppia la figura 6. ritrouata, facendo 12. & per 12. ſi diuide il ſeguente ponto 967. laſciando però la figura 7. ſotto la quale ſta il ponto, dicendo 1. in 9. entra 7. volte, (Imperoche l'8. ſarebbe troppo) ſcriue adunque 7. nel Quotiente, & ancora ſeparatamente doppo il doppio 12. Et la figura 7. moltiplico per tutto'l numero 127. dicendo 7. via 7. fanno 49. cauare

uare

uare 9 da 7. non ſi può, mà inſino à 10. ne va 1. che con 7. fa 8. ſcriuo adunque 8 ſotto il 7. di tal maniera però, che ſtia più baſſo, che il 9. & ritengo 5. cioè 4. per li 40. & 1. per li 10. Et dico, 7. via 2 fanno 14. aggionti li 5. ſerbati, fanno 19. Cauare 9. da 6. non ſi può ma inſino à 10. ce ne va 1. che con 6 fa 7. che pongo ſotto il 6. & ritengo 2. cioè 1. per la decina delli 19. & 1 per li 10 nominati, quando diceuamo, 9 inſino à 10 &c. Finalmente dico 7. via 1. fanno 7. & aggionti li 2. ſerbati, ſi fanno 9. che cauati da 9. niente laſciano: ſi che il ſeguente ponto ſarà. 7889.

Vltimamente radoppiando tutta la radice 67. fin qui trouata, ſo 134. Et per 134. diuido il ponto 7889. laſciando però la figura 9. ſopra il ponto, dicendo 1. in 7. entra 5. volte, perche 6. ſarebbe troppo. Scriuo adunque 5. nel Quotiente,

456789	(675	
· · ·		
9		6
78		127
1164		1345

& doppo il doppio 134. Et per tutto il numero 145. moltiplico 5. & dico 5. via 5. fanno 25. Cauando 5. da 9. reſtano 4. che pongo ſotto il 9. & riſerbo 2. per li 20. Et dico 5. via 4. fanno 20. che con li 2. ſerbati fanno 22. Cauando 2. da 8. reſtano 6. da ſcriuere ſotto l'8 & ritengo 2. per li 20. Di piu dico, 5. via 3. fanno 15. che con li 2. ſerbati fanno 17. Cauando 7. da 8. reſta 1. & riſerbo 1. per amor de i 10. Finalmente dico, 5. via 1. fanno 5. aggionto il 1. ſerbato, ſi fanno 6. che cauati da 7. reſta 1. Si che tutta la radice è 675. & il reſiduo 1164. co'l quale ſi formarà vn rotto, come di ſopra dicemmo.

Et queſto modo è belliſſimo, perche ſi vede chiaramente tutti li reſidai: ſi che ſe foſſe pigliata vna figura nel Quotiente troppo grande, ò piccolla, (troppo grande, ſarebbe, ſe li numeri prodotti non ſi poteſſero cauare dal ponto propoſto: ma troppo piccola, quando il reſiduo foſſe maggiore, che il doppio della radice fin li trouata.) Subito ſi può emendare l'errore come nella diuiſione detto habbiamo.

La

La proua della estrattione della radice quadrata è di tre sorti.

La proua del cauare la radice quadrata è di tre sorti, si come anco della Diuisione delli intieri. Perche la prima si fa co'l buttar via li 9. L'altra co'l gittare via li 7. Et la terza per la moltiplicatione, si come è stato detto nella Diuisione delli numeri intieri. Ma la radice ritrouata si deue pigliare qui in cambio del partitore. Perche se il numero proposto si partirà per la radice ritrouata, sarà il Quotiente l'istessa radice. Et se qualche numero sarà auanzato nel cauare la radice, auanzarà il medesimo nella Diuisione, pur che nel Quotiente si piglino le stesse figure della radice ritrouata, ancorche nell'vltima Diuisione partiale si possa tal volta pigliare maggior figura, cioè ogni volta, che il resto dell'estrattione auanzarà la radice. Si che il primo essempio così si prouarà per il 9. Leuati via li 9. dalla radice 4602. restano 3. che scriuo nell'vna & l'altra banda della croce, percioche la radice è il partitore, & il Quotiente insieme, come hauemo detto. Hora moltiplicate tra di loro queste due figure 3. & 3. fanno 9. & leuati li 9. riman 0 che pongo nella parte suprema della croce. Finalmente, leuati li 9. dal numero proposto, resta ancora 0. Ma il secondo essempio, così si prouarà per li 9. Leuati li 9. della radice 21372. riman 6. che pongo nell'vna & l'altra banda della croce. Ma moltiplicate tra di loro queste due figure 6. & 6. fanno 36. & leuati li 9 da 36. & dal auanzo della estrattione, rimangono 6. Et altre tanto resta, se si leuaranno li 9. dal numero proposto.

	0	
3	X	3
	0	

	6	
6	X	6
	6	

Che si moltiplicarà la radice del primo numero in se stessa, produrrassi il medesimo numero primo. Di più se si moltiplicarà la radice del secōdo numero in se stessa, & al prodotto si aggiongerà l'auanzo della estrattione, si produrrà il medesimo numero secondo.

Qui

L'auanzo della estrattione della radice quadrata non può essere maggiore, che doppio della radice ritrouata.

Qual sia la differenza tra due quadrati prossimi.

Quì si deue ancora auuertire, che in nessuna estrattione di radice quadrata può essere maggior'auanzo, se pur ce sarà, che il doppio della radice ritrouata. Perche se l'auanzo fusse maggiore del doppio della radice ritrouata, ancorche fusse d'vna vnità sola, il numero proposto haurebbe vna radice d'vna vnità maggiore di quella, che è stata ritrouata. La ragione di questo è, che ciaschedun numero quadrato auanza il prossimo minore numero quadrato nel doppio della radice di esso minor quadrato, & di più in vna vnità; si che se si aggiōgerà 1. al doppio della radice di qual si voglia quadrato, & questa somma al quadrato prossimo minore, si farà il quadrato prossimo maggiore. Come per essempio, il numero quadrato 64. auanza il numero quadrato 49. nel numero 15. Doue chiaramēte vedi, il numero 14. essere doppio della radice del quadrato 49. che è 7. & auanzarui ancora vna vnità nel numero 15. & per ciò se si aggiōgerà 1. al 14. cioè al doppio della radice 7. & questa somma 15. al 49. farsi il numero quadrato 64. prossimo maggiore, che il 49. del quale la radice è 7. Se adūque alcuno proporrà il numero 63. acciò si caui la sua radice quadrata, si ritrouarà la radice 7. & auanzarà il numero 14. che è doppio della radice. Ma se vno proponesse il numero 64. & si trouasse la radice 7. si sarebbe fatto errore, perche auanzarebbono 15. che sono più, che il doppio della radice 7. per la qual cosa la radice del numero 64. sarà 8.

DEL MODO DI APPROSSIMARSI più al vero nelle radici de i numeri non quadrati. Cap. XXVII.

PErche quando il numero proposto nō è quadrato, la radice ritrouata moltiplicata in se stessa produce vn numero minore del numero proposto, si come chiaramente nel secondo essempio s'è visto, doue la radice moltiplicata in se stessa produce vn numero, il quale

quale dal numero proposto è auanzato in tutto questo numero 26628. mostraremo in questo luogo due vie, per le quali si ritrouarà la radice più propinqua, di sorte, che il suo numero quadrato dal proposto numero non quadrato sia poco, & quasi niente differente. Perche la radice vera non si può esprimere con numero, ma solamente per linea retta, come nella nostra Aritmetica più copiosa si dimostra. Per la prima via si trouarà ben vna radice più propinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito, ma però sempre minore, che la vera; talche il numero quadrato di quella sempre sia minore del numero proposto. Per l'altra via si ritrouarà ancora vna radice ben più propinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito; ma sempre auanzarà la vera; si che il numero quadrato di quella sempre sia maggiore del numero proposto. L'vna, & l'altra via però è stata dimostrata Geometricamente da Teone Alessandrino nel primo libro del Alma gesto di Tolomeo, & da Federico Commandino nel libro de Archimede della dimensione del circolo.

In che modo si ritroui la radice più propinqua, minore però che la vera.

La prima via adunque è questa. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreso nel numero proposto, s'aggionga à quella il rotto, del quale il Numeratore è l'auanzo della estrattione, cioè quel numero, nel quale il numero proposto auanza il numero quadrato prossimo minore, che viene esser prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa: Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata, & di più vna vnità, cioè nella quale vnità la radice del numero quadrato, che è prossimo maggiore del numero proposto, auanza la radice ritrouata del numero quadrato, che è prossimo minore compreso nel numero proposto. Perche in questo modo sarà composta vna radice molto più propinqua, che la ritrouata, minore però, che la vera. Alla quale, se s'aggiongerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto non quadrato auanza il quadrato della radice più propinqua già ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima radice più

pro-

propinqua, & dall'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la radice più propinqua ritrouata, si comporrà vna radice ancora più propinqua, ma però minore, che la vera. Alla quale se di nuouo s'aggiongerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto non quadrato auanza il quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima vltima radice propinqua, & dall'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la medesima vltima radice propinqua, si farà ancora vna radice più propinqua, ma minore però che la vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice più, & più propinqua in infinito, ma non si trouarà però mai la vera radice, ma sempre vna radice alquanto minore, che la vera.

Essempio. Sia proposto'l numero non quadrato 20. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa produce 16. & auanza 4. Se adunq. alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{9}$. il Numeratore del quale è quel auanzo, ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata 4. e di più 1. si farà la radice più propinqua 4$\frac{4}{9}$. Perche il numero quadrato di questa è 19$\frac{61}{81}$. che benche sia minore del numero proposto 20. nondimeno è manco differente da quello, che il quadrato numero 16 della prima radice 4.

Leuato questo quadrato 19$\frac{61}{81}$. dal numero proposto non quadrato 20. auanzano $\frac{20}{81}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore che'l numero proposto 20. eccede la radice propinqua 4$\frac{4}{9}$. poco fa ritrouata, in questa minutia $\frac{5}{9}$. che aggionta al doppio della radice propinqua 4$\frac{4}{9}$. cioè à 8$\frac{8}{9}$. fa il numero 9$\frac{4}{9}$. per il quale se si diuiderà quel resto $\frac{20}{81}$. si farà il Quotiente $\frac{180}{6885}$. che aggionto alla radice propinqua 4$\frac{4}{9}$. prossimamente ritrouata, farà la radice più propinqua 4$\frac{29160}{61965}$. cioè 4$\frac{8}{17}$. Imperoche il numero quadrato di questa è 19$\frac{285}{289}$. il quale ancora è minore, che il numero proposto 20.

S 2 non

non quadrato, ma più s'accoſta però à quello, che il quadrato $19\frac{61}{81}$. della radice $4\frac{4}{9}$. ritrouata auanti queſta radice $4\frac{8}{17}$.

Di nuouo ſottratto queſto quadrato $19\frac{285}{289}$. dal numero propoſto 20. nõ quadrato auanzano $\frac{4}{289}$. Di più la radice 5 del quadrato 25. proſsimo maggiore del numero propoſto 20. eccede la radice propinqua $4\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, in queſta minutia $\frac{9}{17}$ che aggionta al doppio dell'vltima radice propinqua $4\frac{8}{17}$ cioè à $8\frac{16}{17}$. fa il numero $9\frac{8}{17}$ per il quale ſe ſi partirà quel reſto $\frac{4}{289}$. ſi farà il Quotiente $\frac{68}{46529}$. che aggionto alla radice propinqua $4\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, farà la radice più propinqua $4\frac{373388}{790993}$. cioè $4\frac{76}{161}$. Perche il numero quadrato di queſta è $19\frac{25901}{25921}$. il quale è minore ancora, che il numero propoſto 20. non quadrato, ma però ſe gli accoſta più, che il quadrato $19\frac{289}{289}$ della radice propinqua $4\frac{8}{17}$. ritrouata auanti queſta radice $4\frac{76}{161}$. & coſi in queſto modo ci potremo accoſtare tutta via più, & più alla verità, alla quale nondimeno mai arriuaremo, ma ſempre da quella mancaremo in qualche coſa.

L'altra via è queſta. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreſo nel numero propoſto, s'aggionga à quella il rotto, della quale il Numeratore è il reſto della eſtrattione, cioè quel numero, nel quale il numero propoſto auanza il numero quadrato proſſimo minore, che viene eſſere prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in ſe ſteſſa: Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata. Perche in queſto modo ſi comporrà vna radice molto più propinqua, che la ritrouata, maggiore però che la vera. Dalla quale ſe ſi leuarà quello, che ne prouiene alla diuiſione dell'auanzo, nel quale il numero quadrato dalla radice più propinqua già ritrouata auanza il numero propoſto, per il doppio della medeſima radice più propinqua, ne rimarrà vna radice ancora più propinqua, ma maggiore però che la vera. Dalla quale ſe di nuouo ſi ſottrarrà quello, che prouiene dalla diuiſione del-

dell'auanzo, nel quale il numero quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata auanza il numero propoſto, per il doppio della medeſima radice vltima propinqua, reſtarà vna radice ancora più propinqua, ma però maggiore, che la vera. Et in queſto modo ſi potrà ſempre ritrouare vna radice più, & più propinqua a in infinito, ma non ſi trouarà però mai la radice vera, ma ſempre vna radice alquanto maggiore, che la vera.

Eſſempio. Sia propoſto il medeſimo numero 20. non quadrato. La radice del quadrato proſſimo minore è 4. che moltiplicata in ſe ſteſſa fa 16. & auanzano 4. Se adunq. alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{8}$. del quale il Numeratore è quel reſto, ma il Denominatore il doppio della radice ritrouata 4. ſi farà la radice più propinqua $4\frac{4}{8}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Perche il numero quadrato di queſta è $20\frac{1}{4}$. il quale ſenza dubbio è maggiore, che'l numero propoſto 20. ma mãco differẽte da quello che il quadrato numero 16. della prima radice 4.

Hora ſe'l $\frac{1}{4}$. cioè l'eccеſſo, nel qual il numero quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. proſſimamente ritrouata auanza il numero propoſto 20. ſi diuiderà per il doppio dalla radice propinqua $4\frac{1}{2}$. già ritrouata, cioè per 9. ſi farà il Quotiente $\frac{1}{36}$. che leuato dalla radice $4\frac{1}{2}$. proſſimamente ritrouata, reſtarà la radice più propinqua $4\frac{34}{72}$. cioè $4\frac{17}{36}$. Perche il numero quadrato di queſta è $20\frac{1}{1296}$. che è maggiore ancora, che'l numero propoſto 20. ma manco ſi diſcoſta da quello, che il quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. ritrouata auanti queſta.

Che ſe di nuouo il $\frac{1}{1296}$. cioè l'eccеſſo, nel quale il numero quadrato $20\frac{1}{1296}$. della radice $4\frac{17}{36}$. proſſimamente ritrouata auãza il numero propoſto 20. ſi diuiderà per il doppio della radice $4\frac{17}{36}$. vltimamente ritrouata, cioè per $8\frac{34}{36}$. ouero per $8\frac{17}{18}$. ſi farà il Quotiente $\frac{1}{11592}$. che ſottratta dalla radice $4\frac{17}{18}$. proſſimamente ritrouata, rimarrà la radice più propinqua $4\frac{197028}{417312}$. cioè $4\frac{5473}{11592}$. Perche il numero quadrato di queſta è $20\frac{1}{134374464}$.il quale è maggiore ancora che'l numero proposto 20. ma è molto meno lontano da quello, che il quadrato $20\frac{1}{1296}$.della radice $4\frac{17}{36}$. ritrouata auanti questa. Et cosi in questo modo si potrà tutta via più, & più accostarsi alla verità, alle quale però non arriuaremo mai, ma sempre l'auanzaremo in qual che cosa.

Come si ritroui la radice propinqua in vna sola operatione.

Non voglio ancora lasciare di dire vn'altro modo di trouare la radice assai propinqua in vna sola estrattione, molto vsato da i Mathematici. Il quale è questo. Al numero, dal quale si hà da cauare la radice, s'aggionghino verso la man destra alcuni para di zeri, come 0000, ouero 000000, ouero 00000000. &c. & quanto più para di zeri saranno, tanto più propinqua radice si trouarà. Di poi di tutto questo numero si caui la radice, come insegnato habbiamo. Dalla radice si leuino à mano destra tante figure, quanti para di zeri sono stati gionti. Imperoche le figure restante saranno la radice insieme cō vn rotto, che ha per Numeratore le figure leuate, ma il Denominatore sarà 10. se sarà gionto vn para di zeri; ouero 100. se due para; ouero 1000. se tre para, &c. di modo che'l Denominatore habbia tanti zeri, quanti para di zeri sono aggionti. Habbiasi per essempio da cauare la radice da 20. Aggionti tre para di zeri, haueremo il numero 20000000. Dal quale la radice è 4472. Leuate tre figure per amor delli tre para di zeri sarà la radice $4\frac{472}{1000}$. minor della vera, ma assai propinqua. Perche il suo quadrato è $\frac{19998784}{1000000}$. cioè $19\frac{998784}{1000000}$. che poco minor, che'l numero proposto 20. Che se s'aggionge 1. al Numeratore, si farà la radice propinqua maggiore della vera $4\frac{473}{1000}$. Imperò che il suo quadrato è $20\frac{7729}{1000000}$. vn poco maggior che 20.

	4
	84
	887
	8942
2000000	(4472
. . . .	
4	
64	
191	
1216	

In sostanza in questo modo non si fa altro, che moltiplicare il numero proposto per il quadrato di 10. ouero 100. ouero di 1000 &c. Perche giongendo 00. si moltiplica per 100. che è il quadrato di 10. & giongendo 0000. si moltiplica per 10000. che è il quadrato di 100. Et giōgēdo 000000. si moltiplica per 1000000. che è il quadrato di 1000. &c. Di poi della radice di tutto il numero si piglia la $\frac{1}{10}$. ouero $\frac{1}{100}$. ouero $\frac{1}{1000}$. &c. secōdo che la moltiplicatione sarà stata fatta per il quadrato di 10. ò di 100. ò di 1000. ò di 10000. &c. Come nel nostro essempio s'hà moltiplicato 20. per il quadrato di 1000. hauendo gionti 000000. & della radice 4472. di tutto il numero 20000000. s'hà pigliato la parte $\frac{1}{1000}$. il che si fa, partendo la radice per 1000. &c.

Come si troui la radice propinqua ne i numeri rotti, in vna sola operatione.

Sappi ancora, che'l medesimo si fa nelli rotti. Imperoche se s'aggiongeranno alcuni para di zeri tanto al Numeratore, quanto il Denominatore, si farà della radice del Numeratore, il Numeratore, & della radice del Denominatore, il Denominatore della radice, che si cerca. Come se desidera la radice di $\frac{2}{3}$. con aggiongere 0000. si farà il rotto $\frac{20000}{30000}$. la radice del Numeratore è 141. & del Denominatore 173. Adunque la radice propinqua di $\frac{2}{3}$. sarà $\frac{141}{173}$. il quadrato della quale è $\frac{19881}{29929}$. poco minore che $\frac{2}{3}$. & cosi delli altri numeri rotti.

Sarrebbe hora tempo di trattare della estrattione della radice cubica, & dell'altre radici, le quali sono infinite: ma perche il trattare di queste è cosa molto difficile, & la inuentione della radice quadrata è più necessaria per intendere i libri di Archimede, Tolomeo, & dell'altri Matematici, à posta lo differiamo nella nostra Aritmetica più piena. Doue non solo trattaremo di tutte le radici, & del modo di approssimarsi più al vero, ma dichiararemo ancora infinite altre cose, delle quali à posta in questo compendio ci siamo astenuti.

IL FINE.

L'ERRORI OCCORSI NEL stampare si correggono cosi.

10 *Nell'essempio la somma deue star cosi 64 | 1 cioè con vna diuisione tra'l 64 & 1*

13 *Nell'essempio nella somma doppo la lineetta pongasi la figura 6. in questo modo 777230 | 6*

221 *Nell'essempio sotto il 200. alla destra in luogo di 1400. poni 1100.*

234 *Nella postilla in luogo di [è i] poni [è il]*

TAVOLA DELLE COSE PIV PRINCIPALI, CHE IN CIASCHEDVNO Capitolo si contengono.

CAP. I.

Del modo di numerare li numeri rotti.

CHE cosa sia il numerare. à carte 1
Dieci figure di numeri. 1
Quanti luoghi siano in qual si voglia numero. 1
Prima, & vltima figura in qual si voglia numero quale sia. 1
L'ordine de' luoghi in qual si voglia numero perche si cominci dalla banda destra caminando verso la finistra. 2
Che significhi ciascuna figura in qual si voglia luogo posta. 2
Le figure in qual si voglia numero nell'ordine loro si auanzano in proportione decupla. 2
Che si habbia da osseruare per facilitare il numerare. 2

Cap. II.

Del modo di aggiongere, ò sommare li numeri intieri insieme.

L'aggiongere ò sommare, che cosa sia. 5
Li numeri, che si sommane, in che modo si hanno da collocare. 5
In che modo si faccia la somma. 5
Che cosa si habbia à fare quando

do dalle figure di vn luogo si raccoglie vn numero da douersi scriuere con tre figure 6
Che si debba fare quando molti numeri s'hanno da raccorre. 7
La proua del sommare per la regola del 9. come si faccia. 8
In che modo da qual si voglia numero si leuano facilmente li 9. quante volte si può. 8
Mirabile proprietà del 9. 8
La proua del 9 è fallace, e perche sia fallace. 10
Perche s'vsi dall' Aritmetici la proua dal 9 essendo che sia fallace. 11
La proua dal raccorre per la regola del 7 come si faccia 12
In che modo si habbino da leuare via li 7. da qual si voglia numero. 12
La proua del 7. è fallace, ma non tanto quãto quella del 9. & perche 14
Certezza, che l'operatione sia ben fatta, sarà se tutte due le proue per 9. & per 7. riescano. 14
Tauoletta della proua p il 7. 15
La proua del raccorre per la regola del raccorre, come si faccia. 15
La proua del raccorre per la regola del sottrarre, come si faccia. 16

Cap. III.

Del modo di sottrarre vn numero intiero d'vn'altr intiero.

Il sottrarre che cosa sia. 17
Qual de due numeri sia maggiore, in che modo si conosca 17
Il numero che s'hà da sottrarre, in che modo s'hà da collocare sotto l'altro, dal quale si fa la sottrattione. 17
La sottrattione in che modo si faccia. 18
Che cosa s'habbia da fare, quando la figura inferiore è maggiore della superiore. 18
Più facil regola di sottrarre, quando la figura inferiore è maggiore della superiore. 20
Quando sono più numeri, che s'habbia da fare. 24
La proua del sottrarre per la regola del 9 come si faccia. 24
La proua della sottrattione per la regola del 7. come si faccia. 24
La proua della sottrattione per la regola del raccorre, come si faccia 25
La proua della sottrattione per la sottrattione, come si faccia. 25

Cap. IV.

Del moltiplicare de i numeri intieri.

Moltiplicare che cosa sia. 25
Che cosa sia la tauola Pitagorica, & come si componghi. 26. & 27.
L'vso della tauola Pitagorica per sapere, quanto si faccia d'vna figura per vn'altra moltiplicata. 27
Regola di moltiplicare vna figura per vn'altra. 27
In che modo s'hanno da porre li numeri, che si deuono moltiplicare tra di loro. 29
In che modo vn numero qual si voglia si moltiplichi per vna figura 30
In che modo si moltiplichi vn numero per vn'altro numero scritto con più figure. 31
La proua della moltiplicatione per la regola del 9. come si faccia. 34
La proua della moltiplicatione per la regola del 7. come si faccia. 35
La proua della moltiplicatione per la regola del partire, come si faccia. 35
Facilità del moltiplicare, quando i numeri nel principio hanno delli zeri. 36

Cap. V.

Del partire de i numeri intieri.

Che cosa sia partire. 37
Quotiente che cosa sia 37
In che modo nella diuisione i numeri s'hanno da porre. 37
In che modo si facci la diuisione. 38
Nel Quotiente non si può porre maggior numero che 9 38
Il numero che rimane, sempre deue essere minore del partitore. 38
In che modo si partisca vn numero per vna figura sola 39
Qual numero sia quello, che si dice esser scritto sopra il partitore. 39
In che modo si conosca dalla tauola Pitagorica, quante volte la figura del partitore si contenga nel numero sopraposto. 39
Il Quotiente quante figure habbia in qualũque diuisione. 42
In che modo si partisca vn numero per più figure. 42
Qual numero si dica esser posto sopra qual si voglia figura del partitore. 42
In che modo si debba moltiplicare la figura del Quotiente ritrouata per il partitore 43

Che cosa s'habbia da fare del numero, che resta della diuisione 46
Che s'habbia da fare, quando si propone da partire vn numero minore per vn maggiore 46
In che modo alcuni moltiplichino la figura del Quotiente ritrouata per il partitore 47
In che consista la difficultà del partitore. 48
Quando nel Quotiente è pigliata vna figura troppo piccola ò grande, che cosa si debba fare. 48
Essempio del correggere, quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo piccola 50
Essempio del correggere, quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo grande. 51
In che modo gli altri faccino la Diuisione. 57
La commodità del partire nel detto modo de gl'altri. 58
Vn'altro modo di fare la Diuisione. 58
Come si facci la partitione per Danda. 59
La proua della Diuisione per la regola del 9. come si faccia. 61
La proua della Diuisione per la regola del 7. come si faccia. 62
La proua della Diuisione per la regola della moltiplicatione, come si faccia. 63
Fà al proposito alcuna volta, auanti che si finisca di diuidere farne la proua, & come questo si faccia. 64
Facilità di diuidere, quando il partitore nel principio hà alcuni zeri. 64
Si fa alcuna volta facile la Diuisione, quando il numero, che si diuide, hà nel principio alcuni zeri. 66
Il sommare, sottrarre, moltiplicare, & diuidere son fondamento di tutto quello, che si tratta nell'Aritmetica. 66

Cap. VI.

Del modo di numerare i numeri rotti.

Che cosa sia Numero rotto, ò Minutia, ò Fragmento. 67
Qual sia il Numeratore, & il Denominatore della Minutia. 67
Ogni numero rotto in che modo si scriua & si pronuntij 67
Donde naschino i numeri rotti. 68
Quando vn minor numero si diuide per vn maggiore, si fa vn rotto 68
Qual si voglia numero rotto è parte aliquota del Numeratore denominata dal Denominatore. 68

Cap. VII.

La stima, ò valore de i numeri rotti.

Come cresca il valore delle minutie 69
Come si diminuisca il valore delle minutie. 69
Le minutie, delle quali i Numeratori hanno la medesima proportione alli Denominatori sono vguali. 69
Se il Numeratore, & il Denominatore di qual si voglia rotto si moltiplicarà, ouero si diuiderà per qual si voglia numero, si produrrà vn rotto del medesimo valore. 70
Qual minutia s'aguaglia à vno intiero. 70
Qual minutia sia minore di vno intiero. 70
Qual minutia sia maggiore d'vn'intiero. 71
Come si conosca di due minutie proposte, quale di essa sia maggiore. 71
In che modo si ritroui il valore di vna minutia data in minor moneta, peso, ouero misura. 72
Il giulio, baiocco, & quattrino in Roma che significhi, ò vaglia. 72

Cap. VIII.

Delli rotti di rotti.

Le minutie delle minutie donde naschino. 74
La minutia della minutia, che cosa sia. 74
Le minutie di minutie in che modo si pronuncino, & si scriuino. 74

Cap. IX.

Del modo di ridurre i numeri rotti à minimi numeri, ouero termini.

Perche le minutie si riduchino à minimi termini. 75
In che modo le minutie si riduchino à minimi numeri. 76
Quando le minutie non si possano ridurre à minori termini. 77
Primo numero, & primi tra di loro quali siano. 78
In che modo si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore di qual si voglia minutia 78
Quando il Numeratore, & Denominatore della minutia

non habbino misura commune fuor dell'unità. 78
In che modo si ritroui la massima misura di qual si voglia due numeri proposti. 79
Donde si caui la detta regola di ritrouare la massima misura di due numeri 80
Vn'altro modo di ridurre le minutie à minimi termini. 80

Cap. X.

Del modo di ridurre i numeri rotti ad vna medesima Denominatione, & ad intieri, & gl'intieri à qual si voglia rotto, e finalmente i rotti di rotti à rotti semplici.

In che modo due minutie si riduchino alla medesima Denominatione. 81
In che modo si ritroui vn numero numerato da quanti si voglia dati numeri. 82
Il modo di ritrouare il minimo numero numerato da quanti si voglia numeri dati. 82
In che modo più minutie, che due si riduchino ad vna medesima Denominatione. 85
Vn'altro modo di ridurre due minutie ad vn medesimo Denominatore. 85
L'vtilità del numero minimo numerato dalli Denominatori delle date minutie. 86
In che modo si riduchi la minutia, della quale il Numeratore è maggiore del Denominatore, à l'intieri. 86
In che modo si riduchino l'intieri à rotti. 86
Le minutie delle minutie in che modo si riduchino à rotti semplici. 87

Cap. XI.

Del modo di raccorre i numeri rotti.

La raccolta delle minutie, in che modo si faccia 88
Quando vi sono delli intieri, che cosa s'habbia da fare. 89
Prattica di raccorre tra di loro le minutie di diuerse denominationi. 89
La proua del raccorre delle minutie per la sottrattione, come si faccia. 90

Cap. XII.

Del modo di sottrarre li numeri rotti.

La sottrattione delle minutie, come si faccia. 90
Quando vi sono intieri, che s'habbia da fare. 91
Quando vi sono più minutie, che s'habbia da fare. 92
Prattica di sottrarre vna minutia da vna altra. 92
La proua del sottrarre delle minutie per il raccorre, come si faccia. 93

Cap. XIII.

Del modo di moltiplicare i numeri rotti.

La moltiplicatione delle minutie, come si faccia. 93
Quando vi sono intieri, che si debba fare. 93
La proua della moltiplicatione delle minutie, come si faccia per la Diuisione. 94
Perche nella moltiplicatione delle minutie si produchi vna minutia minore dell'vna, & l'altra, che moltiplica. 94

Cap. XIV.

Del modo di diuidere i numeri rotti.

Come si faccia la diuisione delle minutie. 96
Quando vi sono dell'intieri, che s'habbia da fare: 97
In che modo gl'altri insegnino il diuidere delle minutie 97
La proua della diuisione delle minutie per il moltiplicare, come si faccia. 98
Perche spesse volte nella diuisione delle minutie il Quotiente sia maggiore, che la minutia diuisa. 98
Quando il Quotiente sia maggiore che'l numero, che si diuide nella diuisione delle minutie. 99
Quando il Quotiente sia minore del numero, che si diuide. 99

Cap. XV.

Del modo di inestare i numeri rotti.

Che cosa sia l'inestamento delle minutie 100
L'inestamento è di due sorti. 101
L'inestamento perche causa sia stato ritrouato. 101
La differenza che è tra l'inestamento, & la ridottione delle minutie di minutie. 102
Prima regola dell'inestamento di due minutie. 102
In che modo più minutie, che due, s'inestino insieme per la prima regola. 103

Le minutie, che s'inestano secondo la prima regola, non si deuono ridurre alli minimi termini innanzi il fine dell'operatione. 104
La somma dell'inestamento secondo la prima regola, sempre è minore dell'vnità, & perche causa. 105
L'vso della prima regola dell'inestamento nel diuidere vn numero intiero insieme con vn rotto per vn numero intiero. 105
Seconda regola dell'inestamento di due minutie. 107
In che modo più minutie, che due, s'inestino per la seconda regola. 108
Le minutie, che s'inestano per la seconda regola, si possono ridurre à i minimi termini, auanti il fine dell'operatione. 110

Cap. XVI.

Alcune Questioncelle delli numeri intieri, & rotti.

Come si troui vn numero, dal qual leuandosi qualunque numero proposto, resti vn'altro numero proposto 110
Come si troui vn numero, che leuato da qualunque numero proposto vi lasci vn'altro numero proposto 111
Come si troui vn numero, che con qualunque altro proposto, faccia vn'altro numero proposto 111
Come si troui la differenza, ouero l'eccesso tra due numeri proposti. 112
Come si troui vn uumero, che partendolo per qualunque numero proposto, si facci vn Quotiente qual si voglia proposto. 112
Come si troui qual si voglia parte data, ò parti di qualunque numero proposto. 112
Come si troui vn numero, per il qual partendosi qual si voglia numero dato si facci vn Quotiente qualunque proposto. 113
Come si troui vn numero, che moltiplicandolo per qual si voglia numero dato, si facci vn'altro numero qualunque proposto. 113
Come si trouino due numeri, che tra di loro moltiplicati producano qual si voglia numero proposto. 113
Come si trouino due numeri, che l'vno partito per l'altro faccia qualunque Quotiente proposto. 114
Come si troui vn numero, che moltiplicandolo per qualunque dato numero, & partēdo il prodotto per vn'altro dato numero qual si voglia, si facci vn Quotiente qualunque proposto. 114
Come si troui, che parte sia qual si voglia numero dato rispetto di vn'altro proposto numero qualunque. 115
Come si troui vn numero, respetto del quale il proposto numero qualunque sia qual si voglia parte proposta. 116
Come si troui quante parti di qualsiuoglia sorte si contenghino in qualunque numero proposto. 116

Cap. XVII.

Della regola del tre.

Regola aurea, ouero delle proportioni, ouero regola del tre perche si chiama così. 117
Li numeri nella regola del tre, in che modo si deuono disporre. 117
In che modo per la regola del tre si troui il quarto numero incognito. 117
Dimostratione della regola del tre. 119
Vn numero partito per vn'altro, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, perche causa di nuouo si produca il numero partito. 119
La proua dell'regola del tre. 120

Vn'altra proua della regola del tre. 120
Varij compendij della regola del tre. 121
Varie proue della regola del tre. 122
La dimostratione delli compendij della regola del tre. 122
Alcune questioni, nelle quali si dichiarano varie difficultà della regola del tre. 124. *insino à* 128
Che s'habbia da fare, quando c'interuengono diuerse monete, pesi, misure, & numeri rotti. 125

Cap. XVIII.

Regola del tre, che chiamano Euersa, ouero voltata all'indietro.

Per la regola del tre voltata all'indietro in che modo se ne caui il quarto numero 129
Alcune questioni ch appartengono alla regola del tre voltata all'indietro 129. *insino à* 133

Cap. XIX.

Regola del tre composta.

La regola del tre composta, che cosa

cosa sia, & come si faccia. 133

Alcune questioni appartenenti alla regola del tre composta. 131. insino a 145

Cap. XX.

Regola delle compagnie.

La regola delle compagnie quãdo & come si faccia. 146

Quante volte la regola del tre s'habbia da fare nella regola delle compagnie. 146

Che si debba fare nella regola delle compagnie, quando ci è diuersità di tempi. 146

Alcune questioni appartenenti alla regola delle compagnie. 146 insino a 172

Cap. XXI.

Regola di Alligatione, o vero di ligamento.

La regola di Alligatione, che cosa sia. 173

La regola di Alligatione in che modo si faccia. 173

Alcune questioni appartenenti all'Alligatione 173. insino à 186.

Che possa essere fatta l'Alligatione d'vn medesimo essempio in varij modi, quando le cose d'alligarsi sono più che due. 175

Che si debba fare, quando più differenze si pongono all'incontro del medesimo prezzo. 176.

Che s'habbia da osseruare nelle allegationi di più cose. 177

La questione della Alligatione, quando sia impossibile. 177

Cap. XXII.

Regola del falso di semplice positione.

La regola del falso, perche così sia detta. 187

La regola del falso è di due sorti. 187

La differenza che è tra le due regole del falso 187

Auuertimento nella regola del falso 187

La regola del falso di semplice positione, in che modo si faccia. 187

Alcune questioni che appartengono alla regola del falso di semplice positioni. 188

Auuertimento nelle questioni della regola del falso di semplice positione. 190

Cap.

TAVOLA.

Cap. XXIII.

Regola del falso di doppia positione.

La regola del falso di doppia positione come si faccia. 195

Quando l'vna, & l'altra positione eccede la verità, ò da quella manca, si fa la sottrattione d'vn errore dall'altro, &c. 195

Quando vna positione eccede, & l'altra manca dalla verità, si sommano insieme l'errori, &c. 196

Alcune questioni appartenenti alla regola del falso di doppia positione. 196

Cap. XXIV.

Delle progressioni Aritmetiche.

Che cosa sia progressione Aritmetica. 228

Che cosa sia progressione naturale de i numeri, & di numeri dispari, & pari. 228

La progressione Aritmetica in che modo si continoui. 229

In che modo si ritroui la differenza della progressione Aritmetica. 229

La progressione Aritmetica non si può diminuire in infinito. 230.

Proprietà della progressione Aritmetica di tre numeri. 230

Proprietà della progressione Aritmetica di quattro numeri. 230

Proprietà della progressione Aritmetica di quanti si voglia termini, se il numero de i termini sarà disparo. 230

Proprietà della progressione Aritmetica di quanti si voglia termini, se il numero de i termini sarà paro. 231

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si troui. 231

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo altrimenti si ritroui. 232.

Modo particolare di ritrouare la somma della progressione naturale delli numeri. 234

Il numero delli termini della progressione naturale delli numeri è l'vltimo termine. 234.

Altro modo di ritrouare la somma della progressione naturale delli numeri. 235

Particolar modo di ritrouare la somma delli numeri dispari. 235

Il numero delli termini della progressione delli numeri di-

dispari, in che modo si ritroui. 235
Particolar modo di ritrouare la somma delli numeri pari. 236
Il numero delli termini nella progressione delli numeri pari, come si troui. 236
L'vltimo termine di qual si voglia progressione Aritmetica in che modo si caui dal numero delli termini, insieme con il primo termine & la differẽza della progressione. 237
Questione delli boui di Augia. 237.
Questione de i capitani. 238

Cap. XXV.

Delle progressioni Geometriche.

Progressione Geometrica, che cosa sia. 240
La progressione Geometrica in che modo si continui. 240
Il Denominatore della proportione nella progressione Geometrica, in che modo si ritroui. 240
La progressione Geometrica si diminuisce in infinito. 241
Proprietà della ꝓgressione Geometrica di 3. o 4 termini. 241
Proprietà della ꝓgressione Geometrica di quanti si voglia termini, se il numero de i termini sarà dsparo. 242
Proprietà della ꝓgressione Geometrica di quanti si voglia termini, se il numero de i termini sarà paro. 243
La somma di qual si voglia ꝓgressione Geometrica, in che modo si ritroui. 243
Particolar modo di ritrouare la somma della progressione della proportione dupla, della quale il principio è 1. 244
Nella progressione della proportione dupla, che comincia dal 1. ciascun numero, leuata prima l'vnità, è la sõma di tutti li numeri antecedenti. 244
Se nella progressione Geometrica, che cominci dal 1. alcun numero moltiplica se stesso, ouero altro numero, che luogo occupi il numero prodotto. 245
Ciaschedun numero nella progressione Geometrica, che comincia dal 1. moltiplicando se stesso produce il numero da douersi porre nel luogo doppio maggiore manco d'vna vnità del numero, che moltiplica. 245
La progressione naturale delli numeri in che modo dimostri, in qual luogo ciaschedun numero prodotto s'habbia da porre nella progressione Geometrica, che comincia dall'1. 246.
In che modo si ritroui il numero di qual si voglia luogo nel la

la progressione Geometrica, che comincia dall'1. senza li termini di mezzo. 247
Tutte quelle cose, che sono state dette in questa regola della progressione Geometrica, che comincia dal 1. sono ancora vere nella progressiona Geometrica; che non comincia da 1. ma da vn'altro numero qual si voglia. 248
In che modo il numero di qual si voglia luogo si ritroui nella progressione Geometrica, che comincia da qual si voglia numero senza li numeri di mezo. 250
La somma di quanti numeri tù voi della progressione Geometrica della proportione dupla che comincia dal 1. aggiontoli prima l'vnità se moltiplica se stessa, produce vn numero, che leuata prima l'vnità è la somma di due volte più termini. 251
In che modo facilmente si ritroui la somma di 64. luoghi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dal 1. 251
Quanti dinari si ricerchino, acciò s'empino li 64. luoghi del gioco delli scacchi in tal modo, però, che nel primo luogo si ponghi vn quattrino, nel secondo 2 nel terzo 4 & così di mano in mano seguitando per la proportione dupla. 252
Quante granella di grano constituischino vn Rubio. 253
Quante naui si ricerchino à portare il grano posto nelli 64. luoghi del gioco delli scacchi. 253
Quante naui si ricerchino à portare li denari posti nelli 64. luoghi del gioco delli scacchi, se si riducessero à scudi d'oro. 254.
Nella progressione, della quale il primo termine è 1 il secondo 2. ma il terzo triplo del secondo, & similmente il quarto triplo del terzo, & così di mano in mano, ciaschedun termine è doppio di tutti li termini precedenti. 254
In che modo si ritroui la somma delli 64. termini che cominciano dal 2. & che vanno seguitando in tal modo, che ciascheduno termine sia doppio di tutti li termini precedenti. 255
Vn'altro modo di ritrouare la somma delli 64. termini, che comincino dal 1 & in tal modo vadino seguitando, che ciascheduno termine sia doppio di tutti li termini precedenti. 257.
Quanto grano si ricerchi, acciò s'empino li 64. luoghi del gioco delli scacchi in tal modo però, che nel primo luogo si pōghi 1. nel secondo 2. nel terzo 6. nel quarto 18. & così di ma-

di mano in mano, in tal modo che li grani del luogo seguente siano doppij di tutti li grani insieme nelli luoghi precedenti. 258
Quante naui siano necessarie à portare quel grano. 258
Quante naui copriranno tutta la superficie della terra, & del mare se l'vna toccasse l'altra. 259
Quanti globi fatti dell'acqua, & della terra si copririano dalle naui, che sono necessarie à portare il grano detto poco fà. 259
Quanti globi vguali alla terra si farebbono del grano contenuto nelli 64. luoghi del scacchiero, nel modo, che detto habbiamo. 261
Quante naui portariano li ducati d'oro fatti delli quattrini, che empissero 64. luoghi in quel modo, che è stato detto delle granella del grano. 262
Quanti globi della terra, & del mare dette naui copririano. 262
Quanto costino 40. Castella, se si venderanno in tal modo, che per il primo si paghi 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini, e per il terzo 4. &c. 262
In qual modo breuemente si caui la somma di 24. termini della proportione dupla, che cominci dal 1. 263
Quanto costaria vn cauallo, che hà 24. chiodi nelli piedi, se così si vendesse, che per il primo chiodo si desse vn quattrino, & per il secondo 2. & per il terzo 4. &c. 263

Cap. XXVI.

Del modo di cauare la radice quadrata.

Che cosa sia numero quadrato. 264.
Che cosa sia radice quadrata. 264.
Che cosa sia cauare la radice quadrata. 264
In che modo si segni con li ponti il numero, del quale si cerca la radice quadrata. 264
Quante figure habbia la radice del numero proposto. 265
In che modo la radice quadrata si caui dal dato numero. 265
Come si caui la radice quadrata per Danda. 270
La proua della estrattione della radice quadrata è di tre sorti. 272
L'auanzo nella estrattione della radice quadrata non può essere maggiore, che doppio della radice ritrouata. 273
Qual sia la differenza tra due quadrati prossimi. 273

Cap. XXVII.

Del modo di approsimarsi più al vero nelle radice de i numeri non quadrati.

In che modo si ritroui la radice più propinqua, minore però che la vera 274
In che modo si ritroui la radice più propinqua, maggiore però che la vera. 278
Come si ritroui la radice propinqua in vna sola operatione. 278.
Come si troui la radice propinqua ne i numeri rotti in vna sola operatione. 279

IL FINE.

Registro.

✠ A B C D E F G H I K L M
N O P Q R S.

Tutti sono fogli intieri, eccetto S, che è vn foglio, e mezzo.

IN ROMA,

Appresso Guglielmo Facciotti. 1613.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.

ICS.